

RECURSOS PARA FAVORECER LA COMPRESIÓN DEL SIGNO DE IGUAL EN LA ENSEÑANZA MEDIA: LAS TAREAS ENFOCADAS EN SIMILITUDES Y DIFERENCIAS, Y LA CONVERSACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICA

Sebastián Parodi – Cristina Ochoviet
parodiseb@gmail.com – cristinaochoviet@gmail.com
Consejo de Educación Secundaria, Uruguay – Consejo de Formación en Educación,
Uruguay

Tema: Investigación didáctica

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: signo de igual, similitudes y diferencias, práctica de indagación

Resumen

Algunas de las dificultades que muestran los estudiantes de enseñanza secundaria al incursionar en el álgebra están relacionadas con la comprensión del signo de igual. Asimismo, las tareas enfocadas a similitudes y diferencias, entre ellas las de clasificar y las que requieren comparar y contrastar, mediadas por una práctica de indagación, pueden generar genuinas discusiones que despierten el interés de los estudiantes y que favorezcan el aprendizaje de los distintos objetos matemáticos. En este taller presentamos una tarea de clasificación y una tarea de comparación para abordar aspectos conceptuales relacionados con el signo de igual y reflexionamos sobre el potencial que tienen estas tareas para contribuir a la comprensión del signo de igual.

Introducción

Varias investigaciones reportan ciertas dificultades de los estudiantes relacionados con la comprensión del signo de igual. En Burgell (2012), por ejemplo, se realiza un estudio de casos con estudiantes y profesores de primer año de enseñanza secundaria de Uruguay, donde se aplica un cuestionario, se desarrollan entrevistas y se analizan los enfoques de enseñanza. Los resultados de este estudio ponen de manifiesto que en un contexto principalmente aritmético, “una parte importante de los alumnos interpretan el signo de *igual* como el indicador del resultado de una operación y no como el indicador de una *relación de equivalencia*, interpretación que resulta imprescindible para el abordaje del álgebra” (p. vii). Asimismo, que los docentes no le brindan al tema una atención especial.

En Parodi (2016) avanzamos un año más en el nivel escolar, trabajando con estudiantes diferentes pero insertos en el mismo sistema escolar que los de ese estudio. Los alumnos con los que trabajamos ya estudiaron ecuaciones, operaciones con polinomios y funciones, a diferencia de los estudiantes que participaron de Burgell (2012). En este documento presentamos algunos resultados del estudio realizado, relativos a cómo favorecer una comprensión del signo de igual en la enseñanza media.

Marco teórico

Varios autores (Behr et al., 1976; Kieran, 1981; Knuth et al., 2006) distinguen dos maneras de entender el signo de igual: la operacional y la relacional. La comprensión operacional se da cuando el signo de igual es interpretado como el indicador del resultado de una operación o como una señal de hacer algo, mientras que la comprensión relacional refiere a que el signo de igual es interpretado como el indicador de una relación de equivalencia. Complementamos esta perspectiva con la clasificación de los significados y usos del signo de igual en contexto escolar de Molina (2006) y Molina et al. (2009).

Las tareas enfocadas en similitudes y diferencias

Según Zaslavsky (2008), las tareas que requieren poner la atención en la búsqueda de similitudes y diferencias tienen potencial para generar intensos debates entre los estudiantes. Esto permite identificar las maneras de pensar y los grados en que los estudiantes están comprendiendo los conceptos matemáticos. Las tareas de clasificación (Zaslavsky, 2008), por ejemplo, consisten en proporcionar entre 20 y 30 tarjetas para que los estudiantes, reunidos en pequeños equipos, las clasifiquen de acuerdo a todos los criterios que crean convenientes. Cada equipo debe registrar por escrito los criterios de clasificación establecidos, así como también, las diferentes categorías de cada uno de ellos, respetando el orden en que hayan surgido. La puesta en común, según Zaslavsky, es un momento propicio para abordar otros criterios de clasificación y para considerar aspectos conceptuales de los objetos matemáticos involucrados. No se trata de arribar a una única solución. Las tareas que requieren comparar y contrastar (Zaslavsky, 2008),

mientras tanto, consisten en presentar dos o más objetos matemáticos, y en pedirle a los estudiantes que realicen un listado con las diferencias y semejanzas que logren identificar. Zaslavsky sostiene que el diseño de este tipo de tareas requiere de objetos que tengan algunas características en común pero que al mismo tiempo difieran en relación a otros aspectos. Son tareas que animan a los estudiantes a examinar los objetos presentados en forma abierta, agrega, y mientras buscan similitudes y diferencias se ven en la necesidad de realizar cálculos como medio para explorar objetos matemáticos.

En este taller presentamos dos tareas enfocadas en la búsqueda de diferencias y semejanzas: una tarea de clasificación y una tarea que requiere comparar y contrastar. Asimismo, reflexionamos sobre el potencial de estas tareas para favorecer la comprensión del signo de igual en la enseñanza media. Para la tarea de clasificación (Zaslavsky, 2008) diseñamos un juego de 25 tarjetas donde cada una de ellas contiene una expresión en la que interviene el signo de igual. Buscamos abarcar la mayor cantidad de significados posibles del signo de igual de acuerdo al marco teórico adoptado. Incluimos cinco expresiones en un contexto aritmético (por ejemplo, $5+9=2+3+9$); diez expresiones en un contexto algebraico de ecuaciones (por ejemplo, $2x+15-9=31-9$) y diez expresiones en un contexto algebraico de operaciones con polinomios (por ejemplo, $3x+5=2x+x+5$). Para la tarea que requiere comparar y contrastar (Zaslavsky, 2008) presentamos dos expresiones en contexto algebraico en las que interviene el signo de igual. Nos referimos a la ecuación $5x+7=6x+4$ y a la operación con polinomios $2x+3x+7=5x+7$. Cabe destacar que de acuerdo a la perspectiva teórica adoptada no estamos considerando una operación con polinomios y su resultado como una ecuación de infinitas soluciones, sino como una expresión que relaciona dos representaciones diferentes de un mismo polinomio. Eso hace que vistas en conjunto, las dos expresiones presentadas sean consideradas como dos objetos matemáticos distintos, y no como dos ejemplos distintos de un mismo objeto matemático.

La conversación en la clase de matemática

Pea (1993) sostiene que el aprendizaje se construye a través de conversaciones que involucran la creación de comunicaciones y el esfuerzo para interpretarlas, y que los significados emergen a partir del diálogo entre dos interlocutores. La creación y la interpretación, agrega, son procesos que implican la negociación de significados y la apropiación. La negociación de significados queda de manifiesto cuando en la conversación surgen interpretaciones confusas o pedidos de aclaraciones y rectificaciones que reflejan problemas en la comprensión, mientras que la apropiación tiene lugar cuando el conocimiento de una determinada herramienta se adquiere al utilizarla junto a otros integrantes de la comunidad. Así, el conocimiento de las funciones de una herramienta se construye en interacción con otros que ya conocen sus usos y funciones, y en esa interacción pueden surgir otras interpretaciones que transforman la herramienta y nuestro propio pensamiento. En otras palabras, Pea deja entrever que el sentido que construimos sobre algo puede cambiar luego de escuchar las interpretaciones de los demás, dando lugar a nuevas interpretaciones, y que aprendemos el significado de nuestras producciones cuando aceptamos las interpretaciones de otros sobre lo que nosotros hemos dicho.

Goral y Gnadinger (2006) señalan que, según Zemelman, Daniels, y Hyde (1998), es importante que los alumnos discutan, escriban, lean y escuchen ideas matemáticas para profundizar en la comprensión de conceptos difíciles. Asimismo, siguiendo a la NCTM (2000), destacan que entre sus principios y estándares se propone desarrollar la habilidad de comunicar de diversas formas, estableciendo que hablar, escuchar y escribir sobre las matemáticas es un componente esencial en el aprendizaje de las matemáticas. Estas investigadoras, atendiendo las consideraciones anteriores, describen dos experiencias de enseñanza en las que el uso de la narración resulta ser un método útil y entretenido para promover la comunicación y favorecer la comprensión de conceptos matemáticos, en los estudiantes más pequeños.

Szydlik (2015) sostiene que la cultura matemática escolar se caracteriza por conversaciones y prácticas, aunque tradicionalmente se enfatiza en esta última: mostrar a los estudiantes una posible forma de “hacer matemática” y luego solicitarles que la reproduzcan. Frente a ello, la autora reporta tres experiencias de clase que jerarquizan la

conversación entre docente y alumnos, y que comienzan con una pregunta para discutir y reflexionar sobre el uso de los símbolos, de las representaciones, o del lenguaje matemático. Ella señala que con esta metodología, los estudiantes pueden reconocer las fortalezas y las debilidades de sus propias interpretaciones, al tiempo que los profesores pueden conocer un poco más sobre la forma en que piensan sus estudiantes. Las experiencias de clase reportadas, según la autora, también permiten contrastar los tipos de pensamiento de los estudiantes con los significados dados por la comunidad matemática, estableciendo las bases para resolver problemas y discutir otros principios y prácticas matemáticas. Asimismo, agrega, estas experiencias validan las diferentes formas en que los estudiantes interpretan los objetos matemáticos, favoreciendo la participación de aquellos que hasta el momento se han mostrado reticentes. Szydlik sugiere la práctica de indagación en relación a los significados de los símbolos, las representaciones, y el lenguaje matemático, para que las reglas matemáticas dejen de ser proporcionadas por el docente y para que la comprensión matemática sea desarrollada por los estudiantes.

Barwell (2015) analiza la relación que existe entre el lenguaje matemático formal y el lenguaje matemático informal, en el contexto de la matemática escolar, realizando una distinción entre la perspectiva dialéctica y la perspectiva dialógica del lenguaje. Mientras que desde una perspectiva dialéctica, los estudiantes evolucionan linealmente de un lenguaje matemático informal a un lenguaje matemático formal, que es único y estable; desde una perspectiva dialógica no hay oposición entre lenguaje formal e informal, pues el discurso matemático se integra a otros tipos de discursos, como el escolar y el cotidiano, para que los estudiantes puedan expresar ideas matemáticas de manera significativa, aun cuando estas conserven cierto grado de ambigüedad. Desde esta perspectiva, Barwell señala que una conversación en clase de matemática implica el encuentro con el otro y la multiplicidad de voces, discursos e idiomas que puedan ser utilizados para construir significados matemáticos.

Síntesis

Las consideraciones presentadas reconocen la importancia de desarrollar en los estudiantes la habilidad de comunicarse de diversas formas (Zemelman et al., 1998 y NCTM, 2000; citados en Goral y Meyers, 2006), y señalan la utilidad de las conversaciones en clase de matemática tanto para construir y negociar significados (Pea, 1993; Barwell, 2015) como para profundizar en el pensamiento de los estudiantes (Szydlík, 2015). Esto conduce a que durante el taller adoptemos la práctica de indagación: escuchar, confrontar y cuestionar los planteos de los asistentes sin emitir juicios de valor. Nos referimos a la jerarquización de la conversación durante el desarrollo y la puesta en común de cada tarea, buscando el conflicto y el intercambio de ideas entre los asistentes. En otras palabras, proponemos alejarnos del rol docente tradicional que se ocupa de validar e institucionalizar, a los efectos de funcionar como un moderador que logre generar debates entre quienes resuelven cada actividad.

Bibliografía

- Barwell, R. (2015). Formal and informal mathematical discourses: Bakhtin and Vygotsky, dialogue and dialectic. *Educational Studies in Mathematics*, 1-15.
- Behr, M., Erlwanger, S., y Nichols, E. (1976). How children view equality sentences, Project for the Mathematical Development of Children. *ERIC Document Reproduction Services No. ED144802*.
- Burgell, F. (2012). *¿Qué significados atribuyen al signo de igual los estudiantes de primer año del Ciclo Básico de Enseñanza Media? Aportes para pensar los cimientos del álgebra* (Tesis de maestría no publicada). Universidad Nacional del Camahué. Neuquén, Argentina.
- Goral, M., y Gnadinger, C. (2006). Using storytelling to teach mathematics concepts. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 4-8.
- Kieran, C. (1981). Concepts Associated with the Equality Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.
- Knuth, E., Alibali, M., McNeil, N., Weinberg, A., y Stephens, A. (2011). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence and variable. En *Early algebraization* (pp. 259-276). Springer Berlin Heidelberg.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria* (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de Granada. Granada, España.
- Molina, M., Castro, E. y Ambrose, R. (2006). Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional. *PNA*, 1(1), 33-46.
- Parodi, S. (2016). *Significados del signo de igual en la entrada al álgebra: un estudio de casos con estudiantes de segundo año de enseñanza secundaria*. (Tesis de maestría no publicada). CICATA- IPN, México.

- Pea, R. D. (1993). Learning scientific concepts through material and social activities: Conversational analysis meets conceptual change. *Educational psychologist*, 28(3), 265-277.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of Mathematics.
- Szydlik, J. (2015). Mathematical Conversations to Transform Algebra Class. *Mathematics Teacher*, 108(9), 656-661.
- Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. *Topic Study Group 34: Research and development in task design and analysis, ICME, 11*.