

## MODELIZACIÓN MATEMÁTICA: UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

Mariela Rey Cabrera  
reymariel@gmail.com  
CFE, Uruguay

Tema: Modelización de la realidad

Modalidad: Mini Curso

Nivel educativo: Formación actualización docente

Palabras clave: modelización matemática, TAD, REI, cuestionamiento del mundo

### Resumen

*En los últimos treinta y cinco años, diversos autores han considerado los procesos de modelización como un aporte para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La noción de modelización tradicionalmente se ha entendido como una respuesta matemática a problemas de contexto extra-matemático, mediante la aplicación del ciclo de modelización. En lugar de ocupar un campo particular dentro de la investigación, desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico los problemas de modelización son el centro de cualquier problema matemático y por lo tanto se encuentran presentes en cualquier investigación sobre los procesos de estudio de las matemáticas. Las matemáticas pueden ser vistas como actividades de modelización en las instituciones escolares, siempre y cuando las prácticas de enseñanza se modifiquen en ese sentido. Por lo que es necesario que esas prácticas orientadas a la inclusión de los problemas de modelización en el aula ingresen a la formación profesional de los profesores, tanto en su etapa inicial como en su etapa de ejercicio de la profesión. Por ello proponemos una instancia de formación en ese sentido, para los docentes que hacen uso de la matemática en cualquier nivel.*

### Introducción

En este mini curso pretendemos brindar a profesores en servicio, una experiencia de aprendizaje vinculada a la noción de modelización que se sostiene desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Por lo tanto, en primer lugar, presentaremos en este trabajo algunas nociones básicas de la TAD que nos permitirán comprender cabalmente la mirada sobre la modelización que se plantea desde este marco teórico. En segundo lugar detallaremos esa mirada y los procesos de estudio que de ella derivan. Finalmente presentaremos las etapas concretas que se desarrollarán en el mini curso, que incluirán lecturas previas a las dos instancias presenciales, y la continuidad del

trabajo después de terminado el congreso, con las conclusiones que los docentes extraigan de la implementación de lo trabajado con sus alumnos de enseñanza media.

### **Algunos elementos de la TAD**

Desde la TAD se considera a la didáctica de la matemática como la ciencia del estudio y ayuda al estudio de la matemática, teniendo en cuenta tanto las condiciones institucionales para que los procesos de estudio se puedan realizar, como las restricciones institucionales que pueden influir en que deban ser modificados o descartados. Por tanto, conocer y tomar en cuenta estas condiciones y restricciones institucionales es central para que cualquier comunidad desarrolle un proceso de estudio.

Los procesos de estudio consisten en la construcción y reconstrucción de praxeologías de complejidad creciente. Veamos qué son las praxeologías. Desde la TAD se postula que cualquier actividad humana, en particular el estudio de la matemática, se puede modelar en términos de una componente práctica (praxis) y una componente teórica (logos). La praxis corresponde al saber hacer y se compone del tipo de tareas y las técnicas o modos de resolver las tareas. El logos corresponde al saber y se compone de la tecnología y la teoría, entendiéndose por la primera el discurso acerca de las técnicas y por la segunda el discurso concerniente a las tecnologías.

### **Modelización matemática y su visión desde la TAD**

En los últimos treinta y cinco años, diversos autores han considerado los procesos de modelización como un aporte para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La noción de modelización tradicionalmente se ha entendido como una respuesta matemática a problemas de contexto extra-matemático, mediante la aplicación del ciclo de modelización (Blum y Niss, 1991). El mismo consiste en desarrollar un proceso de simplificación, idealización y estructuración de una situación problema para formular un modelo real. A partir de este, mediante un proceso de matematización, se construye un modelo matemático. El ciclo se cierra al devolver a la situación problema el modelo matemático construido para su contrastación.

El problema de la modelización desde esta mirada, asume la transparencia tanto de las características de las “situaciones reales” a ser modeladas como de los procesos

cognitivos implicados en el propio proceso de modelización. Unos años más tarde, el propio Niss (1999, p. 21) plantearía las limitaciones del ciclo de modelización aplicado a la enseñanza: “no existe una transferencia automática desde conocimientos teóricos matemáticos sólidos, a la habilidad de resolver problemas matemáticos no rutinarios”. En el desarrollo posterior del trabajo con los procesos de modelización en el aula, se fueron incorporando los cuestionamientos a los problemas “del mundo real” a ser elegidos para modelizar así como las implicancias de los procesos cognitivos involucrados al realizar un proceso de modelización. Con base en la incorporación de estos últimos, Blum (2005) reformula el ciclo de modelización como sigue:

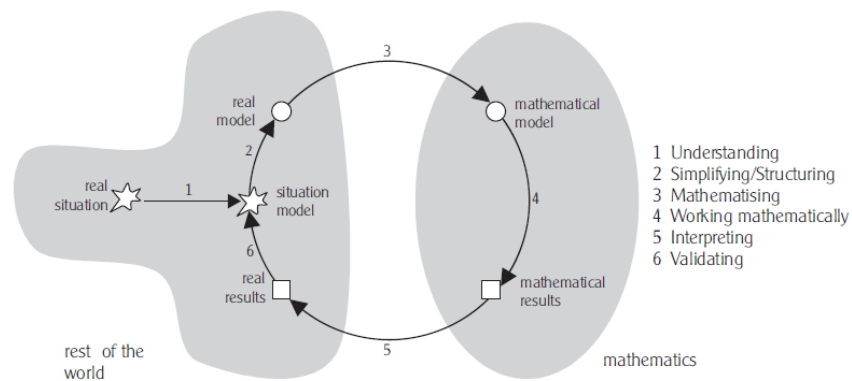


Figura 1. Representación del ciclo de modelización propuesta en Blum, 2005, p.1625

Ahora bien, este mini curso trata de presentar más detalladamente la mirada que desde la TAD se plantea del problema de la modelización en la matemática. La TAD se ubica dentro del Programa Epistemológico y éste postula la problematización del modelo epistemológico de las matemáticas. Esto implica que ya no solo se incorporan los cuestionamientos a la transparencia del proceso de modelización, los problemas a modelar o los procesos cognitivos involucrados en el proceso de modelización sino que al considerarse toda la matemática como una actividad de modelización, pasan a estar en cuestión también los propios conocimientos matemáticos. Por lo tanto, para la TAD, las preguntas vinculadas al problema de la modelización se formulan como, ¿qué praxeologías intervienen en los procesos considerados como de modelización en el sentido clásico (es decir el sentido explicitado por Blum y Niss)? ¿Hasta qué punto se modelizan “situaciones” o “praxeologías”?

El punto de partida relevante para el diseño de un proceso de estudio no debería ser el carácter más o menos real de las cuestiones iniciales, sino la posibilidad que éstas ofrezcan para crear un complejo articulado e integrado de organizaciones matemáticas que permita el desarrollo de una actividad matemática amplia en una determinada institución escolar y que tenga en cuenta las restricciones y condiciones impuestas por esta institución. (Bosch et al. 2006, p. 49)

Esta visión del problema de la modelización implica la superación de explicarlo en términos de ciclo de modelización, para hacerlo desde la concepción de praxeología, sus niveles de complejidad y la articulación de las mismas. Esto no presupone una ruptura con el resto de los tratamientos del problema de la modelización, sino una ampliación del mismo y de su alcance. En lugar de ocupar un campo particular dentro de la investigación, desde la TAD los problemas de modelización son el centro de cualquier problema matemático y por lo tanto se encuentran presentes en cualquier investigación sobre los procesos de estudio de las matemáticas.

### **Visita de monumentos versus cuestionamiento del mundo**

Desde el paradigma dominante en la enseñanza matemática actual, al decir de Chevallard (2013) la *visita de monumentos*, la función de la educación matemática en cualquier nivel escolar, pero con gran énfasis en la enseñanza media, es la de proponer a los estudiantes un paseo por las obras matemáticas ya construidas y seleccionadas por un grupo de expertos, con el fin de reconocer esas obras para compartir la admiración por ellas. Es así, que desde esta visión, se establece como objetivo de la formación de los profesores de matemáticas la necesidad de que éstos conozcan estas obras relevantes en profundidad y a su vez de que dispongan de buenas condiciones comunicativas para transmitirles a sus estudiantes. En toda esta secuencia que va desde, qué se debe enseñar a cómo se debe hacer, no aparecen cuestionamientos al por qué se seleccionan y cómo se secuencian tales o cuales contenidos cuyo conocimiento se considera imprescindible para toda una generación o más (dependiendo de la duración en el tiempo de los programas vigentes). ¿Por qué se enseña el arco capaz y no se enseña el desarrollo del binomio de Newton en la educación secundaria en Uruguay? ¿Por qué las derivadas

aparecen en los programas curriculares por primera y única vez en el último año del bachillerato, y solo en algunas especialidades? Éstas y otras tantas cuestiones no son formuladas por los profesores como institución; se aceptan como transparentes y se adecúa tácitamente a ellas todo el trabajo de los profesores.

En respuesta a este paradigma vigente (pero en decadencia) sobre la educación, y a partir de los postulados de la TAD, Chevallard (2013) propone un paradigma didáctico en construcción: el *paradigma del cuestionamiento del mundo*. Postula como principios básicos de este paradigma que la educación debe tender a formar ciudadanos herbartianos, procognitivos y exotéricos. Herbartianos (en homenaje a Johann Heinrich Herbart, creador de la Pedagogía) en el sentido de que el motor que los mueve para aprender es la “actitud receptiva hacia el planteamiento de preguntas sin respuesta y problemas sin resolver” (Chevallard, 2013). Procognitivos en el sentido de propender al conocimiento que está por descubrirse y no a la revisión del conocimiento ya descubierto. Exotéricos en oposición a esotéricos, entendiendo esto último como conocedores por completo de los conocimientos disponibles sobre una disciplina. En ese sentido, exotéricos como inmersos en un proceso indefinido de estudio en el que siempre hay lugar para nuevos conocimiento sobre una disciplina.

### **Recorridos de estudio e investigación**

Para que los postulados anteriores, acerca de lo que es deseable que la educación provea a los individuos, sean realizables, debe contarse con un proceso de estudio, fundado en la teoría de respaldo (en este caso la TAD) que provea un marco desde el cual idear las acciones para llevar adelante.

Desde la TAD se propone un dispositivo didáctico que analiza las actividades de modelización en términos de cuestiones y de respuestas: los recorridos de estudio e investigación. Este proceso de estudio aparece como respuesta a las miradas formalistas y monumentalistas de la educación. Desde estas miradas, las actividades de enseñanza tienen su esencia en replicar los procesos ya desarrollados, en el primer caso, y reconocer un conocimiento ya terminado, en el segundo. De esta manera, se dejan de lado las preguntas que llevaron a la humanidad a construir respuestas, privilegiando los saberes involucrados para crear las respuestas. Así, la enseñanza, y en particular la

enseñanza matemática, es un vehículo de saberes a-históricos en el sentido de atemporales y despojados de los avatares que las diferentes generaciones atravesaron para lograr su reconstrucción provisoria y actual. En cambio, en coherencia con la formulación del contraparádigma *cuestionamiento del mundo*, Chevallard (2013) propone la *funcionalidad* de los procesos de estudio. Es decir, rescatar las cuestiones y sus respuestas como motor que genera los procesos de estudio. De este modo, los saberes adquieren sentido en tanto pueden proveer de respuestas a cuestiones fecundas. De ahí, que se irá en la búsqueda de los saberes en tanto sean funcionales a dar una respuesta a la cuestión que dio origen al proceso de estudio. La articulación de estas cuestiones y sus respuestas, que a su vez generan nuevas cuestiones y nuevas respuestas, es entonces lo que conocemos como recorridos de estudio e investigación (en adelante REI).

### **El desarrollo del mini curso**

El mini curso constará de cuatro etapas según se describe a continuación.

1) Contacto con algunos desarrollos teóricos de la TAD mediante la lectura de los documentos:

Chevallard Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contra paradigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (2), pp. 161 -182.

Serrano L., Bosch M., Gascón J. (2013). Recorridos de estudio e investigación en la enseñanza universitaria de ciencias económicas y empresariales. *Uno*, 62, pp. 39-48.

Rey M. (2016, a). La camiseta de Luis Suárez: un recorrido de estudio e investigación para la enseñanza en el nivel secundario. *Reloj de agua*, 13, pp. 5-16

Con estas lecturas previas a las etapas que se desarrollarán durante el congreso, pretendemos un primer acercamiento a la mirada que de la modelización matemáticas se tiene desde la TAD, que además permita un intercambio entre los participantes del mini curso.

2) En la primera instancia de encuentro en el mini curso, los participantes intercambiarán acerca de las nociones teóricas trabajadas en las lecturas. Sobre el final

de esta primera jornada de trabajo, se presentará a los cursantes algunas experiencias previas en el trabajo con los REI de la autora, reportadas en Rey 2016 (b), y un REI que se comenzará a desarrollar en la segunda instancia de trabajo.

3) En la segunda instancia de encuentro en el mini curso, los participantes desarrollarán parcialmente (debido a la limitación de tiempo con que se cuenta) un REI que parte de la siguiente cuestión inicial:

*Diseño de una montaña rusa*

*a) Uno de los proyectos de la nueva administración municipal de la ciudad de Montevideo consiste en la renovación de los juegos del Parque Rodó. Para ello, llama a concurso a organizaciones interesadas en plantear el diseño de una nueva montaña rusa, teniendo en cuenta que para que funcione correctamente, los carritos no pueden despegarse de los rieles en ningún momento. Si deciden participar del concurso, tengan en cuenta que el diseño más original y que cumpla con las especificaciones, ganará un premio de veinte mil dólares.*

*¡Esperamos sus ideas!*

*b) Presentar un reporte de todos los bocetos, intentos, ideas y eventuales procedimientos matemáticos por los que pasaron en la elaboración del diseño en que se vean las cuestiones sucesivas y las respuestas obtenidas, o las preguntas que se dejaron sin responder. Si utilizaron algún programa informático, también deben anexar al reporte un archivo con el trabajo realizado en dicho software.*

Sobre el final del mini curso se realizará un intercambio sobre lo trabajado hasta el momento.

4) Los participantes del mini curso que así lo deseen, podrán seguir trabajando en el REI y en una adaptación para implementar con sus alumnos (del nivel educativo que elijan) después de finalizado el mini curso. Por ello se prevé una instancia de intercambio sobre estos diseños o eventuales implementaciones vía correo electrónico.

Se espera que el trabajo en estas cuatro etapas provea a los participantes del mini curso de elementos teóricos así como experimentales sobre la modelización matemática mirada desde la TAD. Creemos que toda esta experiencia puede aportar a que los docentes participantes puedan ampliar sus prácticas de enseñanza, incorporando un tipo

de actividades que proponen cambios en la distribución de responsabilidades en la clase hacia una distribución más democrática del poder. Otro aporte que esta experiencia puede brindar a los participantes es tomar contacto con actividades que problematizan la desarticulación de la matemática escolar así como la desarticulación entre esta y otras disciplinas.

### Referencias bibliográficas

- Blum, W. (2005), ““Filling Up”” – The Problem of Independence-preserving Teacher Interventions in Lessons with Demanding Modelling Task”, *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, San Feliu de Guixols, España, 17-21 de febrero.
- Blum, W. y M. Niss (1991), “Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction”, *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), pp. 37-68
- Bosch, M., García, F.J., Gascón, J., Ruiz Higuera, L. (2006) La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación matemática*, 18(2), pp. 37-74
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (2), pp. 161 -182
- Niss, M. (1999), “Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics”, *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), pp. 1-24
- Rey, M. (2016,a). La camiseta de Luis Suárez: un recorrido de estudio e investigación para la enseñanza en el nivel secundario. *Reloj de agua*, 13, pp. 5-16
- Rey, M. (2016 b). Propuesta didáctica para la formación del profesorado: el caso de la derivada como herramienta de modelización matemática. Tesis de maestría no publicada. CICATA-IPN, México.
- Serrano, L., Bosch, M., Gascón, J. (2013). Recorridos de estudio e investigación en la enseñanza universitaria de ciencias económicas y empresariales. *Uno*, 62, pp. 39-48.