

## POSIBILIDADES Y RETOS DE LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Carmen Batanero  
batanero@ugr.es  
Universidad de Granada, España

Tema: Pensamiento probabilístico estadístico  
Modalidad: Conferencia Plenaria  
Nivel educativo: Educación Primaria  
Palabras clave: Probabilidad, Educación Primaria, Enseñanza

### Resumen

*En la actualidad encontramos diferentes criterios sobre la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. Mientras países como Uruguay o España la incluyen desde los primeros niveles, en otros se retrasa incluso a la educación secundaria. En esta conferencia analizamos las razones que justifican la importancia de una introducción temprana de la probabilidad, resumimos algunas investigaciones que indican que el niño tiene un razonamiento intuitivo correcto en situaciones aleatorias sencillas y sugerimos algunos principios metodológicos y actividades para facilitar la introducción de la probabilidad a los niños. Se finaliza con algunas sugerencias para avanzar en la enseñanza e investigación sobre el tema.*

**Palabras clave:** Probabilidad, Razonamiento probabilístico, Enseñanza, Educación Primaria.

### Introducción

Puesto que vivimos en un mundo caracterizado por el azar, hemos de preparar a los futuros ciudadanos para desenvolverse en ambiente de incertidumbre, comprender las situaciones aleatorias y tomar decisiones adecuadas. Esta necesidad ha llevado a la idea de *alfabetización probabilística*, como conjunto de conocimientos, capacidades y actitudes que permiten al ciudadano desenvolverse frente a los fenómenos aleatorios (Gal, 2005).

Como indicó Fischbein (1975), la enseñanza del tema desde una edad temprana es también necesaria para el desarrollo de la intuición de los estudiantes: La comprensión del azar no se alcanza espontánea y completamente en la edad adulta, porque nuestro pensamiento está orientado a explicaciones deterministas, debido a las tradiciones culturales y educativas. Si se excluye la probabilidad, el currículo de matemáticas será

completamente determinista; es necesario mostrar al alumno una imagen más equilibrada de la realidad, en la que hay una fuerte presencia de fenómenos aleatorios. Además, la probabilidad es una rama importante de la matemática, con múltiples aplicaciones en todos los campos de la actividad humana y el conocimiento probabilístico es básico en muchas materias; por ello, ayuda a los estudiantes a prepararse para la vida.

Todas estas razones han llevado en las últimas décadas a incluir la probabilidad desde la educación primaria, ampliando progresivamente los contenidos trabajados y su nivel de profundidad (Consejo de Educación Primaria, 2008; NCTM, 2000; MEC, 2006; MECD, 2014). En estos documentos oficiales se propone una enseñanza activa y experimental de la probabilidad en la educación primaria, apoyada en materiales manipulativos y representaciones, para ofrecer a los niños una experiencia estocástica desde su infancia.

Sin embargo, la tendencia está cambiando en algunos países. Como sugiere Langrall (2016), mientras que en el año 2005 la mayoría de estados americanos incluían probabilidad a lo largo de toda la educación primaria, en 2015 la mayoría ha adoptado los estándares CCSSI, (2010), que retrasan la probabilidad al 6º curso de la educación primaria; en algunos casos se pospone incluso a la educación secundaria. Coincidimos con la autora, en que las razones argumentadas para el cambio no son coherentes con los resultados de la investigación didáctica. En esta presentación resumimos algunas de dichas investigaciones y defendemos la posibilidad e importancia de que el niño comience a trabajar con situaciones aleatorias lo antes posible.

### **¿Cómo razona el niño en situaciones de azar?**

Para abordar con éxito la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria hay que preguntarse si los niños comprenden el azar y cómo razonan ante situaciones aleatorias. Podemos apoyarnos para responder esta pregunta en las investigaciones realizadas con niños, en especial las de Piaget e Inhelder (1951), con su teoría constructivista y su descripción de etapas en el razonamiento de los niños, así como en las de Fischbein (1975) que resalta el papel de la intuición. Otras muchas investigaciones con niños, que

apoyan nuestra conclusión se describen con detalle en Bryant y Nunes (2012) y en Langrall y Mooney (2005).

El primer paso para comenzar a enseñar probabilidad es asegurarnos que los niños pueden diferenciar las situaciones aleatorias y deterministas. Piaget e Inhelder (1951) pensaron que los niños pequeños no las podían distinguir, debido a que estos autores tenían una concepción muy compleja del significado del azar. Según su visión, el azar ha de verse como resultado de la interferencia y combinación de una serie de causas, que actuando independientemente, producen un resultado inesperado. En consecuencia asumen que la comprensión del azar implica las ideas previas de causa y efecto y el razonamiento combinatorio. Puesto que la comprensión de estos conceptos no se alcanza hasta la adolescencia (etapa de las operaciones formales), Piaget e Inhelder asumieron que hasta dicha edad no es posible comprender completamente el azar.

Fischbein (1971) por el contrario, rebate esta teoría y sugiere que la intuición primaria del azar, aparece antes de los 7 años. Su supuesto se basa en la observación de esta intuición cuando los niños practican juegos de azar sencillos, donde los niños son capaces de elegir un resultado de mayor probabilidad. Por ejemplo, si damos a un niño de 4-5 años dos cajas con bolas de dos colores (por ejemplo, blancas y rojas) y le preguntamos en cuál de las dos cajas hay más posibilidad de sacar una bola roja, el niño elegirá la caja adecuada, si el número de bolas blancas es el mismo en las dos cajas, y siempre que el número total de bolas sea pequeño.

Esta intuición se desarrolla espontáneamente con la edad. Hacia los siete años sabrá resolver el problema anterior, si el número de bolas rojas es igual en las dos cajas y el número de bolas blancas diferentes. Es decir, estos niños diferencian la idea de suceso contrario y razonan eligiendo la caja con menos casos desfavorables, cuando el número de casos favorables es el mismo en las dos cajas. Hacia los 10-11 años pasan a resolver problemas en que los casos se pueden poner en correspondencia mediante una proporción; por ejemplo, si en una caja hay doble número de bolas rojas que blancas y en otra la proporción es menor o mayor que el doble. Los adolescentes progresan

rápidamente en el cálculo de probabilidades en este problema, una vez que se domina la comparación de fracciones con diferente denominador.

La cuantificación de probabilidades, cuando el experimento es compuesto requiere de capacidad combinatoria, es decir, de enumerar correctamente todos los casos favorables y posibles en un experimento. Esta capacidad se desarrolla lentamente, como se observa cuando se da a un niño pequeño un pequeño número de objetos para permutar o para combinar (por ejemplo, se le pide vestir de todas las maneras posibles una muñeca, dándole pantalones y faldas de diferentes colores). En una primera etapa el niño no tiene un sistema de enumeración; actúa por ensayo y error y repite posibilidades. Más adelante inventará alguna regla, pero no es consistente. Por ejemplo, hace una permutación y a continuación coloca los objetos en orden inverso. Sólo hacia la adolescencia el niño es capaz de crear un sistema de enumeración sistemática que agota todas las posibilidades sin repetir ninguna.

Además del razonamiento proporcional y combinatorio, es necesario tener en cuenta las ideas espontáneas de los niños sobre las situaciones de azar, que a veces no coinciden con las matemáticas. Por ejemplo, algunos niños no creen en la equiprobabilidad de los sucesos elementales, en experimentos como lanzar un dado o extraer una bola de una urna. Por ejemplo, Green (1983), en su estudio con 3000 niños de entre 11 y 16 años encontró alrededor de un 25% de niños que pensaban que, al lanzar un dado ordinario, alguno de números tenía mayor probabilidad de salir que el resto.

En contraste, otros niños muestran el *sesgo de la equiprobabilidad*, que consiste en asignar la misma probabilidad a los resultados de experiencias incluso en situaciones en las que los resultados no tienen la misma probabilidad. Por ejemplo, al lanzar un dado y preguntar por la probabilidad de las posibles sumas, algunos chicos consideran que todas ellas tienen la misma probabilidad, simplemente porque se trata de un experimento aleatorio. Cañizares (1997) encontró este sesgo en el 22% de una muestra de 394 niños de 10 y 14 años.

A pesar de estos sesgos, muchos autores realizan experiencias de enseñanza con niños, mostrando que son capaces de razonar de forma intuitivamente correcta ante situaciones aleatorias sencillas. Por ejemplo, Falk, Falk y Levin (1980) proponen a los niños problemas de comparación de probabilidades (en contextos de urnas en bolas y ruletas), variando el número de casos favorables y posibles, así como el color requerido para obtener un premio. Sus resultados indican que, a partir de los 6 años los niños comienzan a elegir sistemáticamente la opción más probable.

### **¿Cómo trabajar la probabilidad en la Educación Primaria?**

Las anteriores investigaciones nos proporcionan sugerencias para facilitar el razonamiento probabilístico de los niños. De Piaget e Inhelder (1961) se puede recoger la idea de que el aprendizaje surge de la experiencia, la actividad y el conocimiento previo. Si asumimos que el conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente del entorno, surge la importancia de una enseñanza activa por parte de los niños, también en el campo de la probabilidad. Fischbein (1975) nos indica la importancia de aprovechar la base intuitiva y sus experiencias posteriores apoyadas en material manipulativo indican que los niños pueden mejorar sus intuiciones y aprender a calcular o estimar probabilidades sencillas. Recomienda también el apoyo visual del diagrama en árbol, que es una representación de la estructura del experimento, a la vez que un útil en cálculo de probabilidades.

Autores como Engel, Varga y Walser (1976) y Pérez (1995) plantean numerosas actividades con juegos y material manipulativo para niños de educación primaria. Alsina (2012), por su parte, analiza las posibilidades de juegos que los niños practican habitualmente (por ejemplo, con dados). En sus conversaciones, juegos, cuentos y canciones infantiles, se puede observar con frecuencia referencias al azar. Por ejemplo, los niños usan canciones como “Pito –pito” para echar a suertes en el escondite o en el rescate, juegan al parchís, la oca, organizan sorteos, etc. Como indica Alsina, dichos juegos pueden utilizarse con fines educativos para reforzar la intuición probabilística de los niños y su diferenciación de los sucesos seguros, imposibles y posibles.

Mediante un lenguaje elemental probabilístico, juegos, experimentos y observación de fenómenos naturales, se puede llevar al niño a reconocer la aleatoriedad y su presencia en la vida diaria. Una característica de estas situaciones es que los resultados individuales de una experiencia son *impredecibles*, mientras que el comportamiento general de un gran número de resultados sí se puede *predecir*. Ello quiere decir que podemos actuar con lógica frente a situaciones aleatorias, valorando el riesgo de nuestra decisiones (Bryant y Nunes, 2012).

Mediante material manipulativo de diferente tipo (fichas, ruletas, bolas en urnas, dados, etc.) y la observación y recogida de datos de situaciones cotidianas (meteorología, elecciones, etc.) se puede poco a poco comenzar a comparar cualitativamente algunas probabilidades sencillas. Al final de la educación primaria el niño aprenderá a estimar numéricamente algunas probabilidades sencillas. El enfoque frecuencial de la probabilidad que proponen los documentos curriculares para complementar el significado clásico permitirá conectar estadística y probabilidad y adquirir experiencia con fenómenos aleatorios.

Un aspecto importante que el maestro debe comprender en este enfoque es la diferencia entre probabilidad (valor teórico constante) y frecuencia relativa (estimación experimental de la probabilidad, que obtenemos en un número limitado de ensayos). Es posible que los niños se sorprendan si trabajan en pequeños grupos al obtener resultados diferentes en cada grupo. El maestro puede reunir todos los resultados de la clase para obtener una mejor estimación de la probabilidad; un objetivo importante será comprender que las muestras pequeñas de resultados (obtenidas en cada grupo) son menos fiables que las muestras grandes (resultados de toda la clase) (Godino, Batanero y Cañizares, 1987).

El uso de software educativo ha ampliado mucho las posibilidades didácticas del enfoque frecuencial, pues en la computadora se pueden repetir experiencias simuladas un número suficiente de veces de manera que es posible observar las tendencias globales. La amplia disponibilidad de tecnología facilita hoy día la enseñanza de la

probabilidad, pero a la vez plantea nuevos retos a la investigación. Por un lado, ya no son necesarios los cálculos tediosos o los ejercicios repetitivos sobre lectura de las tablas de las distribuciones. La tecnología realiza estos cálculos en segundos y proporciona los valores de la probabilidad, a la vez que los representa en una diversidad de gráficos dinámicos cuya comprensión está al alcance de los niños.

### **Retos para la formación del profesorado**

Es claro que una buena enseñanza de la probabilidad, pasa por tener profesores entusiasmados por el tema y bien preparados. Sin embargo, algunos profesores y estudiantes para profesor de educación primaria pueden sentirse inseguros al enseñar la probabilidad a los niños, por no haber recibido suficiente formación sobre didáctica de la probabilidad o no tener experiencia en su enseñanza. Esta tesis se muestra en algunos estudios con profesores en diferentes países que, aún siendo conscientes de la importancia del tema para sus estudiantes indican diversas razones para reducir u omitir su enseñanza, como la falta de tiempo debido a lo apretado de los programas o su inseguridad para enseñarlo (e.g., Alpízar, Chavarría y Oviedo, 2015).

Será importante, entonces, valorar y reforzar tanto los conocimientos, como la componente emocional en la formación del profesorado para enseñar probabilidad, pues si un profesor no valora un tema, no está preparado para impartirlo o le disgusta, no logrará un aprendizaje efectivo por parte de los alumnos.

**Agradecimientos:** Proyecto EDU2013-41141-P (MEC) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

### **Referencias bibliográficas**

- Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alpízar, M., Chavarría, L. y Oviedo, K. (2015). Percepción de un grupo de docentes de I y II ciclo de educación general básica de escuelas públicas de Heredia sobre los temas de estadística y probabilidad. *Actualidades Investigativas en Educación* 15(1), 1-23.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho,

- y F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade do Minho.
- Batanero, C. y Sánchez, E. (2013). Atzar i probabilitat a l'Escola Primària. *Perspectiva Escolar*, 370.
- Bryant, P., y Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability: a literature review*. Nuffield Foundation.
- Cañizares M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. <http://www.corestandards.org/Math/>
- Consejo de Educación Primaria (2008). Programa de educación inicial y primaria. Montevideo: Autor.
- Engel, A., Varga, T. y Walser, W. (1976). *Hasard ou stratégie?: jeux de combinatoire, de probabilités et de statistiques*. París: OCDL.
- Falk, R., Falk, R. y Levin (1980). A potential for learning probability in young children. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 181-204.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic reasoning in children*. Dordrech: Reidel.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39–63). Nueva York: Springer.
- Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En D. R. Gray, P. Holmes, V. Barnett, & G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics (Vol. 2, pp. 766-783)*. Sheffield, England: Teaching Statistics Trust.
- Langrall, C. W. (2016, en prensa). The rise and fall of probability in the k–8 mathematics curriculum in the United States. *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education*. Hamburg. International Commission for Mathematical Instruction.
- Langrall, C. W. y Mooney, E. S. (2005). Characteristics of elementary school students’ probabilistic thinking. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, pp. 95-119. Dordrech, Holanda: Kluwer.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*. Madrid: Autor.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pérez, P. (1995). Actividades de Probabilidad para la Enseñanza Primari. UNO, 5, 113-121.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France.