

GEOMETRIA ESPACIAL NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: EM ANÁLISE A FORMAÇÃO DOS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DE UMA INSTITUIÇÃO PÚBLICA¹

Regina da Silva Pina Neves - Jhone Caldeira Silva - Sandra Aparecida Oliveira Baccarin
reginapina@gmail.com - jhone@mat.ufg.br - sandrabaccarin@gmail.com
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP²), Brasil.
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Brasil.
Universidade Federal Fluminense (Ead), Brasil.

Tema: Pensamento Geométrico

Modalidade: CB

Nível educativo: Formación y actualización docente

Palavras-chave: Formação Geométrica; Licenciatura em Matemática; ENEM.

Resumo

Relatos de dificuldades relacionadas à conceituação geométrica na Educação Básica são recorrentes no cenário educacional brasileiro. Diante disso, temos desenvolvido estudos sobre a formação matemática de licenciandos nos vários domínios que congregam a formação inicial. Neste estudo, analisamos a conceituação em geometria espacial de estudantes de Licenciatura em Matemática, de uma Instituição Pública. Para tanto, eles responderam uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e suas notações foram analisadas a partir do padrão de resposta fornecido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Os resultados mostram que eles apresentam dificuldades em conceituar grandeza, medida e unidades de medida; demonstram poucas habilidades para representações tridimensionais de figuras geométricas e para seu uso como estratégia nas resoluções, sendo as soluções numéricas as mais usadas. Suas notações sugerem pouco vínculo entre geometria espacial e plana, além de pouca afinidade com geometria espacial métrica. Os resultados indicam que o tempo destinado às disciplinas de geometria, no curso, é insuficiente e pouco tem contribuído para a conceituação geométrica de qualidade; eles também mostram a pertinência do método para a compreensão e conceituação dos estudantes em formação inicial e validam a pertinência do estudo para melhoria do Projeto Político Pedagógico do Curso.

Introdução

As investigações em Educação Matemática têm explicitado, de modo unânime, dois grandes entraves relacionados ao ensino e à aprendizagem da matemática. De um lado, persistem as inúmeras situações de fracasso vividas por estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior, expressas no acesso diferenciado ao saber matemático, na dificuldade de

¹O estudo foi desenvolvido no âmbito do projeto de pesquisa intitulado “A avaliação educacional e a formação do licenciando/licenciado em matemática e pedagogia” desenvolvido em regime de cooperação entre instituições de ensino superior, públicas e particulares, do Estado de Goiás e Distrito Federal, desde o ano de 2005.

²Consultora pela Organização das Nações Unidas para a educação, a ciência e a cultura (UNESCO) do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Pesquisadora integrante do Laboratório de Psicologia do Conhecimento (COGITO) do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília.

aprendizagem (Ramos, 2004), nos casos de repetência (Almeida, 2006), na evasão escolar (Cristovão, 2007) e no baixo rendimento dos estudantes nas avaliações nacionais em larga escala (Perego & Buriasco, 2008) e internacionais (Celeste, 2008).

De outro lado, ampliam-se os dilemas relacionados à formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática – licenciados e pedagogos, (Fiorentini, 2003) – diante da falta de perspectivas para a carreira docente. Dentre as causas destes problemas estão os baixos salários, as más condições de trabalho, a redução da carga horária dos cursos de formação, o baixo número de formadores de professores aptos a atuarem na licenciatura, tendo em vista a clássica dicotomia existente entre teoria e prática imposta pelos paradigmas da racionalidade técnica e prática (Nóvoa, 1992; Fiorentini, 2003; Pina Neves & Fávero, 2012). De modo geral, estas investigações mostram como tais entraves são gerados a partir e nas relações que estudantes e professores têm estabelecido com a matemática científica e com a matemática escolar (Moreira & David, 2003).

No que tange ao ensino e à aprendizagem de geometria, da Educação Básica ao Ensino Superior, a pesquisa tem mostrado que: estudantes e professores apresentam dificuldades em reconhecer figuras planas e tridimensionais (Nasser, 2001); os estudantes têm acentuadas dificuldades em resolver problemas envolvendo conceitos geométricos (Pirola, 2003) e apesar das iniciativas de recuperação do ensino da geometria e da reformulação dos livros didáticos, ainda hoje, esta é pouco estudada nas escolas (Passos, 2005).

Em contrapartida, outros estudos têm mostrado possibilidades de enfrentamento e demarcam caminhos em prol de melhorias para o ensino e aprendizagem da geometria. Andrade e Nacarato (2004), por exemplo, defendem que é possível buscar a aprendizagem geométrica para um contingente maior de pessoas e que esta é imprescindível para o desenvolvimento humano. Nesse contexto, observamos que as avaliações sistêmicas são cada vez mais utilizadas, na expectativa de que seus resultados ajudem a compreender/solucionar problemas educacionais (Borba, 2006).

Cientes de tudo isso, apresentamos neste texto, parte de um projeto de pesquisa mais amplo, que tem como objetivo compreender as dificuldades e as competências de ingressantes e concluintes de cursos de Licenciatura em Matemática de instituições públicas e particulares do Estado de Goiás e do Distrito Federal nos vários domínios do conhecimento que integram a formação inicial do licenciado. Como parte do projeto, temos

investigado a formação geométrica de ingressantes e concluintes de cursos de Licenciatura em Matemática que integram o projeto de pesquisa a partir da replicação de itens do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Exame Nacional do Ensino Superior (ENADE). Neste estudo, analisamos as competências e as dificuldades em geometria espacial apresentadas por ingressantes e concluintes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino superior do estado de Goiás, buscando compreender as influências dessas competências e dificuldades para os estudos em disciplinas específicas que compõem a matriz curricular do curso, assim como na formação para a prática docente em geometria.

Método

Participaram do estudo 102 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Pública de Ensino Superior, do estado de Goiás, sendo 80 ingressantes e 22 concluintes. Dos ingressantes, 42 estavam reunidos em uma turma que ainda não optaram entre as modalidades de Bacharelado e Licenciatura. Todos os demais são estudantes de Licenciatura.

Dos 80 ingressantes, 27 (33,75%) são do sexo feminino e 53 (66,25%) do sexo masculino, com idades entre 16 e 44 anos, sendo que a maioria possui entre 17 e 28 anos. Sobre a formação básica, 56 (70%) são provenientes da rede pública de ensino e 24 (30%) são provenientes da rede privada.

Dos 22 concluintes, 08 (36,36%) são do sexo feminino, 14 (63,64%) do sexo masculino, com idades entre 19 e 30 anos, sendo que a maioria possui entre 22 e 28 anos. Sobre a formação básica, 16 (72,73%) são provenientes da rede pública de ensino e 06 (27,27%) são provenientes da rede privada.

Para o desenvolvimento do estudo, tivemos a anuência dos gestores responsáveis pelo curso em questão e dos estudantes. Propusemos a eles uma tarefa dividida em duas partes: 1/ perguntas com o objetivo de identificar características pessoais e educacionais e 2/ quatro questões, sendo três do ENEM (2011) e uma do ENADE (2011). Dessas questões, uma envolvia geometria plana, outra geometria espacial, uma envolvia estatística e outra envolvia, ao mesmo tempo, geometria plana e espacial. Optamos por replicar essas questões porque elas exigiam conceitos presentes na Matriz Curricular do Ensino Médio.

Neste trabalho, discutimos os resultados referentes à questão de Geometria Espacial (presente no ENEM de 2011), apresentada no anexo 1.

A escolha de itens do ENEM ocorreu por entendermos que ele fornece referencial pertinente para a nossa análise, uma vez que tem como meta central avaliar o desempenho dos jovens que já concluíram o Ensino Médio. Os estudantes responderam ao instrumento individualmente, sem o apoio de colegas ou do pesquisador e sem o uso de calculadoras. Todas as notações produzidas foram analisadas conforme sugerem Koch e Soares (2005). Inicialmente, separamos o conjunto de notações em quatro grupos, a saber: 1/ instrumentos em branco; 2/ tentativas de resolução sem a apresentação de respostas; 3/ tentativas de resolução com a apresentação de respostas para os três itens; e 4/ respostas numéricas para os três itens, sem nenhum cálculo ou justificativa. Posteriormente, analisamos estas notações tendo como parâmetro o padrão de resposta fornecido pelo INEP, os estudos da área e o Projeto Político Pedagógico do curso em questão.

Resultados e discussão

A parte inicial do instrumento forneceu informações a respeito dos hábitos de estudo dos estudantes e sobre o modo como esses avaliam o ensino médio que cursaram. De modo semelhante aos resultados apresentados em Baccarin e Pina Neves (2011), os estudantes declararam: ter pouco tempo livre para os estudos em função da dupla jornada, pois trabalham no diurno e cursam a licenciatura no noturno.

As notações dos sujeitos foram analisadas segundo as seguintes categorias:

1 – Em branco. 2- Apresentaram apenas apontamentos, que não levaram à resolução do problema. 3- Apresentaram uma resposta incorreta. 4- Demonstraram saber calcular corretamente o volume do cilindro, mas não desenvolvem a questão de acordo com o padrão de resposta esperado. 5- Apresentaram resoluções corretas, conforme indicado no padrão de resposta).

Dos 22 concluintes, apenas 01 (4,54%) entregou o instrumento em branco; 02 (9,09%) apresentaram apenas apontamentos que não levaram à resolução do problema; 08 (36,36%) apresentaram uma resposta incorreta (destes, 07 (31,82%) utilizaram uma fórmula incorreta para o volume do cilindro e 01 (4,54%) utilizou dados numéricos incorretos - utilizando o valor do diâmetro no lugar do valor do raio). Ainda, 08 (36,36%) demonstraram saber calcular corretamente o volume do cilindro (destes, 02 (9,09%) apresentaram apenas o

cálculo do volume do cilindro, sem oferecer uma resposta final ao problema, não estabelecendo a proporção de açúcar e água; 03 (13,64%) deram o volume total do cilindro como resposta ao problema e 03 (13,64%) interpretaram “1 parte de açúcar para 5 partes de água” como o açúcar tendo a proporção de $1/5$ do volume total do cilindro e a água de $4/5$; e, por fim, 03 (13,64%) apresentaram resoluções corretas, dos quais apenas 01 (4,54%) fez a correspondência entre cm^3 e ml (conforme indicado no padrão de resposta) e nenhum usou notações explícitas de frações para indicar as proporções de água e açúcar.

Dos 80 ingressantes, 25 (31,25%) entregaram o instrumento em branco; 13 (16,25%) apresentaram apenas apontamentos que não levaram à resolução do problema; 14 (17,5%) apresentaram uma resposta incorreta (destes, 13 (16,25%) utilizaram uma fórmula incorreta para o volume do cilindro e 01 (1,25%) apresentou problemas em conversão de unidades de medidas). Ainda, 13 (16,25%) demonstraram saber calcular corretamente o volume do cilindro (destes, 01 (1,25%) apresentou apenas o cálculo do volume do cilindro, sem oferecer uma resposta final ao problema, não estabelecendo a proporção de açúcar e água; 08 (10%) deram o volume total do cilindro como resposta ao problema e 04 (5%) interpretaram “1 parte de açúcar para 5 partes de água” como o açúcar tendo a proporção de $1/5$ do volume total do cilindro e a água de $4/5$); e, por fim, 15 (18,75%) apresentaram resoluções corretas, dos quais 03 (3,75%) utilizaram as notações em frações $5/6$ e $1/6$ para calcular as proporções de água e açúcar, respectivamente (conforme indicado no padrão de resposta); e 07 (8,75%) fizeram a correspondência entre cm^3 e ml (conforme indicado no padrão de resposta).

Este estudo apresentou resultados diferentes dos obtidos em Baccarin e Pina Neves (2011), no qual os concluintes apresentaram maior porcentagem de acertos. Neste estudo, porém, houve de uma porcentagem maior na resposta totalmente correta para os ingressantes, mas analisando a porcentagem dos alunos que souberam a fórmula correta para o volume do cilindro, os concluintes estão em larga vantagem. Sendo assim, acreditamos que não podemos apontar o cálculo do volume do cilindro como o responsável por esta diferença, mas sim os erros na transformação de medidas ou dificuldades para representar e, em seguida, calcular a proporção.

Inferimos que isso se deva ao fato de que na Universidade levamos os alunos a se preocuparem com os objetos mais complexos e não favorecemos oportunidades variadas de

trabalho com problemas simples de maneira contextualizada. Os alunos podem ter bastante contato com os conteúdos, mas apresentam dificuldades em envolvê-los em situações reais do dia a dia. Na Educação Básica, temos vivenciado também, há algum tempo, essa necessidade de concretização dos conceitos, de ensinar e aprender a partir de situações reais do dia a dia.

Observamos dificuldades ligadas à leitura e à interpretação, à elaboração de um modelo matemático e quanto ao domínio da linguagem simbólica e das operações matemáticas presentes na resolução do modelo matemático. Até mesmo os estudantes que apresentaram uma resposta condizente com o padrão esperado, ainda revelaram algumas deficiências como transformação de medidas.

As notações apresentadas na Figura 1, a seguir, exemplificam tais fatos.

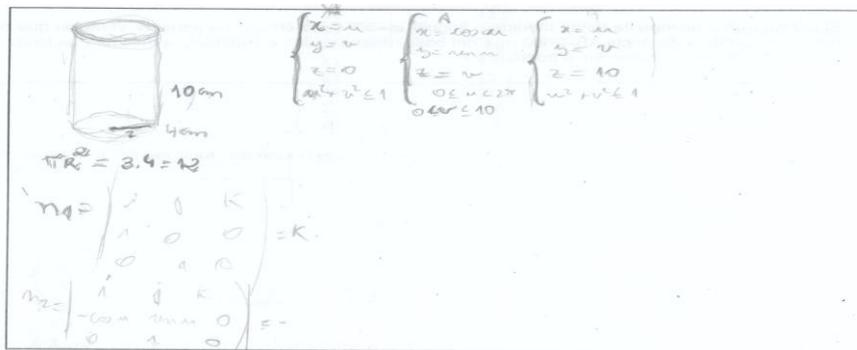


Figura 1 – Notação produzida por concluinte: homem, 21 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública.

Na figura 2, temos um estudante concluinte que toma uma estratégia complexa, envolvendo parametrizações, o que pode ser atribuído a sua experiência com conteúdos mais aprofundados durante o curso, mas isso não o leva a resolução do problema.

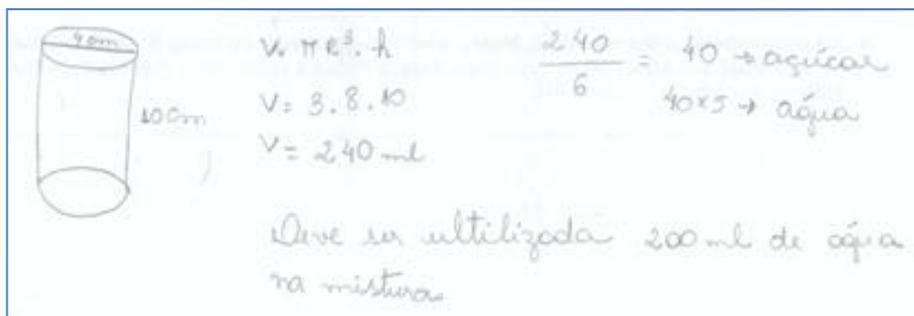
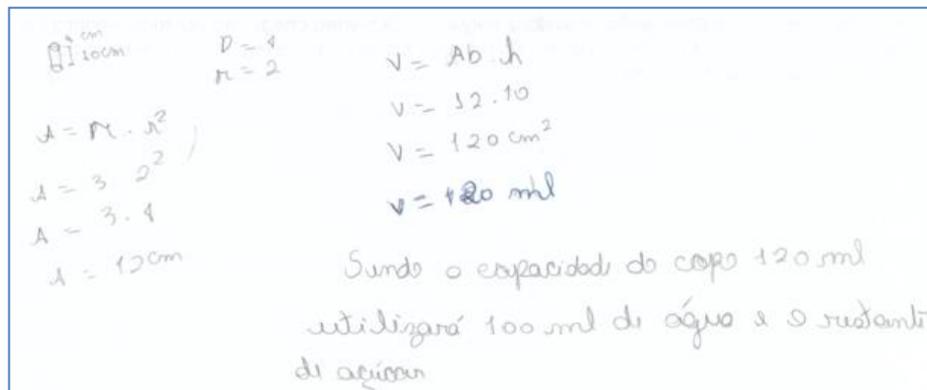


Figura 2 – Notação produzida por concluinte: mulher, 19 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública.

A notação da Figura 2 nos faz refletir ainda mais sobre como as fórmulas decoradas são esquecidas ou trocadas. Observa-se nesta figura, o uso de uma fórmula incorreta do volume do cilindro, no entanto faz análise final das proporções de água e açúcar.



$D = 4$
 $r = 2$
 $V = Ab \cdot h$
 $V = 32 \cdot 10$
 $V = 120 \text{ cm}^3$
 $V = 120 \text{ ml}$
 Sendo a capacidade do copo 120 ml
 utilizará 100 ml de água e o restante
 de açúcar

Figura 3 – Notação produzida por ingressante: feminino, 18 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública.

Na Figura 3, a estudante apresentou solução correta, expressou o resultado final em mL (apesar de escrever em cm^3), não indicou o uso de notação em frações para as proporções de açúcar e água, o que mostra a falta de cuidado ao demonstrar o que está fazendo.

Considerações Finais

Os resultados apontaram que tanto os estudantes ingressantes, quanto os concluintes apresentam dificuldades em conceituar grandeza, medida e unidades de medida; demonstram pouca habilidade para realizarem representações tridimensionais de figuras geométricas e para seu uso como estratégia nas resoluções, sendo as soluções numéricas as mais usadas. Suas notações sugerem pouco vínculo entre geometria espacial e plana, além de pouca afinidade com geometria espacial métrica. Tais resultados indicam que o tempo destinado às disciplinas de geometria, no curso, é insuficiente e pouco tem contribuído para a conceituação geométrica de qualidade; eles também mostram a pertinência do método para a compreensão e conceituação dos estudantes em formação inicial e validam a pertinência do estudo para a melhoria do Projeto Político Pedagógico do Curso.

Os resultados também nos permitem inferir que, durante a Educação Básica, os sujeitos não vivenciaram situações de ensino e aprendizagem em geometria que considerasse: 1/ as diferentes apreensões das figuras geométricas – perceptiva, discursiva, operatória e sequencial; 2/ a demonstração como parte integrante dos processos de

aprendizagem e ensino dos conceitos geométricos; 3/ a importância de se trabalhar a representação (desenho/figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática).

Assim como, no transcorrer do curso de Licenciatura – que na maioria das vezes privilegia os conteúdos mais avançados –, os estudantes acabam por não conseguir adquirir essas competências básicas a respeito da Geometria.

Desta forma, entendemos que essa discussão é urgente nos cursos de formação de professores, pois o domínio deste conteúdo é essencial para um curso que se propõe a formar profissionais aptos para atuar no ensino/aprendizagem dessas competências.

Referências bibliográficas

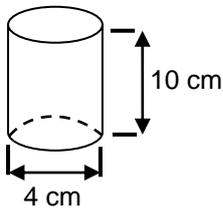
- Almeida, A. C. (2006). Uma tentativa de trabalho diferenciado com alunos de 6ª série marcados pelo fracasso escolar. In: D. Fiorentini & E. M. Cristovão (Orgs.) *Histórias e investigações de/em aulas de matemática*. (93-104) Campinas: Alínea Editora.
- Andrade, J. A. A. & Nacarato, A. M. (2004). Tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. *Educação Matemática em Revista*, Recife, 11(17), 61-70.
- Celeste, L. B. (2008) *A Produção Escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA*. (Dissertação inédita de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina: Londrina, PR, Brasil.
- Fiorentini, Dario. (2003) *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares*. São Paulo: Mercado das letras.
- Nasser, L. & Tinoco, L.(2001). *Argumentações e provas no ensino de matemática*. Projeto Fundão, Rio de Janeiro: IM-UFRJ, 109p.
- Passos, C. L. B. (2005). *Que Geometria acontece na sala de aula?* In: M. da G. N. Mizukami & A. M. M. R Reali. *Processos formativos da docência: conteúdos e práticas*. (16-44) São Carlos: EDUFSCar.
- Perego, S. & Buriasco, R. L. C. de. (2008 jan/jun.) Um estudo de registros escritos em matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, 1 (1), 55-72.
- Pirola, N. A. (2003). *Solução de problemas geométricos: dificuldades perspectivas*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação: Campinas, SP.
- Santos, E. R. & Buriasco, R. L. C. (2010) Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em uma Questão Não Rotineira de Matemática. *Unión - Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, 24, 103-115.
- Cristovão, E. M. (2007). *Investigações matemáticas na recuperação de ciclo II e o desafio da inclusão escolar*. (Dissertação de Mestrado) Universidade Estadual de Campinas, FE/Unicamp: Campinas, SP.

Anexo 1– Questão de Geometria espacial apresentada aos estudantes e padrão de resposta esperado pelos pesquisadores.

É possível usar água ou comida para atrair aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la. *Ciência Hoje das Crianças*, FNDE, Instituto Ciência Hoje, ano 19, n.166, mar.1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. Qual a quantidade de água que deve ser utilizada na mistura? (utilize $\pi = 3$).

Padrão de Resposta esperado



O volume V do copo em mL é

$$V = \pi r^2 \cdot h = 3$$

$$V = x \cdot 2^2 \cdot 10, \text{ portanto } V = 3 \cdot 2^2 \cdot 10$$

$$V = 120 \text{ mL}$$

Vamos admitir que os volumes de açúcar e de água se somem; assim, para obtermos uma parte de açúcar para cinco de água, devemos ter:

Volume de açúcar: $1/6V$

Volume de água: $5/6V$, portanto $5/6 \cdot 120 = 100$

Ou seja, 100 mL de água.