# DIFICULTADES EN LA LECTURA COMPRENSIVA DE TEXTOS DE MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD

María Belén Celis, Ana María Vozzi, Cristina Lorena Zelaya Galera
mbcelis@fceia.unr.edu.ar – amvozzi@fceia.unr.edu.ar – cristzelaya@yahoo.com.ar
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura.
Universidad Nacional de Rosario. Argentina.

Modalidad: Comunicación breve.
Nivel: Terciario – Universitario
Tema: Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática, Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje del Alumnado.
Palabras claves: Lectura – Matemática – Universidad.

## Resumen

*Desde hace algunos años, mientras formamos parte del proyecto "Dificultades en el aprendizaje de la Matemática en carreras de Ingeniería", y en la actualidad, dentro del proyecto de Investigación "El libro de texto como factor coadyuvante en la producción de conocimientos", ambos dirigidos por la Prof. Martha Elena Guzmán, nos hemos interesado, entre otras cuestiones, en las dificultades que se manifiestan en los alumnos en la lectura de un texto académico, así como también en los procesos cognitivos que se desarrollan en tal situación. Los textos académicos universitarios, suelen generar dificultades para el alumno, tanto por su contenido, el cual es nuevo para el lector y también por la diferencia notoria con los textos utilizados en el nivel secundario, teniendo en cuenta además la ausencia de lectura de libros de Matemática en el nivel secundario. Realizamos entonces, una experiencia didáctica en el aula que consistió en la lectura guiada mediante preguntas escritas, elaboradas por los docentes, sobre un tema específico que desarrolla el texto, con el que se trabaja en clases, con el objetivo de favorecer el vínculo del alumno con el texto académico universitario.*

## Introducción

El presente trabajo se encuadra en el proyecto de investigación "El libro de texto como factor coadyuvante en la producción de los conocimientos" dirigido por la Prof. Martha Elena Guzmán.

Diariamente, en el trabajo que desarrollamos como docentes de Matemática en carreras de Ingeniería, observamos las dificultades con las que se enfrentan los alumnos en las clases, parciales y exámenes. A partir de estas observaciones pudimos deducir que muchas de estas dificultades se originan en falencias asociadas a la lectura de la bibliografía propuesta. Por lo cual nos vemos en la necesidad de desarrollar acciones que produzcan en los estudiantes la apropiación de nuevas prácticas de lectura.

De acuerdo con esta idea el alumno debería tener la oportunidad desarrollar las habilidades necesarias para la comprensión de los textos académicos matemáticos.

La base de esta propuesta es guiar al alumno en la lectura comprensiva y analizar las dificultades que se presentan en tal situación. Como docentes queremos instalar en el alumno la actitud de que al leer el libro de texto además de informarse sobre un contenido particular atienda a las explicaciones que este proporciona y sea capaz de relacionar conceptos, proporcionando ejemplos y aplicaciones. Se busca lograr que el estudiante se convierta en un lector autónomo y pueda apropiarse de las ideas que el texto le presenta. El tema seleccionado para este trabajo es “Conjuntos generadores e independencia lineal” del libro “Fundamentos de Álgebra lineal” de Larson-Falvo. A partir de las definiciones, teoremas, propiedades y ejemplos que el libro propone, se realizó una propuesta de estudio para dichos temas.

**Marco Teórico**

En la Universidad solemos escuchar comentarios de los docentes manifestando la falta de lectura de gran parte de los alumnos, que los mismos no comprenden lo que leen, que presentan dificultades para expresarse por escrito.

La problemática referida a la relación de los estudiantes con los libros de texto pone de manifiesto la falta de hábito de lectura, las dificultades para comprender lo leído, la escasa capacidad de atención y de decodificación.

Paula Carlino, en su libro “Escribir, leer y aprender en la Universidad” expresa que la tarea académica en la que los profesores solemos ubicar a los alumnos en la clase es la de escuchar nuestras explicaciones y tomar apuntes. Según Hogan, en esta configuración de la enseñanza el que mas aprende es el docente, ya que la mayor actividad cognitiva, investigar y leer, queda de su parte (Hogan, 1996). El modelo didáctico habitual, que entiende a la docencia como “decir a los estudiantes lo que sabemos sobre un tema”, omite enseñarles uno de nuestros más valiosos saberes: los modos de indagar, de aprender y de pensar en un área de estudio, modos vinculados con las formas de leer y de escribir que hemos ido desarrollando dentro de la comunidad académica a la que pertenecemos (Gottschalk y Hjortshoj, 2004).

De esta manera, según Carlino, existe otro modelo de enseñanza, un modelo en el cual el profesor no solo dice lo que sabe sino que propone actividades para que los alumnos puedan reconstruir el sistema de nociones y métodos de un campo de estudio, a través de participar en las prácticas de lectura, escritura y pensamientos propias de este.

Dado que nuestra experiencia se realiza en la Universidad, adherimos a la posición que expresa Carlino, al considerar que existen dos implícitos que obstaculizan la comprensión de los textos académicos en la Universidad: lo que los textos callan porque dan por sobreentendido y las expectativas tácitas que con frecuencia tenemos los profesores respecto de cómo ha de leerse en nuestras materias.

Es decir, muchas veces, los docentes universitarios, esperamos que los alumnos lean y que entiendan de determinada forma la bibliografía propuesta, pero no solemos ocuparnos de enseñarles que lo hagan y cómo hacerlo.

**Desarrollo de la experiencia**

La presente experiencia se desarrolló en el segundo cuatrimestre del año 2012, en un curso de Álgebra y Geometría II, materia correspondiente al primer año de las carreras de Ingeniería. De la misma participaron 60 alumnos, se les presentó el tema utilizando un cañón y proyector para visualizar un archivo de PowerPoint confeccionado por los docentes, constituido por extractos textuales de la teoría y ejemplos del libro anteriormente citado y por 20 preguntas numeradas que los alumnos entregaron en forma escrita.

Posteriormente analizamos la comprensión de los conceptos matemáticos involucrados a partir de las respuestas de los alumnos a las preguntas planteadas.

**Análisis de los resultados obtenidos en la experiencia**

A continuación presentamos, a modo de ejemplo, algunas de las preguntas contempladas en la experiencia con la intención de comparar las respuestas realizadas por los alumnos en función de si correspondían a la interpretación de algún concepto nuevo, involucraban la aplicación de alguno ya desarrollado o suponían la realización de algún cálculo. Y a partir de ello, detectar con qué se relacionan algunas de las dificultades que se les plantean a los alumnos al momento de leer un texto matemático.

Respecto al párrafo introductorio de la sección:

| |
|---|
| 4.4 Conjuntos Generadores e independencia lineal<br>En esta sección se comienzan a desarrollar los procedimientos para representar cada vector en un espacio vectorial como una **combinación lineal** de un número selecto de vectores en el espacio. |

Se les solicitó a los alumnos que respondieran a la siguiente pregunta:

**1) ¿Qué interpretación le puedes dar a la frase "un número selecto de vectores en el espacio"?**

El 58 % de las respuestas analizadas fueron incorrectas, entre ellas detectamos en forma recurrente respuestas como la siguiente: "Un número selecto de vectores en el espacio es un conjunto de vectores que cumplen o tienen ciertas propiedades, como…"

De lo que se deduce una notoria tendencia a asociar la palabra "selecto" con una característica particular que debían cumplir los vectores, como por ejemplo: "no pueden ser coplanares", "no pueden ser paralelos", "deben ser linealmente independientes", "deben generar un espacio" y no al hecho al que hacía referencia.

Ejemplo 5: Un conjunto generador de $R^3$

Demuestre que el conjunto $S=\{(1,2,3),(0,1,2),(-2,0,1)\}$ genera a $R^3$.

Solución: Sea $u=(u_1,u_2,u_3)$ cualquier vector en $R^3$. Busque escalares $c_1$, $c_2$ y $c_3$ tales que $(u_1,u_2,u_3)=c_1(1,2,3)+c_2(0,1,2)+c_3(-2,0,1)=(c_1-2c_3,2c_1+c_2,3c_1+2c_2+c_3)$

Esta ecuación vectorial produce el sistema:

$$\begin{cases} c_1 \qquad -2c_3 = u_1 \\ 2c_1+c_2 \qquad = u_2 \\ 3c_1+2c_2+c_3 = u_3 \end{cases}$$

Respecto al ejemplo 5, se les solicitó a los alumnos:

**9) Escribe la matriz de coeficientes de este sistema y calcula su determinante.**

**10) ¿Qué puedes concluir acerca de su conjunto solución?**

Ejemplo 6: Un conjunto que no genera a $R^3$.

Del ejemplo 3 se sabe que $S=\{(1,2,3),(0,1,2),(-1,0,1)\}$ no genera a $R^3$ porque $w=(1,-2,2)$ está en $R^3$ y no puede ser expresado como una combinación lineal de los vectores de S.

Haciendo referencia al ejemplo 6 se les preguntó lo siguiente:

**11) Plantea para este ejemplo un sistema de ecuaciones como en el ejemplo 5. ¿Es siempre compatible este sistema? ¿Cuándo no lo es?**

Se obtuvieron los resultados que se muestran en la siguiente tabla:

| Respuestas | Correcta | Incompleta | Incorrecta | No responde |
|---|---|---|---|---|
| 9) | 54 | 0 | 5 | 1 |
| 10) | 55 | 3 | 0 | 2 |
| 11) | 48 | 8 | 2 | 2 |

En este caso, el 90 % de los alumnos respondió en forma correcta las preguntas 9 y 10, por lo que observamos una importante diferencia respecto a la pregunta 1, analizada anteriormente. Respecto a estas preguntas, el desarrollo que realizaron los alumnos implicaba una aplicación de nociones ya trabajadas, como el cálculo de determinantes y su relación con el conjunto solución del sistema, y no involucraba, por parte de ellos, una interpretación de la situación nueva a analizar, la de “generar un espacio”.

En cuanto a la pregunta 11, si consideramos aquellos alumnos que pudieron interpretar lo pedido (respuestas correctas e incompletas) llegamos a un 93 %. A partir de esto podemos concluir que parece resultarles más simple la comprensión a partir de ejemplos, ya que se basaron en el ejemplo 5 para trabajar con el 6, obteniendo muy buenos resultados.

Por último, citamos esta situación, que involucra la interpretación de un teorema y sus aplicaciones:

Teorema 4.8 Una propiedad de los conjuntos linealmente dependientes.

Un conjunto $S = \{v_1, v_2, ..., v_k\}$, $k \geq 2$ es linealmente dependiente si y sólo si por lo menos uno de los vectores $v_j$ puede expresarse como una combinación lineal de los demás vectores en S.

Respecto al enunciado, se les preguntó a los alumnos lo siguiente:

**18) ¿Puedes indicar por qué motivo se excluye k=1?**

En la tabla que sigue se muestra la cantidad de alumnos y su respuesta:

| Respuestas | Correcta | Incorrecta | No responde |
|---|---|---|---|
| 18) | 18 | 35 | 7 |

Podemos observar que esta pregunta generó en los alumnos grandes dificultades de interpretación, ya que sólo el 30% de ellos pudo responder en forma correcta.

Mostramos algunos ejemplos de las respuestas incorrectas dadas por ellos:

| | Respuestas incorrectas | Cantidad |
|---|---|---|
| a- | Porque sería un solo vector y en consecuencia el conjunto será siempre l.i. Por lo tanto no puede aplicarse el teorema. | 19 |
| b- | Se excluye k=1 porque sería l.i, no se puede expresar a un vector como combinación lineal del otro, ya que hay un solo vector. | 6 |
| c- | Porque se necesita más de un elemento para que sea un conjunto. | 2 |
| d- | Se tendría un único vector y el conjunto generado como combinación lineal de dicho vector sería una recta. | 2 |
| e- | Porque no puede ser linealmente dependiente. | 3 |
| f- | Ya que si k fuese igual a 1 quedaría un solo vector en S. | 2 |
| g- | Se excluye k=1 porque un vector podría expresarse como combinación lineal de sí mismo. | 1 |

Nos detendremos en el análisis de algunas de las respuestas incorrectas, para detectar los problemas que surgieron.

El 71% de los alumnos que respondió en forma incorrecta, se inclinó por una respuesta de la forma a o b, no pudiendo observar que su justificación no contradice el enunciado del teorema y en cuyo caso no debería descartarse ese valor de k. Suponemos que se generaron algunos inconvenientes que tienen que ver con la lógica, debido a que la forma en que se presenta el teorema requiere de una habilidad por parte de los alumnos para identificar hipótesis y tesis, que muy probablemente aún no hayan desarrollado.

La última diapositiva presentada a los alumnos, inmediatamente después del teorema anterior es la siguiente:

El teorema 4.8 tiene un corolario práctico que proporciona una prueba simple de determinar si dos vectores son linealmente dependientes.

Teorema 4.8 Corolario

Dos vectores u y v en un espacio vectorial V son linealmente dependientes si y sólo si uno de ellos es un múltiplo escalar del otro.

Comentario: El vector cero siempre es un múltiplo escalar de otro vector en un espacio vectorial.

Se les preguntó a los alumnos:

**19) Muestra el porqué de esta afirmación**

**20) ¿Entonces el conjunto S, tal que el vector 0 está en S, es linealmente dependiente o independiente?**

En la tabla se muestran los porcentajes obtenidos:

| Respuestas (%) | Correcta | Incorrecta | No responde |
|---|---|---|---|
| 19) | 86 | 7 | 7 |
| 20) | 82 | 9 | 3 |

En la pregunta 19, la respuesta involucraba un cálculo sencillo ya trabajado anteriormente. Razón por la cual se detecta un porcentaje elevado de respuestas correctas. Y la 20 era una aplicación directa del cometario sobre el teorema, lo cual arrojó también un porcentaje elevado de respuestas correctas.

Es evidente que aquellas preguntas que involucraron por parte de los alumnos un desarrollo algebraico o cálculo semejante a lo expuesto en un ejemplo o ya trabajado anteriormente, fueron las que pudieron desarrollar con mayor habilidad. Mientras que aquellas que implicaban una interpretación de nuevos conceptos o el planteo de nuevas situaciones fueron las que generaron mayor dificultad para los alumnos.

**Conclusiones**

La enseñanza de la matemática comprende tanto la adquisición de conceptos como de procedimientos ligados al modo de pensar y producir en esta disciplina. Por ello consideramos fundamental interesarnos por la comprensión de textos matemáticos en nuestra tarea docente.

Comprender lo que se lee es un proceso que involucra extraer ideas del texto, reflexionar sobre lo leído, relacionarlo e integrarlo con conocimientos previos, entre otras cuestiones.

Los resultados de la experiencia llevada a cabo muestran que un gran número de alumnos no ha alcanzado aún un nivel de lectura compresiva que les permita analizar las diferentes situaciones que se le presentan, convirtiéndose en exclusivos "resolvedores" de situaciones equivalentes o similares a las desarrolladas en un texto; sin conseguir, muchas veces, descontextualizarlo de los problemas que originalmente le dieron sentido para poder reutilizarlo en otras situaciones.

Palabras como teorema, demostración, definición, ejemplo, contraejemplo, no forman habitualmente parte del vocabulario de nuestros alumnos al comenzar el cursado de las materias del área matemática de las carreras de Ingeniería.

Como la comprensión de un texto constituye el comienzo del proceso de aprendizaje, es fundamental que desde nuestro lugar de docentes aportemos a la construcción de este proceso. Asumiendo nuestra responsabilidad en "cómo leen" los textos científicos y académicos nuestros alumnos, ya que muchas veces dichos textos contienen información tácita, que los autores presuponen que el lector puede reconstruir y que posiblemente nuestros alumnos no pueden hacer solos.

Aprender en la universidad depende de la interacción entre alumnos, docentes e instituciones, pero primordialmente depende de las condiciones que ofrecemos los docentes para que los alumnos pongan en marcha su actividad cognitiva (Carlino, 2012). Por ello creemos que una lectura guiada, como la que se realizó en esta experiencia, con una posterior discusión de lo realizado puede contribuir a mejorar la habilidad de comprensión y análisis por parte de los alumnos al momento de leer un texto matemático. Así como también, dedicar tiempo en clase para que los alumnos revean y reorganicen su comprensión de los temas abordados.

**Bibliografía**

Carlino, P. (2012). Escribir, leer y aprender en la Universidad. Una introducción a la alfabetización académica. (Sexta reimpresión). Buenos Aires. Fondo de Cultura económica S.A..

Caserio, M.; Guzmán, M.; Vozzi, A.M. (2009). Una cuestión a debate: El texto de matemática, uso y abuso. VI CIBEM. Univ. De los Lagos. Puerto Montt. Chile.

Caserio, M.; Guzmán, M.; Vozzi, A.M. (2011). Una evaluación sobre la importancia del texto de matemática en el aprender a aprender. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

Celis, M.; Vozzi, A. M. (2012). Propuesta de enseñanza para la lectura autónoma. XXXV Reunión de Educación Matemática. Reunión anual de la Unión Matemática Argentina. Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.

Larson R., Falvo D. (2011). Fundamentos de Álgebra Lineal. (Sexta edición). Cengage Learning.