

# INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

**Font, V.**

Universitat de Barcelona

La Dra. Mar Moreno, coordinadora del seminario *Investigación en Didáctica de las Matemáticas por niveles educativos*, propuso a los ponentes hacer una reflexión de lo que ha supuesto la investigación didáctica en los últimos 20 años en los diferentes niveles educativos. Sugirió las siguientes preguntas alrededor de las cuales organizar las diferentes ponencias y a las que se debería intentar dar respuesta:

- ¿La investigación en Educación Matemática en cada nivel educativo ha sido un largo camino paralelo a las demandas del sistema educativo?
- ¿Cuáles son algunas de las aportaciones más relevantes de la investigación en Educación Matemática a la investigación y al sistema educativo?
- ¿Las actuales agendas de investigación en cada nivel educativo en qué medida atienden/se preocupan de las demandas y necesidades actuales del sistema educativo?

Se trata de preguntas que tienen un cierto territorio compartido por lo que, en esta ponencia que corresponde al nivel de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), voy a contestar brevemente a las dos primeras preguntas y voy a extenderme en la contestación a la tercera.

## 1. PRIMERA PREGUNTA

Con relación a la primera pregunta mi opinión, coincidente con otros investigadores, es que los caminos que siguen la investigación en Educación Matemática y las demandas del sistema educativo son caminos diferentes que, metafóricamente, podemos considerar como paralelos. El paralelismo se manifiesta, entre otros aspectos, en la existencia de revistas de profesores y revistas de investigadores o en la existencia de congresos para investigadores, por ejemplo los Simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), y congresos de profesores, por ejemplo las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM).

Si pretendemos responder a la pregunta ¿cuáles son los problemas más importantes a los que se enfrenta en la actualidad la investigación en Educación Matemática?, debemos dirigir la atención hacia los congresos importantes de esta área de investigación, por ejemplo el PME, en los que los asistentes no son, mayoritariamente, docentes de escuelas de primaria o institutos de secundaria, sino investigadores de universidades, y los trabajos que presentan suelen ser investigaciones didácticas o bien desarrollos de marcos teóricos.

Si nos fijamos en el sector del sistema educativo formado por los profesores que participan en congresos de profesores y nos preguntamos ¿a qué problemas se enfrenta este tipo de profesorado de matemáticas y cómo los intenta solucionar?, vemos que los profesores que participan en estos congresos presentan, sobre todo, experiencias

innovadoras. Se trata de presentaciones de procesos de instrucción realizados en sus centros educativos que destacan el uso de nuevos materiales didácticos, métodos, estrategias, etc. Son experiencias de procesos de instrucción cumplidos o en etapas de desarrollo que no involucran cambios macroestructurales.

## **2. SEGUNDA PREGUNTA**

Hay momentos en que el paralelismo deja paso a la convergencia, lo cual nos lleva a la segunda pregunta. La convergencia se manifiesta en que las experiencias innovadoras realizadas por los profesores en los centros de secundaria implican una reflexión, la formulación de preguntas y el uso de determinadas técnicas de recogida de la información, es decir, tienen elementos de una investigación didáctica. Es en la reflexión sobre la propia práctica donde al profesor le pueden ser útiles algunos de los constructos teóricos elaborados por la investigación en Educación Matemática. Otro aspecto, además de la reflexión sobre la propia práctica, donde la investigación ofrece aportes al sistema educativo es en la formación inicial y continua de profesores. Por ejemplo, en la Universitat de Barcelona el constructo *criterios de idoneidad*, propuesto por el enfoque ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007), nos está resultando muy útil en la formación inicial de futuros profesores de secundaria de matemáticas (Font, 2011).

Otro aspecto donde la investigación en Educación Matemática, y en general toda la investigación educativa, afecta a la vida del docente y al sistema educativo es en el momento que la investigación, realizada durante un periodo largo de tiempo, se convierte en el motor de alguna reforma del sistema educativo —un ejemplo paradigmático es el uso del constructivismo como base psicopedagógica de la LOGSE—. En estos casos, probablemente en lugar de hablar de aporte o convergencia, que tiene connotaciones positivas, sería mejor hablar de efectos sobre el docente y sobre el sistema educativo.

## **3. TERCERA PREGUNTA**

Con relación a la tercera pregunta voy a hacer primero una delimitación de los dos elementos que intervienen y a continuación comentaré cómo la investigación ha respondido a las diferentes demandas del sistema educativo en el nivel de la ESO.

### **3.1 Investigación y sistema educativo**

En este apartado voy a delimitar lo que voy a entender por investigación en Educación Matemática y por sistema educativo. Por investigación en Educación Matemática voy a entender las ponencias y comunicaciones presentadas en los Simposios SEIEM cuyas actas están en formato electrónico en la página web de esta sociedad. Por demandas del sistema educativo voy a entender las que he tenido yo como profesor que ha impartido clases, durante 23 años, en la franja de edades correspondientes a la ESO, en calidad de representante de un grupo de profesores que ha tenido un desarrollo profesional similar al mío.

*Investigación en Educación Matemática*

He optado por delimitar la investigación en Educación Matemática a las ponencias y comunicaciones presentadas a los Simposios SEIEM, entre otras razones, para complementar la información de otras ponencias de simposios anteriores que han optado por acotar la investigación a las tesis doctorales (Torralbo, Vallejo y Fernández, 2003) o bien a los artículos de revistas de impacto (Llinares, 2008; Planas, 2010) —por ejemplo, Llinares (2008) caracteriza la investigación en Educación Matemática realizada en España mediante los artículos publicados en revistas que aparecen en los listados del “ISI-web of knowledge” y del “European Reference Index for the Humanities” (ERIH) del European Science Foundation en el periodo 2000-2008, completando la revisión de las revistas evaluadas por CONACYT-México—. En la revisión se han excluido las comunicaciones presentadas a los grupos de trabajo de los Simposios SEIEM.

Un aspecto importante que tuvo que ser analizado y resuelto estaba relacionado, por una parte, con las comunicaciones y ponencias en las que se presentaban investigaciones realizadas en otros países, pero en una etapa educativa de edades similares a la ESO y, por otra parte, con el XII Simposio realizado en Badajoz, porque se efectuó conjuntamente con la Associação de Professores de Matemática de Portugal y la Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de la Educação. Su inclusión quizás podría originar distorsión en los resultados, pero por otra parte eran investigaciones que en cierta manera estaban relacionadas con algunas de las demandas de nuestro sistema educativo. La decisión final ha sido la de incluir todos los documentos de los simposios.

Para cada comunicación o ponencia he considerado el año, el tipo de presentación, el nombre del primer autor, el título, el nivel, la metodología y, en algunos casos, el área de investigación. Por razones de espacio, estas comunicaciones y ponencias aparecen en las tablas de esta ponencia pero no en las referencias bibliográficas.

Con relación a la variable nivel he considerado los siguientes valores: ESO, Equivalente, FPSM y Transición. En el valor ESO incluyo las investigaciones realizadas con alumnos de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y también las realizadas con alumnos de EGB y BUP de edades comprendidas entre 12 16 años. En el valor Equivalente incluyo las investigaciones realizadas en otros países con alumnos de las mismas edades que los alumnos de la ESO. En el valor Formación de Profesores de Secundaria (FPSM) incluyo (1) investigaciones realizadas en el contexto de las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas impartidas en las facultades de matemáticas y (2) investigaciones sobre la formación inicial del profesor de secundaria. En el valor Transición se han incluido (1) las investigaciones sobre la transición entre la primaria y la secundaria y entre la secundaria obligatoria y el bachillerato y (2) las investigaciones que estudian la evolución de la comprensión (o los perfiles) de un tópico en los estudiantes de diferentes etapas educativas.

Con relación a la variable método he considerado los siguientes valores: cuantitativa (Cuan) si hay uso de estadística descriptiva y/o inferencial, predominio de variables cuantitativas, etc.; mixta (Mix), si hay uso de variables cualitativas y cuantitativas, con recuentos de frecuencias en muestras o poblaciones; cualitativa (Cual), cuando se trata de estudio de casos, etc.; y teórica o ensayo (Teo/Ens). En algún caso se asignan dos valores para esta variable. Por ejemplo, a una ponencia que realiza una reflexión teórica

pero utiliza como contexto de reflexión una investigación de tipo cualitativa se le pueden asignar dos valores: teórica o ensayo y cualitativa.

Con relación a la variable área de investigación he utilizado como valores los nombres de los siguientes grupos de trabajo de la SEIEM: Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria; Pensamiento Numérico y Algebraico; Didáctica del Análisis; Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor; Aprendizaje de la Geometría y Otra. Este último valor para las comunicaciones que eran difíciles de encajar en las temáticas de los grupos de trabajo de la SEIEM acabados de citar. En algunos casos, la ponencia o comunicación trata sobre una problemática general utilizando un determinado contenido matemático como contexto de reflexión. En este caso, se ha utilizado el contenido del contexto de reflexión para asignarle el valor de la variable área de investigación.

### *Sistema educativo*

El término sistema educativo se presta a diferentes interpretaciones que están relacionadas con la manera de entender las relaciones entre las instituciones y las personas en las que se encarna dichas instituciones. Fundamentalmente hay tres puntos de vista sobre la manera de entender esta relación, que en la sociología (Flecha, Gómez y Puigvert, 2001) se suelen calificar como: 1) punto de vista sistémico, 2) punto de vista de los sujetos y 3) el punto de vista de los sistemas y los sujetos (dual). El primero pone el énfasis en la institución, el segundo dirige su atención primero a los sujetos y deja en segundo plano a la institución. El tercero hace hincapié en ambos aspectos: instituciones y personas.

Según el punto de vista sistémico para caracterizar el sistema educativo (Chevallard, 1997), podríamos comenzar hablando de sistemas didácticos, después de sistema de enseñanza, que reúne el conjunto de sistemas didácticos. Después del entorno del sistema de enseñanza. En este entorno, de una gran complejidad, están los matemáticos, los padres y las autoridades educativas.

Según el punto de vista de los sujetos, si queremos saber las demandas del sistema educativo, debemos preguntar a las personas que protagonizan el proceso de enseñanza-aprendizaje ya que las personas, y no las instituciones, son los protagonistas reales dicho proceso. Según el punto de vista dual hay que tener en cuenta tanto los aspectos institucionales como a los sujetos que encarnan estas instituciones. En este caso, el conocimiento de los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje es tan importante como los aspectos institucionales.

En esta ponencia he optado por el punto de vista más relacionado con el punto de vista de los sujetos y el punto de vista dual puesto que por demandas del sistema educativo voy a entender las que he tenido yo como profesor de la ESO, en calidad de representante de un grupo de profesores que ha tenido un desarrollo profesional similar al mío.

Las razones para tomar esta opción son (1) que durante 23 años yo he encarnado al sistema educativo en la franja de edades correspondiente a la ESO y (2) dado que la profesión de profesor de matemáticas es bastante homogénea con relación a los problemas que debe afrontar, los problemas y demandas de un profesor concreto están relacionadas con los de una parte importante de la profesión. Por tanto, mi caso es parecido al de un numeroso grupo de profesores cuya edad está entre 50-60 años y que

ha tenido un desarrollo profesional similar al mío. Una tercera razón es que creo que probablemente el punto de vista sistémico será el adoptado por alguno de los otros ponentes.

### 3.2 Demandas del sistema educativo

A continuación voy a intentar hacer una ruta del desarrollo profesional de este colectivo de profesores, en el cual me incluyo, y voy a relacionar sus demandas con los resultados ofrecidos por las diferentes agendas de investigación en forma de comunicaciones y ponencias presentadas a los Simposios SEIEM.

Un aspecto importante, que tuvo que ser analizado y resuelto, estaba relacionado con el hecho de que se han tenido en cuenta varias demandas del sistema educativo y que, en muchos casos, una misma comunicación o ponencia estaba relacionada con varias de las demandas consideradas. Por razones de espacio, cada comunicación o ponencia aparece relacionada sólo con una demanda, aquella con la que, en mi opinión, más se relaciona. Dicho de otra manera, si en esta ponencia me hubiese centrado en una sola demanda, por ejemplo en la necesidad de incorporar las TIC, algunas de las comunicaciones que en este trabajo aparecen relacionadas con otras demandas —entre otras, las comunicaciones de Fiallo y Gutiérrez (2007), Murillo y Marcos (2007), Pérez y Guillén (2008), López y Guillén (2009)— se considerarían relacionadas con ella.

#### *Primera demanda: herramientas para analizar las diferentes maneras de organizar el contenido matemático*

Este grupo de profesores que estoy considerando tuvo una formación formalista y comenzó su experiencia profesional siguiendo el modelo de sus profesores de universidad, sin cuestionarse la idoneidad de este tipo de enseñanza. Se dedicaron a explicar los contenidos matemáticos de manera magistral, descontextualizada y de manera deductiva (que por cierto, también era la forma de presentación de los contenidos en la mayoría de los libros de texto).

Las dificultades que tuvieron al seguir, en sus primeros años como profesores, el modelo formalista les llevó al convencimiento de que tenían que cambiarlo y buscar una organización de las matemáticas a enseñar diferente a la formalista. Lo hicieron básicamente en dos direcciones opuestas. Algunos optaron por seguir enseñando teorías acabadas, pero sin demostrarlas deductivamente, focalizando el trabajo en el aula en el dominio de las técnicas algorítmicas que se derivaban de la teoría. Otros optaron por una alternativa basada en: 1) enseñar las matemáticas a partir de la resolución de problemas y 2) hacer ver a los alumnos que las matemáticas se podían aplicar a situaciones de la vida real. Se trataba en definitiva de pasar de enseñar teorías matemáticas acabadas a enseñar a "hacer matemáticas" y de ofrecer una imagen de las matemáticas con capacidad de responder a la pregunta "esto para qué sirve".

En lo que sigue voy a centrarme en el profesorado que optó por enseñar una matemática realista, como fue en mi caso. Este profesorado, para el diseño e implementación de unidades didácticas contextualizadas, tuvo que estudiar por su cuenta unas matemáticas diferentes a las matemáticas modernas que había estudiado en la facultad. Necesitó saber cuáles eran las aplicaciones de las matemáticas al mundo real, cuáles fueron los problemas que originaron los objetos matemáticos que tenía que enseñar, etc. Esta

necesidad de formación le llevó a estudiar cursos de formación permanente relacionados con las aplicaciones de las matemáticas (por ejemplo, astronomía) cursos de historia de las matemáticas e incluso cursos de filosofía de las matemáticas.

En este desarrollo profesional que se acaba de esbozar se observa una demanda de herramientas para analizar diferentes modelos de organización del contenido matemático a enseñar. Con relación a esta demanda, hay que resaltar el seminario *El análisis didáctico matemático como conjunto de medios para comprender y organizar los fenómenos de la Educación Matemática* del X SEIEM coordinado por el Dr. José Luis González Marí; el seminario *La investigación histórica en Didáctica de la Matemática* del VII SEIEM, coordinado por el Dr. Bernardo Gómez y el seminario *Análisis de libros de texto* del XIII SEIEM, coordinado por el Dr. Modesto Sierra.

En mi opinión, ésta es una de las demandas del sistema educativo que mejor se ha satisfecho desde la investigación en el área de Educación Matemática, ya que se han desarrollado herramientas para el análisis de los libros de texto y, más en general, para el análisis didáctico de procesos de instrucción, que incluye el análisis del contenido matemático. Sin pretender ser exhaustivo, algunas de dichas herramientas son:

1) Las tres dimensiones para el análisis del contenido, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto, propuestas en la ponencia de Gómez (2006), y utilizados con cierta regularidad en los trabajos del Grupo de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA): estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología (situaciones-problemas).

2) El constructo praxeología utilizado con regularidad en los trabajos que usan como marco teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

3) El constructo configuración epistémica utilizado con regularidad en los trabajos que usan como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)

4) Uso de textos clásicos de historia de las matemáticas con el fin de elaborar secuencias didácticas. Por ejemplo, Puig (2003) y Gallardo y Torres (2005) se sitúan en esta línea en sus trabajos sobre historia de las ideas algebraicas.

5) Las propuestas de análisis históricos de manuales —por ejemplo, Gómez (2009) utiliza el análisis epistemológico para estudiar la ambigüedad del signo radical, mientras que Maz (2009) aplica el análisis conceptual y del contenido al concepto de número en libros españoles de los siglos XVIII y XIX— y, más en general, las propuestas para el análisis y valoración de libros de texto como el que proponen Monterrubio y Ortega (2009).

6) Propuestas para el análisis del contenido matemático de tópicos concretos como, por ejemplo, la propuesta de clasificación de los problemas escolares de probabilidad condicional de Lonjedo y Cerdán (2004) o los criterios específicos para la geometría de Guillén, González y García (2009).

Si bien en muchas de las ponencias y comunicaciones presentadas en los diferentes Simposios SEIEM se hace, en mayor o menor medida, un análisis del contenido matemático de procesos de instrucción o de libros de texto, las siguientes, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda:

Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación secundaria obligatoria

Año	P / C	1r Autor	Título	Método	Nivel	Área
2001	C	Gómez, P.	Desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores de matemáticas: el caso de la estructura conceptual y los sistemas de representación	Cual	FPSM	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2003	P	Puig, L.	Historia de las ideas algebraicas: componentes y preguntas desde el punto de vista de la matemática educativa	Teo/Ens y	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2003	P	Furinghetti, F.	Storia della matematica per insegnanti e studenti	Teo/Ens y	No pertinente	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2004	C	Lonjedo, M <sup>a</sup> A.	Una clasificación de los problemas escolares de probabilidad condicional. Su uso para la investigación y el análisis de textos	Teo/Ens y	No pertinente	Didáctica de la Estadística, P. C.
2004	C	Maz, M.	Concepto de cantidad, número y número negativo durante la época de influencia jesuita en España (1700-1767)	Teo/Ens y Mix	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2005	C	Gallardo, A.	El álgebra aritmética de George Peacock: un puente entre la aritmética y el álgebra simbólica	Teo/Ens y	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2006	C	Gallardo, A.	La negatividad permitida: george peacock en la historia y en la enseñanza	Teo/Ens y	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2006	P	Gómez, P.	Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria	Teo/Ens y	FPSM	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2006	P	Godino J. D.	Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las	Teo/Ens y	No pertinente	Didáctica del análisis

			matemáticas			
2006	P	Gallardo, J.	El análisis didáctico como metodología de investigación en educación matemática	Teo/Ens y	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2008	C	Serradó, A.	Los sucesos aleatorios: tendencias en los libros de texto	Cual	ESO	Didáctica de la Estadística, P. C.
2009	P	Maz Machado, A.	Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas	Teo/Ens y	No pertinente	Pensamiento N. y A.
2009	P	Gómez, B.	El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en didáctica de las matemáticas	Teo/Ens y	ESO (4º)	Pensamiento N. y A.
2009	P	Monterrubio, M. C.	Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones	Teo/Ens y	No pertinente	Otra
2009	P	Bosch	Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria	Teo/Ens y	FPSM	Pensamiento N. y A.
2009	C	Guillén, G.	Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución	Teo/Ens y Mix	ESO (1º y 3º)	Didáctica de la Geometría
2009	C	Quispe, W.	Una aproximación a la comprensión de la fracción en Perú a través de los libros e texto	Cual	Equivalentes (Perú)	Pensamiento N. y A.
2010	C	García, M. A.	Aplicación de un modelo elaborado para categorizar la geometría de los sólidos en la eso a libros de texto de tres editoriales	Mix	ESO (1º, 2º y 3º)	Aprendizaje de la Geometría
2010	C	Salinas, S.	El uso de la historia de las matemáticas para el	Cual	Equivalentes	Aprendizaje de la

			aprendizaje de la geometría en alumnos del bachillerato		(México)	Geometría
--	--	--	---	--	----------	-----------

Tabla 1. Primera demanda

*Segunda demanda: ¿cómo se produce la emergencia de los objetos matemáticos a partir de contextos extramatemáticos?*

Con el tiempo, y a partir de la reflexión sobre su propia práctica, el profesorado que estoy considerando llegó al convencimiento de que la estructura que debía tener una unidad didáctica era la siguiente: a) problemas contextualizados extramatemáticos introductorios, b) desarrollo de la unidad didáctica con problemas contextualizados extramatemáticos de aplicación intercalados y c) problemas contextualizados extramatemáticos de consolidación. Los problemas contextualizados extramatemáticos introductorios se proponían al inicio de la unidad didáctica con el objetivo de que sirvieran para la construcción de los objetos matemáticos que se iban a estudiar. En este caso, no se trataba tanto de aplicar conocimientos matemáticos acabados de estudiar, sino que el objetivo era presentar una situación del mundo real que el alumno pudiese resolver con sus conocimientos previos (matemáticos y no matemáticos). Su principal objetivo era facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos que se iban a estudiar en la unidad didáctica. Los problemas contextualizados de aplicación y de consolidación tenían por objetivo, por una parte, aplicar los conocimientos matemáticos adquiridos y, por otra parte, que los alumnos viesen las aplicaciones de las matemáticas al mundo real.

La metodología implícita de este tipo de unidades era la siguiente: el profesor proponía problemas que los alumnos habían de intentar resolver (normalmente en grupo). En el proceso de puesta en común de las soluciones, además de resolver los problemas, se iban construyendo los conceptos de la unidad. Estos conceptos se relacionaban y organizaban para ser primero aplicados a ejercicios y después ser utilizados en la resolución de problemas contextualizados extramatemáticos más complejos.

Puesto que se pretendía que los conceptos, propiedades y procedimientos surgiesen a partir de generalizaciones y de procesos de abstracción adecuados a la edad de los estudiantes, la argumentación deductiva era casi inexistente. El tipo de argumentación que se utilizaba era de tipo inductivo o abductivo —en la que tenía un papel importante la visualización, por ejemplo utilizando gráficas de funciones—. Otro aspecto a destacar es que este tipo de unidades didácticas incorporaba de manera explícita pocas propiedades puesto que no se tenía como objetivo caracterizar la estructura del conjunto de objetos matemáticas que se estaba estudiando (grupo, anillo, espacio vectorial, etc.).

El profesorado que estoy considerando profundizó en esta línea de trabajo, lo cual le llevó a participar incluso en algunas experiencias interdisciplinares (Núñez y Font, 1995) en las que los contextos extramatemáticos que se debían modelizar pasaban a ser lo más importante, y no se limitaban a ser usados de manera parcial a fin y efecto de hacer emerger el objeto matemático que interesaba.

Las matemáticas que se pretendían enseñar eran configuraciones epistémicas contextualizadas (Font y Godino, 2006) que daban un papel preponderante a las situaciones problemas de contextos extramatemáticos y estaban claramente enfocadas a

la emergencia de nuevos objetos matemáticos; y, por tanto, se asumía explícita o implícitamente un cierto constructivismo psicológico. Estas configuraciones (empíricas, contextualizadas, realistas, intuitivas, etc.,...) presuponían, además, una cierta concepción empírica de las matemáticas. Es decir, una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales. Por otra parte, también presuponen que “saber matemáticas” incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extramatemáticas de la vida real.

La enseñanza de unas matemáticas de este tipo da pie a una extensa lista de cuestiones relevantes que deben ser investigadas. Por ejemplo, dado que se adopta un cierto constructivismo, preguntarse cómo se realiza esta construcción y el papel que juega en ella la intuición se convierte en una sugerente agenda de investigación para la Educación Matemática. Las configuraciones epistémicas contextualizadas dan pie, además, a otras cuestiones relevantes que deberían ser objeto de investigación. Por ejemplo, en Font y Godino (2006) se proponen las siguientes cuestiones: ¿qué características han de cumplir los problemas contextualizados, ¿cómo se consigue la emergencia de los objetos matemáticos a partir de los contextos?, ¿con las configuraciones contextualizadas se consigue que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas contextualizados en otras materias o en ámbitos no escolares?, ¿es posible en las instituciones de secundaria implementar configuraciones epistémicas contextualizadas que permitan una actividad de modelización “rica”?, ¿qué competencias necesitan los profesores para diseñar e implementar este tipo de configuraciones epistémicas?, ¿cómo se relacionan este tipo de configuraciones epistémicas con las formales y qué dificultades tienen los alumnos en la transición entre estos dos tipos de configuraciones epistémicas?

La lista de cuestiones a investigar relacionadas con las configuraciones epistémicas contextualizadas es tan extensa y tan relevante que en mi opinión la investigación didáctica realizada y presentada en los diferentes Simposios SEIEM sólo ha contestado aspectos parciales de algunas de estas preguntas.

Tal como se ha dicho, el enfoque contextualizado, al adoptar un cierto constructivismo, plantea la necesidad de investigar cómo se realiza la construcción del conocimiento matemático en el proceso de instrucción, lo cual lleva a numerosas preguntas de investigación, como por ejemplo: ¿cómo intervienen los conocimientos previos en la construcción del conocimiento matemático?, ¿qué papel juega en el aprendizaje significativo de un determinado contenido (funciones, etc.) la intuición y el rigor?, ¿qué papel juegan los razonamientos inductivos, abductivos, intuitivos etc. en la construcción del conocimiento matemático?, ¿qué papel juegan los diferentes registros de representación en la emergencia del objeto matemático?, ¿qué papel juegan los aspectos individuales, sociales y culturales en la construcción del conocimiento matemático en el aula?, ¿cómo se relaciona el tipo de interacción social con la construcción del conocimiento matemático?, ¿cómo se desarrollan e integran los esquemas cognitivos de los alumnos cuando aprenden un determinado contenido matemático?

Las siguientes comunicaciones y ponencias, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda de investigar cómo se realiza la construcción del conocimiento matemático en el proceso de instrucción:

Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación secundaria obligatoria

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método	Nivel	Área
1998	P	Lacasta, E.	Funcionamiento de las gráficas de funciones en el sistema didáctico	Teo/Ensy Cuan	ESO (1º EGB y 2º BUP)	Didáctica del Análisis
1999	P	Castro, E.	Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales	Teo/Ensy Cual	ESO (1º y 8º EGB)	Pensamiento N. y A.
1999	P	Gómez, B.	Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales	Teo/Ensy	ESO (1º y 8º EGB)	Pensamiento N. y A.
1999	P	Giménez, J.	Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales	Teo/Ensy	ESO (1º y 8º EGB)	Pensamiento N. y A.
2000	P	Romero, I.	Representación y comprensión en pensamiento numérico	Teo/Ensy Cual	ESO	Pensamiento N. y A.
2000	P	Fortuny, J. M.	Desarrollo de técnicas interactivas de autorización y formación. Aplicación a situaciones especiales de educación matemática	Teo/Ensy Cual	ESO (4º)	Aprendizaje de la Geometría.
2001	P	Sáenz, C.	Sobre conjeturas y demostraciones en la enseñanza de las matemáticas	Teo/Ensy Mix	ESO (4º)	Otra (demostración versus intuición)
2001	P	Etchegaray, S.	Análisis de significados personales e institucionales: el problema de su compatibilización	Cual	ESO (7º 8º de EGB)	Pensamiento N. y A.

2002	P	Galán, E.	Los mapas conceptuales en educación matemática: antecedentes y estado actual de la investigación	Teo/Ensy Cual	FPSM	Otra (Evaluación)
2003	C	Casas, L. M.	Redes asociativas Pathfinder y teoría de los conceptos nucleares. Aportaciones a la investigación en didáctica de las matemáticas	Cual	ESO (3º y 4º)	Aprendizaje de la Geometría.
2006	C	Salinas, J.	Estudio exploratorio sobre el uso de herramientas culturales para la enseñanza de la demostración en la geometría euclidiana	Cual	Equivalente (México)	Aprendizaje de la Geometría.
2007	P	Carvalho, C.	Desafios para o trabalho colaborativo nas aulas de estatística	Teo/Ensy Cual	Equivalente (Portugal)	Didáctica de la Estadística, P. C.
2007		Gualdrón, E.	Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza	Mix	Equivalente (Colombia)	Aprendizaje de la Geometría.
2008		Matos, A.	Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória	Cual	Equivalente (Portugal)	Pensamiento N. y A.
2008		Nunes, M.	O sentido do símbolo na aprendizagem da álgebra em alunos do 7ºano de escolaridade	Cual	Equivalente (Portugal)	Pensamiento N. y A.
2009	C	Pecharromán	Diseño de un marco de investigación. Aplicación al	Teo/Ensy Cual	ESO (3º y 4º)	Didáctica del Análisis

			proceso de aprendizaje de las propiedades globales de las funciones			
--	--	--	---	--	--	--

Tabla 2. Segunda demanda (construcción del conocimiento matemático)

Una de las cuestiones más relevantes que plantean las configuraciones epistémicas contextualizadas a la investigación en Educación Matemática es determinar el papel que juegan los contextos extramatemáticos en el proceso de construcción del conocimiento matemático y cómo se relacionan con los contextos intramatemáticos, lo cual lleva a numerosas preguntas de investigación, entre otras: ¿qué características han de cumplir los problemas de contextos extramatemáticos?, ¿cómo se consigue la emergencia de los objetos matemáticos a partir de los contextos extramatemáticos?, ¿con las configuraciones epistémicas contextualizadas se consigue que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas contextualizados en otras materias o en ámbitos no escolares?, ¿el uso de contextos extramatemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje facilita o dificulta la comprensión de los alumnos?, ¿el uso de contextos extramatemáticos sirve para motivar (frustrar) a los alumnos?, ¿qué papel juegan los conocimientos previos de los contextos extramatemáticos que tienen los alumnos?, ¿qué relaciones se establecen entre los contextos extramatemáticos y los intramatemáticos?, ¿la enseñanza con el enfoque contextualizado consume más tiempo que la enseñanza descontextualizada?

Las siguientes comunicaciones y ponencias, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda de determinar el papel que juegan los contextos extramatemáticos en el proceso de construcción del conocimiento matemático:

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método	Nivel	Área
2000	P	Bruno, A.	Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos	Teo/Ensy Cual	ESO (7º EGB 2º ESO)	Pensamiento N. y A.
2005	C	Lonjedo, Mª A	La naturaleza de las cantidades presentes en el problema de probabilidad condicional. Su influencia en el proceso de resolución del problema	Mix	ESO (4º)	Didáctica de la Estadística, P. C.
2006	C	Contreras, M.	Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones	Cual	ESO (3ª)	Pensamiento N. y A.
2007	C	Lonjedo, Mª A	Análisis del comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas <i>isomorfos</i> de probabilidad condicional	Mix	ESO (4º)	Didáctica de la Estadística, P. C.

2009	C	Carles, M.	Influencia de la estructura y del contexto en las dificultades de los problemas de probabilidad condicional de nivel $N_0$ . Un estudio de caso	Mix	ESO (4º)	Didáctica de la Estadística, P. C.
2009	C	Espinel, Mª C.	Un estudio sobre la competencia de los alumnos en el manejo de tablas para la resolver situaciones cotidianas	Mix	ESO (3ª y 4º)	Otra (Matemática discreta)
2010	C	Gallardo, A.	La aparición simultánea de los sentidos de uso de los números negativos y el cero en alumnos de secundaria. un estudio de caso	Cual	Equivalente (México)	Pensamiento N. y A.
2010	C	López, L.	Exploración con espejos y enseñanza/aprendizaje de la geometría en la educación secundaria obligatoria. Sobre la actuación de la profesora y la transferencia de procedimientos	Cual	ESO (3º)	Aprendizaje de la Geometría

Tabla 3. Segunda demanda (papel del contexto en la construcción del conocimiento matemático)

Otra cuestión relevante es contestar a la pregunta ¿es posible en las instituciones de secundaria implementar configuraciones epistémicas contextualizadas que permitan una actividad de modelización “rica”? Las siguientes comunicaciones y ponencias, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta pregunta:

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método *	Nivel**	Área
2007	C	García, F. J.	El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio de las relaciones funcionales en la Educación Secundaria	Teo/Ensy	ESO (4º)	Pensamiento N. y A.
2010	C	Ruiz, N.	La algebrización de los programas de cálculo aritmético y la introducción del álgebra en secundaria	Teo/Ensy Cual	ESO (4º)	Pensamiento N. y A.

Tabla 4. Segunda demanda (matemáticas contextualizadas y modelización rica)

*Tercera demanda: conocimiento de las dificultades de comprensión de los contenidos matemáticos*

Esta nueva manera de organizar el contenido matemático a enseñar le permitió al profesorado que estoy considerando resolver su problema personal de cómo enseñar las matemáticas. Esta seguridad le llevó a integrarse más en la institución escolar en la que

impartía sus clases y también a participar en diferentes asociaciones profesionales de profesores. Fue ganando en experiencia y aumentó su interés por conocer las dificultades de aprendizaje de sus alumnos y maneras de superarlas. Con el tiempo, generó una serie de creencias y conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y sobre las dificultades de los alumnos que podríamos calificar de “conocimiento generado a partir de la propia práctica”. Aumentó mucho su conocimiento sobre el diseño y gestión de secuencias didácticas y sobre los errores y dificultades que tenían sus alumnos para aprender determinados objetos matemáticos.

Si bien en muchas de las ponencias y comunicaciones presentadas en los diferentes Simposios SEIEM se hace, en mayor o menor medida, reflexiones sobre dificultades de comprensión de los alumnos de ESO (o bien de estudiantes para profesor de secundaria, en tanto que sus dificultades pueden ser causa de dificultades en sus futuros alumnos), las siguientes comunicaciones y ponencias, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda al investigar: 1) niveles de comprensión de los alumnos para un determinado contenido matemático, 2) rendimiento de los alumnos según el contenido matemático, 3) la caracterización de dificultades y sus causas, y, en algún caso, 4) los métodos de enseñanza que permiten superarlas:

Año	P / C	1r Autor	Título	Método	Nivel	Área
2002	P	Scaglia, S.	Investigación en el aula. Las decisiones condicionan las interacciones	Teo/Ensy Cual	ESO (1º y 2º de BUP)	Pensamiento N. y A.
2002	p	Bruno, A	Metodología de una investigación sobre métodos de enseñanza de problemas aditivos con números negativos	Mix	ESSO (2º)	Pensamiento N. y A.
2003	C	Ruano, R	Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra	Cual	ESO (4)	Pensamiento N. y A.
2004	P	Santos, L.	O ensino e a aprendizagem da matemática Em portugal: um olhar através da avaliação	Teo/Ensy	Equivalente (Portugal)	Otra (Evaluación)
2004	C	Moreno, A.	Niveles de comprensión de conceptos inferenciales en el nivel de secundaria	Cual	ESO	Didáctica de la Estadística, P. C.
2007	P	Socas, M.	Dificultades y errores en	Teo/Ensy	ESO	Pensamiento

			el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el Enfoque Lógico Semiótico	Cual		N. y A.
2007	C	Diego-Mantecón, J.	Mejora y evaluación de un cuestionario de creencias de matemáticas en función de nacionalidad, edad y sexo	Cuan	ESO	Otra (Creencias sobre las matemáticas)
2008	C	Buhlea, C.	Sobre raíces y radicales. efectos de dos culturas de enseñanza (España-Rumanía)	Cual	ESO Equivalente (Rumanía)	Pensamiento N. y A.
2008	C	Cerdán, F.	Las igualdades incorrectas producidas en el proceso de traducción algebraico. Un catálogo de errores.	Mix	ESO (1º 2º BUP)	Pensamiento N. y A.
2009	C	Mayén, S.	Dificultades de estudiantes mexicanos en la comparación de datos ordinales	Cuan	Equivalente (México)	Didáctica de la Estadística, P. C.
2009	C	Proença, M. C.	Investigação em formação conceitual: o conhecimento de alunos do ensino médio sobre polígonos	Cual	Equivalente (Portugal)	Aprendizaje de la Geometría
2009	C	Mato, M. D.	Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico	Cuan	ESO	Otra (Actitudes)
2009	C	Carreño, E.	Polígonos: conocimiento especializado del contenido de estudiantes para profesor de matemáticas	Cual	FPSM (Perú)	Aprendizaje de la Geometría
2010	C	Huerta, M. P.	El cálculo de probabilidades en la formación del profesorado de matemáticas de secundaria	Mix	FPSM	Didáctica de la Estadística, P. C.
2010	C	Torres, J. M.	Conocimiento sobre orientación espacial en estudiantes de ESO	Mix	ESO (1º 4º)	Aprendizaje de la Geometría

Tabla 5. Tercera demanda

En mi opinión, una de las demandas que mejor se han satisfecho, desde la investigación en el área de Educación Matemática, es el conocimiento sobre los errores y las dificultades de comprensión de los alumnos de secundaria de diferentes contenidos matemáticos. Ahora bien, seguramente no se puede decir lo mismo sobre la contribución del área en la elaboración de propuestas que permitan resolver dichas dificultades más allá de situaciones de diseño experimental, es decir en los procesos de instrucción implementados en situaciones normales que están sujetos a todas las restricciones del sistema educativo.

*Cuarta demanda: incorporación de las TIC*

Le generación de profesores de la que estoy hablando se encontró con la presión para la incorporación de las nuevas tecnologías en los centros de secundaria. Dedicó bastante tiempo a realizar cursos de informática (hoja de cálculo, Cabri-Géomètre, etc.) y fue observando como, en un lapso de tiempo no demasiado largo, se pasó de una falta de disponibilidad de la tecnología, a una disponibilidad razonable de dicha tecnología en el aula. Este profesorado se encontró con un entorno que le presionaba para que incorporase las TIC en sus clases, dando por supuesto que el uso de la tecnología iba a mejorar el aprendizaje del alumnado y a facilitar su tarea docente. Este profesorado se convenció de la necesidad de la incorporación de las nuevas tecnologías, siendo un factor importante para ello la presión de la administración educativa, aunque no el más importante, y comenzó a formularse preguntas de tipo: ¿cómo y cuándo incorporar el uso de un determinado programa informático, ¿cuáles son las ventajas y los inconvenientes, ¿cómo incide el uso de las TIC en la gestión de la clase?, ¿los conocimientos generados con el uso de un programa informático (por ejemplo el GeoGebra), se transfieren a otros contextos (por ejemplo en un contexto de lápiz y papel)?

Con relación a esta demanda, hay que resaltar el seminario *Investigación en Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en Educación Matemática* del IX SEIEM, coordinado por el Dr. Josep M. Fortuny, y las siguientes comunicaciones y ponencias que, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda de investigar sobre la incorporación de las nuevas tecnologías en los procesos de instrucción:

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método	Nivel	Área
1999	P	Murillo, J.	Un entorno de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO: actividades con Cabri	Mix	ESO (4º)	Aprendizaje de la Geometría.
2001	P	Gutiérrez, A.	Estrategias de investigación cuando los marcos teóricos existentes no son útiles	Teo/E nsy Cual	ESO (4º)	Aprendizaje de la Geometría.
2003	C	Rodríguez, R.	El aprendizaje de las matemáticas como participación en una práctica de una	Cual	ESO (2º)	Aprendizaje de la Geometría.

			comunidad virtual			
2005	P	Figueras, O.	Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación	Teo/E nsy Cual	Equivalente (México)	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2005		Recio, A.	Réplica a la ponencia “atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación”, De la doctora Olimpia Figueras	Teo/E nsy	No pertinente	Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor
2005	P	Gutiérrez, A.	Aspectos de investigación sobre aprendizaje mediante exploración con tecnología	Teo/E nsy Cual	ESO	Aprendizaje de la Geometría.
2005	P	Cobo, P.	El sistema tutorial AgentGeom y su contribución a la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas	Cual	No pertinente	Aprendizaje de la Geometría.
2005	C	Arnau, A.	Análisis de las actuaciones de los estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo	Cual	ESO (1°)	Pensamiento N. y A. Proceso de RP
2005	C	Murillo, J.	Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo	Cual	ESO (3°)	Aprendizaje de la Geometría. Competencia comunicativa
2006	C	Arnau, A.	Formas de construir nombres y referirse a las cantidades en las actuaciones de alumnos de secundaria al resolver problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo	Cual	ESO (1°)	Pensamiento N. y A. Proceso de RP
2009	C	Rodríguez, G.	Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-Géomètre II en el aprendizaje de la simetría en Secundaria	Cual	Equivalente (México)	Aprendizaje de la Geometría.

2010	P	Fortuny, J. M.	Geometría y tecnología	Teo/Ensay	No pertinente	Aprendizaje de la Geometría.
2010	C	Morera, L.	Momentos clave en el aprendizaje de isometrías	Cual	ESO (3º)	Aprendizaje de la Geometría.

Tabla 6. Cuarta demanda

Las investigaciones se han centrado básicamente en el uso de la hoja de cálculo y programas de geometría dinámica, en especial el Cabri-Géomètre, y en dos temáticas: geometría y resolución de problemas.

*Quinta demanda: atención a la diversidad*

El profesorado que estoy comentando había participado en el cambio que va de la matemática moderna a la matemática constructivista tal como lo explica el punto de vista que hemos llamado de los sujetos, es decir había asumido las experiencias innovadoras realizadas por otros profesores innovadores y entusiastas, a pesar de que el currículum oficial decía otra cosa (un cambio horizontal de profesor a profesor). Como resultado de este cambio era un profesorado seguro de lo que hacía.

Este cambio se produjo en un sistema educativo donde la etapa de secundaria no era obligatoria y cuyo objetivo era preparar a los alumnos para los futuros estudios universitarios. La etapa de secundaria era una etapa selectiva en la que los alumnos que no podían seguir el ritmo normal se derivaban hacía una formación profesional, que lo preparaba para el mercado laboral. Los años de desarrollo profesional del profesorado comentados anteriormente fueron años en los que fue madurando la necesidad de un cambio profundo en la institución escolar de secundaria que se concretó en la implementación de la LOGSE.

Con la introducción de la LOGSE el profesorado que estoy considerando participó en una experiencia de cambio en la institución escolar completamente diferente. Un cambio entendido a la manera sistémica (un cambio vertical de arriba abajo). Es decir, las autoridades académicas decidieron un cambio en el currículum oficial que posteriormente tenía que ser asumido e implementado por los profesores.

La principal novedad de la nueva propuesta de sistema educativo consistía en crear una etapa de enseñanza secundaria obligatoria desde los 12 a los 16 años. Al profesorado que estoy considerando el cambio propuesto, de entrada, le pareció muy bien, puesto que las bases psicopedagógicas del nuevo currículum eran constructivistas y coincidían con su práctica de aula. También le pareció bien la propuesta de aumentar la enseñanza obligatoria hasta los 16 años ya que consideraba que era bueno para el país aumentar el nivel de escolarización de toda la población.

Este entusiasmo no le impedía ser consciente de las nuevas necesidades profesionales que dicho cambio implicaba. Entre otras, tenía que enseñar a alumnos de 12 y 13 años que eran unas edades que le eran bastante desconocidas y, sobre todo, tenía que adaptarse a una enseñanza que no fuese una preparación para la universidad, sino una enseñanza finalista que tenía que asegurar unos objetivos mínimos para toda la

población. Este último aspecto implicaba que los alumnos con dificultades no eran expulsados del sistema sino que continuaban siendo alumnos del centro educativo. Por otra parte, eran conscientes de que estaban mejor preparados que otros profesores para estos nuevos retos profesionales, puesto que, como mínimo, ellos ya era constructivistas y ya estaban enseñando el tipo de matemáticas que demandaba el nuevo currículum. Ahora bien, su entusiasmo inicial se fue enfriando al ver como las administraciones educativas iban concretando el nuevo sistema educativo y los recursos económicos que destinaban a su implantación.

Su vida cotidiana como profesores de secundaria cambió de manera radical en algunos aspectos. Estos fueron, entre otros, los siguientes:

a) Tuvieron que dedicar una cantidad importante del tiempo de la clase a poner orden; es decir, a que hubiera disciplina, entendida ésta como las condiciones mínimas de comportamiento de los alumnos que son necesarias para que una clase pueda desarrollarse. Además, puesto que esas condiciones mínimas no eran las mismas para todos los profesores tuvieron que dedicar bastante tiempo a consensuarlas con los otros profesores.

b) Tuvieron que reducir radicalmente el tiempo que dedicaba a la exposición verbal ya que los alumnos no parecían capaces de seguir su discurso más allá de unos pocos minutos.

c) Tuvieron que cambiar su manera de realizar la evaluación ya que ahora pasaron a realizar, sobre todo, una evaluación continua.

d) Tuvieron que aprender a convivir con alumnos muy diversos en cuanto a sus niveles de conocimiento, actitud y motivación y también en cuanto a su procedencia cultural debido al aumento de la emigración. Esta experiencia en carne propia de la diversidad les llevó al convencimiento de que la vida en el aula era mucho más compleja de lo que pensaban anteriormente.

e) Tuvieron que dedicar mucho tiempo a la coordinación con los otros profesores, a las reuniones con los padres de los alumnos y a los aspectos burocráticos.

f) Para atender a la diversidad del alumnado, tuvieron que dedicar mucho más tiempo a la elaboración de los materiales utilizados en el aula. Tuvieron que planificar y diseñar las unidades didácticas para un alumno promedio, y también diseñar actividades de refuerzo para los alumnos con más dificultades y actividades de ampliación para los alumnos más aventajados. Incluso tuvieron que diseñar adaptaciones curriculares para alumnos individuales.

Como consecuencia de todos estos cambios en su vida cotidiana como docentes, este profesorado tiene actualmente un cierto desconcierto puesto que, a pesar de todos sus esfuerzos, tiene la sensación de estar superado por la complejidad de la enseñanza de las matemáticas a un alumnado tan diverso. Por otra parte, hay que resaltar que esta sensación de desconcierto no sólo la tiene este profesorado sino que la tiene casi toda la comunidad educativa.

Con relación a esta demanda de herramientas para tratar la diversidad del alumnado en el aula, hay que resaltar el seminario *Sobre Educación Matemática y diversidad* (XIV SEIEM), coordinado por el Dr. De la Torre, y las siguientes comunicaciones y ponencias que, en mi opinión, se relacionan en mayor medida con esta demanda:

Año	P / C	1r Autor	Título	Método	Nivel
2003	P	Moreira, D.	Multiculturalismo e educação matemática: o contexto português	Teo/Ensy	No pertinente
2004	P	Giménez, J.	Evaluación reguladora y apoyo geométrico al alumnado deficiente auditivo en aulas inclusivas en la eso. Un estudio de caso	Cual	ESO
2008	C	González, J. J.	Diseño y validación de la prueba de competencia curricular PROC-HAB1 para la diversificación curricular en Extremadura.	Cuan	ESO (3º)
2009	P	Civil, M.	Inmigración y diversidad: implicaciones para la formación de profesores de matemáticas	Teo/Ensy	No pertinente
2009	C	Díez-Palomar, J.	Contribuciones de la educación matemática de las familias a la formación del profesorado	Cual	No pertinente
2010	P	Gómez-Chacon, I.	Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto	Teo/Ensy	No pertinente
2010	P	Bruno, A.	Necesidades educativas especiales en matemáticas. el caso de personas con síndrome de Down	Teo/Ensy	No pertinente
2010	C	Ramírez, R.	Visualización y talento matemático: una experiencia docente	Mix	ESO (2º, 3º y 4º)

Tabla 7. Quinta demanda

El tratamiento de la diversidad que exige la enseñanza obligatoria necesita de un profesorado preparado para afrontar la gran complejidad de las aulas de secundaria. La atención a la diversidad demanda investigar una lista extensa de cuestiones relevantes, entre otras las siguientes: ¿cómo se gestiona el principio de equidad en el aula de matemáticas?, ¿cómo tratar en la clase de matemáticas la diversidad cultural producida por la inmigración?, ¿cómo tratar en la clase de matemáticas la diversidad cognitiva y social?, ¿cómo tratar los problemas específicos (discapacidad sensorial, trastorno por déficit de atención con hiperactividad, etc.)?, ¿cómo tratar el caso de los superdotados?, ¿cómo entender y aprovechar el contexto sociocultural de los alumnos y, en especial de sus familias, para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?, ¿cómo influyen los aspectos institucionales y organizativos como, por ejemplo la agrupación de los alumnos por niveles, en la inclusión o exclusión de los alumnos en las aulas de matemáticas? En mi opinión, la investigación didáctica relacionada con el tratamiento de la diversidad, presentada en los diferentes Simposios SEIEM, ha sido escasa y sólo ha contestado aspectos muy parciales de algunas de estas cuestiones.

*Sexta demanda: transición entre etapas*

El profesorado que estoy comentando con el tiempo fue asumiendo cargos de de gestión (director, coordinador pedagógico, jefe de estudios, jefe de departamento, etc.) lo cual le llevó a interesarse, entre otras, por la problemática de la transición entre etapas educativas, en concreto por la transición entre primaria y secundaria y entre ESO y bachillerato. Este interés estaba relacionado con la sensación de que no existía una adecuada transición entre la educación primaria y la enseñanza secundaria obligatoria, ni entre ésta y el bachillerato.

La transición entre etapas es un problema complejo e importante (hay que conseguir aunar las expectativas del nivel de matemáticas que se debe exigir en la nueva etapa con las potencialidades y limitaciones que tienen los alumnos cuando inician los estudios). Hay diferentes maneras de afrontar el problema de la transición: actuando sobre los conocimientos del alumno; actuando sobre aspectos socioculturales; actuando sobre las matemáticas que se enseñan y actuando sobre la formación del profesorado.

Si se considera que el problema es la falta de preparación del alumno, porque llega con carencia de los conocimientos y procedimientos básicos para abordar con éxito el aprendizaje de las matemáticas de la nueva etapa, la solución suele pasar por algún tipo de nivelación que permita a los alumnos aprender los conocimientos previos necesarios. Si se parte del hecho que, al tratarse de instituciones diferentes, los alumnos tienen que adaptarse a normas muy diferentes de las que están acostumbrados (mayor autonomía, contrato didáctico diferente, etc.) la solución suele pasar por la orientación tutorial. Si se considera que el problema es que las matemáticas de una etapa son muy diferentes a las de la etapa siguiente, la solución suele pasar por proponer una organización de las matemáticas de la nueva etapa que reduzca la brecha con las de la etapa anterior. También se puede plantear el problema de la transición desde la perspectiva de la competencia del profesorado, en este caso la solución pasa porque los profesores desarrollen la competencia profesional que les permita ayudar a sus alumnos en la transición entre primaria y secundaria y entre ESO y bachillerato. Cada una de estas maneras de afrontar la problemática de la transición entre etapas genera muchas preguntas de investigación.

Las siguientes comunicaciones se relacionan con la necesidad de dar importancia a la transición entre etapas educativas, bien porque su objetivo explícito es investigar sobre esta problemática o bien porque son estudios en los que participan alumnos de dos etapas educativas diferentes

Año	P / C	1r Autor	Título	Método	Nivel
2009	C	Sainza, C.	Identificación de diferencias en la resolución de problemas de conteo entre alumnos de primaria y bachillerato	Cuan	Transición
2010	C	Fernández, C.	Evolución de los perfiles de los estudiantes de primaria y secundaria cuando resuelven problemas lineales	Cuan	Transición
2010	C	Fernández, S.	El conocimiento del profesorado necesario para una educación matemática continua	Teo/Ensy Cual	Transición

Tabla 8. Sexta demanda

La demanda de investigar sobre la problemática de la transición entre etapas, en mi opinión, no ha sido considerada, a pesar de su relevancia, por la investigación en Educación Matemática. Tal como se puede ver en la tabla anterior, la investigación didáctica realizada y presentada en los diferentes Simposios SEIEM ha sido muy escasa.

*Séptima demanda: desarrollo y evaluación de procesos y competencias*

Cuando el profesorado que estoy comentando, a pesar del desconcierto y la sensación de sentirse superado por el tratamiento de la diversidad que demandaba la ESO, se había adaptado relativamente a la nueva situación derivada de la LOGSE, se encontró con un nuevo cambio entendido nuevamente a la manera sistémica (un cambio vertical de arriba abajo). Se encontró que unos currículos, derivado de la LOE, que pretendían desarrollar y evaluar competencias y procesos matemáticos. Dichos currículos contemplan la competencia matemática, la cual es entendida, en muchos casos, de manera similar a como se entiende en el informe PISA 2003 (OCDE, 2003).

La actual propuesta de currículos de secundaria de matemáticas por competencias hay que pensarla como una consecuencia más del giro procesal en el diseño de currículos de matemáticas (y también de otras materias) que ha tenido lugar a nivel internacional en las últimas décadas. Dicho giro ha significado pasar de currículos de matemáticas cuyos objetivos eran el aprendizaje, sobre todo, de conceptos a currículos cuyos objetivos son el aprendizaje, sobre todo, de procesos. Este giro se ha producido, entre otras razones, debido a que las matemáticas actualmente se ven como una ciencia en la cual el método domina claramente sobre el contenido. Por esta razón, recientemente se ha dado una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos, en particular los procesos de resolución de problemas y modelización. Podemos observar este giro procesal, entre otros, en los Principios y Estándares del NCTM (2003), donde se propone el aprendizaje de los siguientes procesos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación; en el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el acrónimo TIMSS (Mullis y otros, 2003), en el estudio PISA (OCDE, 2003) y en las propuestas de los currículos de algunos países, como es el caso de los currículos del estado español.

Los currículos derivados de la LOE le plantean al profesorado el problema de cómo conseguir el desarrollo y la evaluación de los procesos y competencias matemáticas señaladas en el currículo y plantean muchas preguntas de investigación, entre otras las siguientes: ¿qué hay que entender por proceso matemático o por competencia matemática?, ¿cuáles son los procesos matemáticos y cómo se relacionan entre ellos?, ¿cuáles son los componentes de la competencia matemática y cómo se relacionan entre ellos?, ¿cómo se pueden desarrollar y evaluar las competencias y los procesos matemáticos?

Con relación a esta demanda, hay que resaltar el *Seminario de Investigación sobre competencias* coordinado por la Dra. María F. Moreno en el X SEIEM, aunque ninguna de las tres ponencias tuviese una relación directa con las competencias que se deben desarrollar y evaluar en la educación secundaria obligatoria, y las siguientes comunicaciones y ponencias:

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método	Nivel
2002	P	Planas, N.	Nociones sociales recontextualizadas en educación matemática: el caso de la competencia comunicativa	Teo/Ensy	No pertinente
2004	P	Rico, L.	Evaluación de Competencias Matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003	Teo/Ensy	ESO (4º)
2004	C	Cañadas, M. C.	Razonamiento inductivo de 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático	Cual	ESO (3º y 4º)
2004	C	Cruz, J.	¿Qué ponen en juego los alumnos al resolver problemas? Diferencias entre alumnos de 12 y 14 años	Cual	Equivalente (Portugal)
2006	P	Poblete, M.	Las competencias, instrumento para un cambio de paradigma	Teo/Ensy	No pertinente
2006	P	Puig, L.	Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos	Teo/Ensy	No pertinente
2007	C	Murillo, J.	Una metodología para potenciar y analizar las competencias geométricas y comunicativas	Teo/Ensy Cual	ESO
2007	C	Cañadas, M. C.	Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de la ESO en el problema de las baldosas	Cuan	ESO (3º y 4º)
2007	C	Fiallo, J.	tipos de demostración de estudiantes del	Mix	Equivalente

Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación secundaria obligatoria

		E.	grado 10° en Santander (Colombia)		(Colombia)
2008	P	Puig, L.	Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo	Teo/Ensy	ESO
2008	P	Castro, E.	Resolución de Problemas Ideas, tendencias e influencias en España	Teo/Ensy	No pertinente
2008	C	Roig, A.	Fases en la abstracción de patrones lineales	Mix	ESO (4°)
2008	C	Cañadas, M, C.	Descripción de la generalización de estudiantes de 3° y 4° de ESO en la resolución de problemas que involucran sucesiones lineales y cuadráticas	Mix	ESO (3° y 4°)
2008	C	Cerdán, F.	Las igualdades producidas en el proceso de traducción algebraico. Estudio de las igualdades correctas.	Mix	ESO (1° 2° BUP)
2008	C	Vale, I.	Padrões no currículo de matemática: presente e futuro	Teo/Ensy	Equivalente (Portugal)
2009	C	Rigo, M.	Procesos meta-cognitivos en las clases de matemáticas de la escuela elemental. Propuesta de un marco interpretativo	Cual	ESO (1° y 2°)
2009	C	López, L.	La exploración con espejos y la enseñanza de la geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Sobre competencias de los alumnos y sus procesos cognitivos. Estudio exploratorio	Cual	ESO (2° y 3°)
2009	C	Solar, H.	Competencia de modelización en la interpretación de gráficas funcionales	Cual	Equivalente (Chile)
2010	P	Guillén, G,	¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿y en la investigación?	Teo/Ensy	No pertinente
2010	P	Neto, T.	Diferentes enfoques teóricos de investigação sobre o ensino e aprendizagem da demonstração em geometria	Teo/Ensy Cual	Equivalente (Portugal)

Tabla 9. Séptima demanda

*Octava demanda: desarrollo de competencias profesionales*

Otra cuestión relevante, para la investigación relacionada con los currículos de secundaria cuyo objetivo es el desarrollo de procesos y competencias matemáticas, es la

pregunta ¿cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de matemáticas, prescritas en el currículum de secundaria? Las siguientes comunicaciones y ponencias se han interesado por el desarrollo de las competencias profesionales de los futuros profesores de matemáticas de secundaria relacionadas con la pregunta anterior:

Año	P / C	1r Autor	Título	Método	Nivel
2003	C	Rico, L.	Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria	Teo/Ensy	FPSM
2003	C	Gómez, P.	De un conocimiento técnico a su puesta en práctica: desarrollo del conocimiento didáctico de futuros profesores de matemáticas de secundaria	Cual	FPSM
2003	C	Gámez, P.	Concepciones de los futuros profesores sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Cual	FPSM
2004	P	Flores, P.	Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación	Teo/Ensy	FPSM
2004	P	Azcárate, P.	Los procesos de formación: En busca de estrategias y recursos	Teo/Ensy Cual	FPSM
2004	C	Ortiz, J.	La enseñanza del álgebra lineal utilizando modelización y calculadora gráfica. Un estudio con profesores en formación	Cual	FPSM
2004	C	Peñas, M.	Modo de uso del conocimiento profesional en procesos de reflexión en la formación inicial de profesores de matemáticas	Cual	FPSM
2006	C	Lupión, J. L.	Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares	Teo/Ensy Cual	FPSM
2008	C	González, M. J.	Significados y usos de la noción de objetivo en la formación inicial de profesores de matemáticas	Cual	FPSM
2010	C	Lupión, J.L.,	Aprendizaje de futuros profesores sobre el enunciado de objetivos específicos para las matemáticas escolares	Cual	FPSM
2010	C	Roig, A. I.	Aprendiendo sobre la comunicación matemática. características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line	Cual	FPSM

Tabla 10. Octava demanda (desarrollo de competencias en la FPSM)

Otras comunicaciones relacionadas con el profesorado de secundaria de matemáticas (PSM) que no se centran en la formación inicial o bien se han realizado con profesores de otros países son las siguientes:

Año	P / C	Ir Autor	Título	Método	Nivel
2001	P	Contreras, L.C.	Un estudio cualitativo de corte interpretativo en el ámbito del pensamiento del profesor de secundaria	Cual	PSM
2002	P	Bairral	Comunidad virtual de discurso profesional geométrico. Contribuciones de un proceso interactivo docente por Internet	Cual	PSM (Brasil)
2003	C	Calzadilla, A.	Resumen de Nuevas demandas profesionales al profesorado de matemáticas de la Educación Secundaria en Cuba: conclusiones de un estudio exploratorio en la ciudad de Cienfuegos	Cual	PSM (Cuba)
2004	P	Ponte, J.	Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional	Teo/Ensy	PSM (Portugal)
2004	C	Azcárate, P.	Las fuentes de información como recurso para la planificación	Cual	PSM
2005	C	Vicario, V.	Concepciones del profesor de secundaria sobre la demostración matemática. El caso de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ y las funciones de la demostración	Cual	PSM
2007	C	Pérez, S.	Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza	Mix	PSM
2008	C	Pérez, S.	Estudio exploratorio sobre la enseñanza de contenidos geométricos y de medición en secundaria.	Mix	PSM
2008	C	Gómez, A. L.	El pensamiento estadístico en la planificación de lecciones de estadística por profesores de secundaria	Cual	PSM (México)
2008	C	Romano, E.	Calculadoras no ensino: estudos sobre as concepções, as práticas e a formação do professor de matemática	Cual	PSM (Portugal)

2008	C	Gonçalves, M.	A interacção promovida por uma futura professora na aula de matemática	Cual	PSM (Portugal)
2008	C	Rocha, A.	Percurso de um grupo de trabalho colaborativo: influências na nossa prática profissional	Cual	PSM (Portugal)
2008	C	De Costa, M.	Reflexões sobre contextos de determinação de áreas de figuras planas e a formação inicial de professores de matemática	Teo/Ensy	PSM (Brasil)

Tabla 11. Octava demanda (profesorado de secundaria de matemáticas)

Con relación a la séptima y octava demanda, se han realizado algunas investigaciones, pero es fundamental ampliar la investigación sobre ellas ya que los currículos de secundaria por competencias son currículos ambiciosos, que conllevan el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículo. Mi opinión es que la competencia profesional que exige este tipo de currículo implica, entre otros aspectos, el desarrollo de la competencia de análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos —como saber de fondo sobre el cual desarrollar el desarrollo y evaluación de competencias matemáticas—. Si el profesorado no consigue ser competente en dicho análisis puede dar la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales (programación de departamento, documentos del centro, etc.).

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

En mi opinión, la investigación en Educación Matemática, reflejada en las actas de los Simposios de la SEIEM, ha respondido a algunas de las ocho demandas del sistema educativo que se han considerado en esta ponencia de manera relativamente satisfactoria y de manera menos satisfactoria a las otras.

Tal como se ha dicho, creo que la demanda de herramientas para analizar las diferentes maneras de organizar el contenido matemático se ha respondido satisfactoriamente. Con relación a la demanda de responder a la pregunta ¿cómo se produce la emergencia de los objetos matemáticos a partir de contextos extramatemáticos? mi opinión es que se trata de una pregunta crucial sobre la que se ha investigado, pero sobre la que es necesario seguir haciéndolo. En mi opinión, una de las demandas que mejor se han satisfecho es el conocimiento sobre los errores y las dificultades de comprensión de los alumnos de secundaria de diferentes contenidos matemáticos; pero no se puede decir lo mismo sobre la contribución del área en la elaboración de propuestas que permitan resolver dichas dificultades más allá de situaciones de diseño experimental. Con relación a la demanda de investigar sobre la incorporación de las TIC, mi opinión es que se trata de una temática sobre la que se ha investigado, pero sobre la que es necesario seguir haciéndolo. Con relación a la demanda de conseguir un tratamiento adecuado de la diversidad del alumnado en la ESO, mi opinión es que se trata de una demanda crucial del sistema educativo sobre la que se ha investigado poco. La demanda de investigar sobre la educativa de la transición entre etapas, en mi opinión, no ha sido considerada, a pesar de su relevancia. Con relación a la séptima y octava demanda, es

fundamental ampliar la investigación sobre ellas ya que los currículos de secundaria actuales presuponen en el profesorado la competencia profesional que les permite el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículo. Mi opinión es que la competencia profesional que exige este tipo de currículo implica, entre otros aspectos, el desarrollo de la competencia de análisis de prácticas, objetos y procesos matemáticos, como saber de fondo necesario para poder evaluar y desarrollar competencias matemáticas, y, para conseguirlo, las herramientas para analizar el contenido matemático (primera demanda) son muy importantes.

Para terminar, comentar que son escasas las investigaciones presentadas en los Simposios SEIEM sobre la comparación de nuestro sistema educativo con el de otros países y que sería conveniente potenciar, además de investigaciones a gran escala como las prueba PISA, investigaciones de tipo comparativo a pequeña escala como, por ejemplo, la realizada en el proyecto *Mathematics Education Traditions of Europe* de la Unión Europea (Andrews, Carrillo y Climent, 2005).

### Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los siguientes proyectos: 1) “Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato”, EDU2009- 08120/EDUC, Ministerio de Ciencia e Innovación, España; 2) “Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas”, REDICE-10-1001-13, Institut de Ciències de l’Educació (ICE) de la Universitat de Barcelona.

### Referencias

- Andrews, P., Carrillo, J. y Climent, N. (2005). Proyecto “mete” (mathematics education traditions of europe): El foco matemático. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Noveno Simposio de la SEIEM* (131-137). Córdoba: SEIEM.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Flecha, R., Gómez, J. y Puigvert, L. (2001). *Teoría sociológica contemporánea*. Barcelona: Paidós.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26 (en prensa).
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en educación matemática en España. Una aproximación desde “ISI-Web of Knowledge” y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación*

- Matemática XII/ Investigação em Educação Matemática XII* (pp. 1-26). Badajoz: SEIEM.
- Mullis, I., Martin, M., Smith, T., Garden, R., Gregory, K., Gonzales, E., Chrostowski, S. y O'Connor, K. (2003): *TIMSS assessment frameworks and specifications 2003*. Chestnut Hill, MA, EEUU: Boston College.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales y National Council of Teachers of Mathematics.
- Núñez, J.M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: una aproximación histórica. *Revista de Educación*, 306, 293-314.
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OCDE.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Lleida: SEIEM.
- Torralbo, M., Vallejo, M. y Fernández, A. (2003). Panorama de la investigación en educación matemática en España a través de las tesis doctorales. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la SEIEM* (29-43). Granada: SEIEM.