

EL SENTIDO DUAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA PROBABILIDAD

Magdalena Pagano – Alejandra Pollio
mapagano@ucu.edu.uy – apole3@gmail.com
Universidad Católica del Uruguay

Tema: Investigación Didáctica

Modalidad: Minicurso

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Probabilidad, Sentido Dual, Discusiones Productivas.

Resumen

El minicurso tendrá dos objetivos principales: sensibilizar a los asistentes hacia enfoques actuales sobre la interpretación de la probabilidad y generar discusiones productivas mediante la aplicación de la metodología de las cinco prácticas. Durante el desarrollo de la primera sesión del minicurso se analizará la transferencia que las personas realicen de los conocimientos previos a nuevas situaciones cuando éstas aparecen fuera del contexto habitual. La actividad a desarrollar para lograr este objetivo será una adaptación del problema de las monedas; investigando si aparecen en el transcurso del problema propuesto solo las teorías implícitas que los asistentes posean o si se evidencia algún tipo de transferencia de conocimientos. En esta primera sesión se llevará a cabo la práctica monitoreo de la metodología anteriormente citada. En la segunda sesión del minicurso, se llevarán a cabo las prácticas de selección, secuenciación y conexión a partir del análisis de las producciones de la primera sesión.

Marco Teórico

El marco teórico que sustenta el minicurso propuesto considera dos aspectos: uno específico al concepto matemático que se presenta en las tareas propuestas durante el curso y otro relativo a la metodología utilizada durante el mismo.

Serán identificados como marco epistemológico y metodológico respectivamente.

Marco epistemológico

El aspecto epistemológico subyacente a la definición de probabilidad es objeto de debate filosófico y didáctico actual tal como lo muestran algunas investigaciones recientes (Carranza, 2012; Torretti, 2003).

Roberto Torretti (2003), en su artículo “El concepto de probabilidad”, nos presenta un interesante recorrido por las diferentes etapas históricas vinculadas a la noción de probabilidad, así como una crítica fundada a las tres concepciones subyacentes a la misma: el enfoque frecuentista, personalista y de propensión física.

Dado el alcance del minicurso y por su vinculación con la propuesta desde la Didáctica de la Estadística formulada por Carranza (2012) solo se presentarán los dos primeros enfoques mencionados.

Desde lo histórico Torretti (2003) asume que el carácter cuantificable de la probabilidad aparece recién en el pensamiento europeo en el siglo XVII. El término latino *probabilis*, identificado con loable o digno de aprobación fue adoptado por Cicerón como equivalente del griego $\pi\theta\alpha\nu\acute{o}\tau\eta\zeta$ (creíble, verosímil, probable). La acepción griega del término permite comparar diferentes opciones, pero no lo hace factible de poseer un valor numérico ni de la realización operaciones aritméticas asociadas al cálculo moderno de probabilidades.

El primer contraste entre el término original y el moderno concepto cuantitativo, afirma Torretti (2003) aparece en un escrito de Galileo de entre los años 1613 – 1623 aunque publicado recién en 1718 donde se vincula el término probabilidad con la idea Popperiana de propensión.

Durante sus primeros dos siglos de formulación, la teoría de las probabilidades se basa en la equiprobabilidad y se refiere a la clásica definición de Laplace: “La probabilidad de un evento es el cociente entre el número de casos *igualmente posibles* favorables a ese evento y el total de todos los casos igualmente posibles” (Torretti, 2003, p.34).

Esta concepción de la probabilidad implica la aceptación de ciertos términos primitivos (equiprobabilidad) y la asunción de una cierta simetría en los desenlaces posibles.

Ciertas paradojas llevan al abandono de la concepción de Laplace apareciendo la noción frecuentista de probabilidad a lo largo de todo el siglo XIX.

En el siglo XX coexisten las concepciones logicista cuyo principal exponente es Keynes, subjetiva o personalista que recoge aportes de Bernoulli, Bayes y tiene como sus propulsores más modernos a De Finetti, Ramsey y Savage la teoría de la propensión física de Popper.

La concepción frecuentista se apoya fundamentalmente en la posibilidad de repetición indefinida de un experimento en iguales condiciones, considerando a la probabilidad como la tendencia de la frecuencia relativa observada. Torretti (2003) hace dos objeciones profundas a este enfoque:

“Creo, sin embargo, que la peor objeción contra el frecuentismo no es matemática, sino moral. Si la probabilidad, por definición, no es sino el límite a que converge la frecuencia relativa en una secuencia infinita o, a lo menos, la fracción a que se acerca en una secuencia larguísima; si no tiene sentido hablar de la probabilidad de un suceso singular, ¿qué queda de la probabilidad como guía de la vida? Sólo tenemos acceso a secuencias finitas de observaciones. ¿Cómo inferir válidamente, desde ellas, los límites a que convergirán las frecuencias relativas si esas secuencias se prolongan al infinito?” (p. 13).

Finalmente, Torretti nos presenta la concepción de De Finetti según la cual la probabilidad es un atributo de nuestras opiniones subjetivas sobre los cuales no podemos o no queremos hacer aseveraciones objetivas. El valor de la probabilidad mide el grado de creencia que una situación inspira en quien la observa en un determinado momento y puede cambiar a la luz de nueva información.

De Finetti asegura que la asignación numérica al cálculo de probabilidades está regida por la coherencia matemática y por lo tanto sus valores numéricos responden a la axiomática de Kolmogorov. La probabilidad p es considerada por De Finetti (citado en Torretti, 2003) como la cantidad de dinero p que un sujeto está dispuesto a apostar a favor de un evento E para recibir \$1 si el suceso E ocurre. Esta cantidad p es arbitraria, pero obviamente ha de ser un número no mayor que 1 si no se está dispuesto a perder. De la misma manera si p y q son las probabilidades asignadas a dos eventos disjuntos E y F , la probabilidad asignada a que al menos uno de ellos ocurra tendrá que ser $p+q$ si no se está dispuesto a perder ocurra lo que ocurra.

Desde un punto de vista didáctico Carranza (2012) menciona la noción dual de la probabilidad para evidenciar la coexistencia en la enseñanza de la misma de dos dimensiones complementarias: *la semántica y la calculatoria*. Dentro de la dimensión semántica, Carranza incluye las ya citadas concepciones frecuentista y bayesiana (término con el que el autor se refiere a la probabilidad subjetiva o personalista), dentro

de la calculatoria se incluye la teoría axiomática de la probabilidad y su aplicación al cálculo de probabilidades.

Por un lado Carranza (2012) alerta sobre un exacerbado énfasis en la dimensión calculatoria presente en los textos y programas de la enseñanza media, por otro lado un desconocimiento de la componente provisional en la asignación de probabilidades desde la concepción bayesiana.

Un exacerbado énfasis en la dimensión calculatoria estaría atendiendo a la faceta instrumental del concepto, en el sentido de Douady (1984) descuidando la construcción del objeto del saber que le da origen, alejándolo de su significado.

Por otra parte, según Carranza (2012) desde la concepción frecuentista el valor de probabilidad queda fijado a partir del resultado de una hipotética repetición de un experimento aleatorio, desde la concepción bayesiana, tal valor puede reformularse a la luz de la nueva información recibida. Por lo tanto, un énfasis en una sola de estas concepciones empobrecería la comprensión del objeto del saber y el desarrollo de los futuros aprendizajes estadísticos de los estudiantes.

Marco metodológico

El modelo *Practices for Orchestrating Task-Based Discussions in Science* (Cartier, 2013; Smith, 2011; Smith y Stein, 2014) conecta la propuesta de tareas cognitivamente demandantes con estrategias promotoras de interacción social en el aula, de modo tal que la tarea cumpla con el objetivo del conocimiento que se desea promover, que las altas demandas requeridas sean cubiertas y evitar que su ejecución sea superficial. Asumiendo que el proceso de construcción del conocimiento requiere una participación activa del sujeto, manipulando y refinando la información recibida para lograr conectarla con el conocimiento previo, no es razonable esperar este logro sin involucrar a los estudiantes activamente en la resolución de tareas diversas y demandantes. Por otro lado, las autoras señalan que las teorías de la interacción social de Vygotsky promueven la interacción con el otro como un recurso valioso en la generación del conocimiento, a partir de compartir y comunicar las ideas subyacentes a los procedimientos de resolución utilizados.

Sin embargo, las autoras (Smith y Stein, 2014) señalan que esta comunicación debe estar guiada y anticipada por el docente para lograr que las discusiones pasen de ser superficiales a ser productivas, proponiendo 5 prácticas específicas para tal fin.

Estas 5 prácticas requieren de una cuidadosa planificación, no solo de las tareas seleccionadas sino también del trabajo interactivo de los estudiantes y la puesta en común de sus ideas.

Las cinco prácticas

Anticipación

La primera práctica consiste en realizar un esfuerzo por anticipar como pueden los estudiantes abordar la tarea, cuáles pueden ser sus posibles respuestas correctas e incorrectas, y cómo estas estrategias pueden relacionarse con el concepto a aprender, las representaciones y los procedimientos que el docente desea que los estudiantes comprendan.

La anticipación requiere que el docente realice la tarea de diferentes formas, comparta la propuesta con otros docentes y consulte investigación existente sobre el tema así como su propia experiencia docente con la tarea o tareas similares.

Monitoreo

El monitoreo del trabajo de los estudiantes incluye especial atención a sus ideas y las líneas de razonamiento seguidas, así como las estrategias utilizadas para resolver la tarea. Dicho monitoreo será utilizado luego para seleccionar qué soluciones compartir y qué estudiantes participarán en la puesta en común.

Una herramienta útil para apoyar el monitoreo puede ser la creación de una planilla de observación donde se expliciten las estrategias utilizadas y él o los equipos que las pusieron en juego. Obviamente esta planilla habrá sido elaborada a partir de la etapa de anticipación, pero siempre debe contener una celda en la cual puedan volcarse ideas o procedimientos no anticipados, sean éstos correctos o incorrectos.

Finalmente es importante asumir que el monitoreo es más que observación, el docente puede intervenir formulando preguntas que les permitan a los estudiantes clarificar y hacer explícitos sus razonamientos, considerar otros aspectos de la tarea y ser capaces de comunicar sus procedimientos.

Selección

La selección sobre que tipo de estrategias llevar a la puesta en común y qué estudiantes deben llevarla a cabo debe estar orientada por el concepto o idea matemática que se está promoviendo. Las autoras señalan la fundamental importancia de no perder el hilo de la clase, por lo tanto sugieren no dejar la puesta en común sujeta a la voluntad de los estudiantes de participar.

Puede resultar productivo anticipar a los estudiantes que serán convocados a exponer sus ideas al grupo y en caso de que la dinámica del grupo lo sugiera pudieran solicitarse voluntarios para presentar sus trabajos pero luego elegir las propuestas mejor enfocadas y diversas.

Secuenciación

Una vez seleccionadas las tareas a presentar es importante secuenciar la exposición de las mismas enfocados en lograr una mayor comprensión de los conceptos.

Por ejemplo puede ser razonable exponer en primera estancia las estrategias más utilizadas para validar las mismas y hacer accesible el inicio de la discusión al mayor número de estudiantes posible.

Del mismo modo sería razonable partir de soluciones más concretas y sencillas hacia soluciones más sofisticadas y abstractas. Secuenciar y conectar soluciones que utilicen la misma estrategia pero distintas representaciones, de esta manera se establecerá un andamiaje productivo que permita a los estudiantes refinar y diversificar sus estrategias.

Conexión

Finalmente el docente ayudará a sus estudiantes a establecer conexiones entre sus soluciones y las de sus compañeros, entre sus soluciones y la idea matemática subyacente a la tarea, señalando que la misma idea puede estar presente en diferentes registros, ya sea desde lo gráfico, como desde lo algebraico o pictórico.

De esta manera podrá permitirles establecer juicios sobre la ventaja de diferentes aproximaciones a una misma tarea, así como identificar patrones subyacentes a diferentes tipos de tareas.

Es importante hacerles notar que diferentes aproximaciones a un mismo problema refuerzan la eficiencia y el control de la tarea.

En resumen el modelo de Las 5 prácticas busca proveer al docente de un mayor control de una pedagogía centrada en el estudiante, evitando dejar la menor cantidad posible de acciones libradas al azar.

Referencias bibliográficas

- Carranza, P. (2012) *Sensibilisation à l'abduction en Statistique*. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT3, pp. 404–413)*. <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012> Consultado 18/03/2016
- Cartier, J. M. (2013). *Five Practices for Orchestrating Task-Based Discussions in Science*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Douady, R. (1984) *Relación enseñanza – aprendizaje. Dialéctica instrumento – objeto. Juego de marcos*. Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas N° 3, IREM, Paris
- Smith, M. S. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston: Corwin.
- Smith, M. S., Stein, M. K. (2014). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. NCTM.
- Stein, M. K. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction . A casebook for professional development*. New York: Teacher College Press.
- Torretti, R. (2003). *El concepto de probabilidad*. Diálogos, Vol. 38, N° 81, 2003, pp. 1-41. San Juan de Puerto Rico. La Editorial UPR