

## ENSEÑAR Y APRENDER CON GEOGEBRA, OTRA MIRADA DE LA MATEMÁTICA

Arroyo Paula – Bambace Marcela – Cornacchione Alicia – Walsh Patricia  
parroyo@mvl.edu.ar – parroyo@mvl.edu.ar – acornacchione@mvl.edu.ar – pawalsh@mvl.edu.ar  
Centro Fermat, Secretaría de Educación de Vicente López. Buenos Aires, Argentina.

Tema: Formación de profesores y maestros

Modalidad: Comunicación breve (CB)

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: GeoGebra, enseñanza dinámica, aprendizaje dinámico.

### Resumen

*En el presente trabajo se describen los objetivos y el desarrollo del curso de capacitación de la Secretaría de Educación del municipio de Vicente López, Buenos Aires, Argentina.*

*A partir de la llegada de la computadora al aula, surge la necesidad de capacitar a los maestros y profesores en el uso de TIC y en particular del software GeoGebra. En este contexto, se implementa un curso online, para docentes de escuelas públicas y privadas. El curso en dos años, abarca los temas de la currícula de cada uno de los seis años del nivel medio y del segundo ciclo del nivel primario. Tiene una duración de 28 semanas por año y comenzó a dictarse en 2015.*

*La incorporación en el aula de recursos tecnológicos cuando es significativa, siempre produce un cambio metodológico. Es por eso que, más allá del aprendizaje técnico del software, el curso tiene como finalidad mostrar el cambio que se produce en el proceso enseñanza-aprendizaje de matemática, cuando se introduce una herramienta dinámica. Se brindan herramientas para que el docente cree materiales que favorezcan su desempeño en el aula y que permitan ser al alumno protagonista de su aprendizaje, logrando que experimente, descubra y saque conclusiones.*

### 1. Introducción

La matemática es una actividad que ha sido empleada a lo largo de los siglos con objetivos diversos, como instrumento para elaborar vaticinios, como camino de acercamiento a la divinidad, como herramienta para la exploración del Universo, etc. Es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. Todo esto sugiere que no sea una realidad de abordaje sencillo. El aprendizaje de esta disciplina tampoco lo es, pues involucra a personas que se encuentran en crecimiento, y a su vez están insertas en una sociedad en permanente cambio con una cultura y una política determinada.

La formación recibida por los actuales docentes en el área de matemática estuvo basada en el aprendizaje de métodos de demostración, en ejercicios de aplicación de reglas,

fórmulas y algoritmos. La corriente axiomática de la matemática moderna y la teoría conjuntista la cargaron aún más de simbolismo que resulta difícil de alcanzar para la generalidad de los alumnos. Así nos encontramos con un panorama bastante desalentador donde es palpable la brecha que existe entre el profesor que intenta transmitir el saber matemático y el gusto por la disciplina, y los alumnos que no comprenden para qué se estudia y por lo tanto no se interesan en ella.

Resulta fundamental darle un nuevo sentido a lo que el alumno debe aprender. Para ello debemos reflexionar sobre nuestra práctica de enseñanza y preguntarnos si realmente incentiva al alumno que transita la escuela en la actualidad.

La tecnología es hoy un recurso que no puede ser excluido del aula, sin embargo somos conscientes de que la renovación en este aspecto no alcanza sólo con equipamiento e infraestructura adecuada. La incorporación de las TIC en el aula no será realmente efectiva si no está acompañada de docentes que, basados en su experiencia, aborden los distintos aspectos de la didáctica ayudados por los recursos tecnológicos para que el trabajo pedagógico sea más efectivo.

Las capacitadoras involucradas en este proyecto creemos que no sólo es necesario que los maestros y profesores aprendan el uso del software GeoGebra, estamos convencidas de que un verdadero cambio se produce cuando el docente incorpora este recurso a su práctica profesional. Por ello aspiramos a que mediante este curso virtual los docentes experimenten los beneficios que se producen en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática cuando se introduce una herramienta dinámica.

En este curso online se muestran secuencias didácticas para que el educador analice y, sirvan de base para luego crear materiales que favorezcan su desempeño en el aula y permitan que el alumno experimente, descubra y saque conclusiones, con el objetivo de que sea el protagonista de su aprendizaje.

### 1.1 Destinatarios del curso

Maestros y profesores de escuelas primarias, secundarias y técnicas; estatales y privadas del municipio de Vicente López.

### 1.2 Por qué la elección de la modalidad online

En el 2014 la Secretaría de Educación brindó 3 talleres de capacitación, que evidenciaron los distintos niveles de dificultad en el manejo del software que no

podían ser resueltos en el encuentro. Por otro lado la asistencia irregular, impidió la continuidad necesaria en todo proceso de aprendizaje.

El docente en general tiene poco tiempo extra laboral para capacitarse. En especial el profesor de escuela media, que da clases en distintos establecimientos, lo que dificulta la asistencia con regularidad a una actividad.

La capacitación virtual tiene una metodología de trabajo cuyas característica relevante es, precisamente, la posibilidad de acceder durante las 24 horas del día al curso, manejando tiempos y ritmos de estudio y trabajo, adecuándose a la situación personal de cada uno. De esta manera, el docente es quien va diseñando su proceso de aprendizaje al trabajar con los contenidos en forma más autónoma, en el momento y con la velocidad que desea, permitiendo a cada usuario organizar sus tiempos.

También, tiene la oportunidad de hacer preguntas y resolver los problemas con la guía de sus tutores y el apoyo de sus pares, de modo que favorece la creación de un ambiente de aprendizaje colaborativo.

### 1.3 Porque la elección de GeoGebra

El software está instalado en las netbooks que una cantidad importante de alumnos poseen. Muchas instituciones están tratando de favorecer su uso, facilitando notebooks a los docentes e instalando, según las posibilidades económicas de cada institución, pizarras electrónicas.

GeoGebra es un programa que combina elementos de Geometría, Álgebra, Análisis y Estadística con la gran ventaja, tanto para instituciones como para usuarios, que es libre y gratuito y funciona en varios sistemas operativos, en PC y diversos dispositivos móviles.

GeoGebra fue elaborado con una visión colaborativa, por lo cual es posible acceder a espacios de ayuda, recursos, foros y wikis que usuarios de todo el mundo mantienen en constante renovación, pero lo más relevante desde el punto de vista didáctico y metodológico, es su dinamismo.

## 2. Objetivos

1. Capacitar al docente en el manejo del GeoGebra, aplicado a los contenidos del diseño curricular, de modo que pueda incorporarlo en sus clases.

2. Que el educador utilice las TIC en su práctica profesional e intercambie sus experiencias en el foro de discusión, para enriquecimiento del grupo docente.
3. Incentivar el trabajo colaborativo y revalorizar el protagonismo de los alumnos en el proceso de aprendizaje, a través de la participación más activa en las clases y en las tareas asignadas.
4. Brindar una serie de secuencias didácticas que orienten al docente sobre cómo organizar la clase aprovechando el uso de un recurso informático.

### 3. Implementación

#### 1. Organización del curso

La capacitación es online y se dicta para docentes de primaria (segundo ciclo) y de secundaria (de 1ro a 6to año). El curso completo tiene una duración de dos años.

Comienza en abril y finaliza en noviembre (28 semanas). Está dividido en dos partes, A y B. En el 2015 se dictó la parte A y en el 2016 se dictarán A y B en forma paralela, para cada nivel de escolaridad:

Curso A: docentes que realizan el curso por primera vez.

Curso B: docentes que haya realizado el curso en el 2015 o tengan conocimiento previo de GeoGebra y estén interesados en los temas del Curso B.

Cada docente podrá inscribirse como máximo en 2 cursos (indistintamente de primaria o secundaria, cursos A o B).

La capacitación es gratuita y puede realizarla cualquier docente de matemática de escuela pública o privada, primaria, secundaria o técnica, del municipio de Vicente López.

No otorga puntaje, pero se entrega Certificación de 60 hs, al docente que cumpla con los siguientes requerimientos:

1. Asistencia a las dos clases presenciales.
2. Presentar satisfactoriamente como mínimo seis de las diez actividades que se propondrán en cada uno de los niveles

#### 2. Aula Virtual

Los docentes acceden al material a través de una plataforma Moodle institucional.

Las capacitadoras decidimos utilizar la plataforma Moodle de aprendizaje a distancia, porque nos permitió gestionar un modo de enseñanza adecuado a los intereses y objetivos que nos propusimos, además es la que la Municipalidad de Vicente López ofrece.

Gracias a que moverse dentro de Moodle es sencillo, y la reproducción de videos es bien conocida, no se producen problemas por el manejo de esta tecnología, lo que permite enfocarse en los contenidos del curso.

El material está siempre disponible y se puede acceder a él, las veces que el usuario considere necesario.

Se cargan en la plataforma: videos, documentos en distintos formatos y otros recursos, así como también actividades sugeridas propias del contenido abordado para realizar con los alumnos en el aula. Los mismos se suben 2 veces al mes.

El curso está dividido por niveles: uno de primaria y seis de secundaria. Los grupos son cerrados y tienen un cupo máximo de 25 docentes.

### 2.1. Videos

Para cada contenido hay uno o varios videos. Los videos tiene una duración promedio de 10 minutos, no excediendo los 15 minutos. En el 2015, las capacitadoras del curso, grabaron en total 125 videos, utilizando el software Camtasia.

### 2.2. Actividades y recursos

Luego de cada uno de los temas tratados en los videos, se sugieren actividades para trabajar en el aula o para que realicen los alumnos en su casa. Muchas de estas actividades distan mucho de los clásicos ejercicios propuestos para realizar a mano y en algunos casos se incluyen actividades de temas que exceden la currícula, pero que completan un contenido sin agregar dificultad en la comprensión y realización por parte de los alumnos.

Es en las actividades, donde a partir de las preguntas y secuencias sugeridas, se fomenta que el alumno experimente, investigue, cuestione y saque sus propias conclusiones.

También se incluyen Applets del GeoGebraTube que, con su dinamismo, sirven para visualizar y experimentar.

### 2.3. Foro

La plataforma cuenta con un foro de discusión entre docentes del mismo grupo y la posibilidad de consultar dudas e inquietudes al docente tutor. Aunque este espacio es de suma importancia, para compartir ideas e inquietudes, los educadores se resisten a su uso, y no siempre leen los aportes de los docentes de su grupo o las tutoras. Prefieren la comunicación personal con su tutora.

### 3. Actividad presencial

Primer encuentro (obligatorio): Se realiza dos semanas previas al comienzo del curso. Para facilitar la asistencia al mismo, se ofrecen cuatro posibles días. La finalidad de este encuentro es disipar todas las dudas que pueden surgir en el ingreso a los respectivos cursos de plataforma Moodle y cómo moverse dentro de ella.

Consultas (optativas): una vez por mes, todos los alumnos tienen la posibilidad de encontrarse con su tutora para plantear todas las dudas que fueran surgiendo y que prefiera realizar de manera presencial.

Encuentro final (obligatorio): se realiza en el mes de noviembre, dos semanas después de haber finalizado la incorporación de temas en el aula virtual. Varias son las finalidades de este encuentro: reflexionar sobre la práctica docente a partir de la incorporación de un software dinámico en el aula; compartir experiencias de los maestros y profesores que fueron incorporando lo aprendido en el aula; apreciaciones sobre el desarrollo del curso online y la entrega del certificado, para aquellos que hayan cumplido con los requerimientos.

### 4. Conclusiones

1. El curso además de ser un espacio de aprendizaje para docentes y capacitadoras, ha permitido que reflexionáramos sobre el reto que supone entender cómo utilizar GeoGebra para mejorar la enseñanza de la matemática, diferenciar una calculadora o una graficadora con un software dinámico. Analizar los roles del alumno y del profesor en ese contexto. Pensar cómo medir los resultados obtenidos y definir los objetivos a los que se pretende llegar, mediante el uso de una herramienta dinámica.

2. Hemos observado que, a medida que los docentes se van familiarizando y afianzando en el uso del GeoGebra, las satisfacciones que van consiguiendo gracias al software, el placer de descubrir más y más conexiones matemáticas, ya conocidas, por supuesto, pero que aparecen como nuevas, asombrándose en la visualización dinámica de cada una de las propiedades, conforman un impulso irreversible. Ya no se imaginan dejar de hacer todo lo posible para que los alumnos tengan la posibilidad de acceder a la ayuda que GeoGebra proporciona para alcanzar los placeres del descubrimiento, de forma que valoran cualquier propuesta de actividad con GeoGebra en la medida que acrecienta esa posibilidad.
3. El curso dictado en forma online, con tiempo para aprender, ejercitar, consultar y repensar la práctica docente desde otro lugar, brinda los frutos que no se habían logrado con los talleres dados en el 2014 que, con poco tiempo de duración y sin continuidad, más que capacitar, en algunos docentes, produjeron la creencia que nunca lograrían entender cómo y para qué usar un software en las clases de matemática.

### Referencias bibliográficas

- Arias Madriz, R. (2008). *Construcciones dinámicas con GeoGebra para el aprendizaje y enseñanza de la matemática*. Liceo Elías Leiva Quirós Costa Rica. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/297-547-1-DRT.pdf>
- Cappelletti, Graciela (coordinadora) (2008). *Matemática y geometría*. Buenos Aires: Ministerio de Educación - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Recuperado de [http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria\\_media.pdf](http://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_media.pdf)
- Carrillo De Albornoz Torres, A. & Llamas Centeno, Inmaculada. (2009). *GeoGebra mucho más que geometría dinámica*. España: RA-MA S.A.
- Itzcovich, Horacio. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- López Almería, M. de M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria, al introducir GeoGebra en el aula*. (Tesis inédita Doctoral). Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Almería. Recuperado de [http://archive.geogebra.org/en/upload/files/Tesis\\_MariadelMarGarciaLopez.pdf](http://archive.geogebra.org/en/upload/files/Tesis_MariadelMarGarciaLopez.pdf)

Pinasco, J.P., Amster, P., Saintier, N., Laplagne, S. & Saltiva, I. (2009). *Las Geometrías*. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación de la Nación, INET.

Podestá P. (compiladora). (2011). *Geometría*. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación de la Nación. Recuperado de <http://bibliotecadigital.educ.ar/uploads/contents/M-Geometria0.pdf>

## **Anexo**

### **Ejemplificación del enfoque de los videos**

Mostramos en tres temas distintos, el enfoque que se da a los videos y las actividades propuestas para los alumnos.

#### 1. Contenido de 1° año secundaria

##### *Motivación:*

Al momento de abordar la suma de los ángulos interiores de un polígono es muy engorroso deducir la fórmula pues involucra dibujar distintos polígonos, medir (aproximando) y es poco probable realizar el análisis para muchas figuras debido al tiempo que esto conlleva. El GeoGebra brinda la posibilidad de descubrir la propiedad en pocos pasos y verificarla para gran cantidad de polígonos. En el video se trabaja con construcción de figuras, ángulos, textos dinámicos y hoja de cálculo para volcar resultados, todo enmarcado en una secuencia didáctica.

##### *Construcción:*

1. Construir un cuadrilátero ABCD, marcar sus ángulos interiores y calcular la suma de los mismos (comprobar que la suma no varía al modificar el cuadrilátero)
2. Realizar los pasos anteriores para un pentágono ABCDE y un hexágono ABCDEF.
3. Trazar en cada una de las figuras anteriores todas las diagonales que pasan por el vértice A.

##### *Investigar:*

¿En cuántos triángulos quedaron divididos los polígonos en cada caso?

¿Qué relación encuentra entre la cantidad de lados de la figura y el número de triángulos?

¿Se puede calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono a partir de los ángulos interiores de los triángulos en los que queda dividido?

Teniendo en cuenta lo antes visto ¿Qué conclusión obtiene? ¿puede enunciar una fórmula general?

## 2. Contenido 2º año secundaria

### *Motivación:*

El objetivo de esta actividad es analizar el área y el perímetro de los triángulos de igual base construidos entre rectas paralelas (la base sobre una recta y el vértice en la otra) y optimizar el perímetro. Resolver analíticamente este problema es muy engorroso, sin embargo con GeoGebra, resulta muy fácil ver y hallar la respuesta con exactitud.

El alumno necesita para esta actividad, tener el concepto de área; perímetro y rectas paralelas.

### *Construcción:*

1. Construir una recta dados dos puntos A y B
2. Trazar una recta paralela a la anterior
3. Marcar un punto sobre esta última recta. Llamarlo C.
4. Definir el triángulo ABC
5. Mueve el punto C (vértice del triángulo).

### *Investigar:*

¿Qué sucede con respecto al valor del área? ¿Por qué cree que pasa eso?

¿Cómo varía el perímetro a medida que se desplaza al punto C, desde el punto más a la izquierda de la pantalla, hacia la derecha?

¿Podría afirmarse que la función perímetro toma un mínimo?

¿Cuál es la posición del punto C, que hace que el perímetro sea mínimo?

¿Este método encuentra exactamente el mínimo?

¿Qué tipo de triángulo parece ser? Verifíquelo construyendo dicho triángulo con la misma base AB.

¿Cuál es el valor del perímetro mínimo?

## 3. Contenido de 5º año secundaria

### *Motivación:*

Cuando se da la función exponencial, casi nunca se presenta a los alumnos la función logística, y es razonable desde el punto de vista del cálculo, pero no lo es respecto a

describir modelos reales. Esta es una posibilidad que nos brinda GeoGebra dado que, con lo aprendido de exponencial, conceptualmente está al alcance del alumno. Es recomendable hablar de la función logística, ya que es una función matemática que aparece en variados problemas de crecimiento de poblaciones, de enfermedades epidémicas y difusión de las redes sociales.

*Propuesta:*

En la isla PERDIDA, no se registró presencia de conejos y se colocan 100 ejemplares de esta especie, de ambos sexos. Como la vegetación y condiciones que ofrece la isla son buenas, la tasa de crecimiento poblacional es del 10% mensual.

A partir de esta información se llega a que la función que describe el crecimiento es:

$$CP(t) = 100(1.10)^t$$

En la isla ENCONTRADA también se implantan 100 conejos, pero dado que esta isla es mucho más pequeña y tiene condiciones no del todo favorables, hay un número máximo de conejos que pueden sobrevivir en ella.

A partir del seguimiento de la población de conejos se establece que para esta isla el crecimiento está representado por la función:

$$CE(t) = \frac{1.000}{1 + 9e^{-0.09t}}$$

*Actividad:*

- Realizar en un mismo gráfico la representación del crecimiento en ambas islas
- Calcular la cantidad de conejos en ambas islas a los 8 meses, a los 2 años y a los 10 años.
- ¿Puede estimar el número máximo de conejos en cada isla?

Si es posible, estimar con GeoGebra a partir de cuándo se alcanza ese valor máximo.