USO DE APPLETS Y EXPERIMENTACIÓN, ¿APORTAN A LA TRANSICIÓN DEL PENSAMIENTO ARITMÉTICO AL ALGEBRAICO?

Nora Ravaioli – Teresa Pérez Antuña
nravaioli@gmail.com – tperezan@gmail.com
IPA – Uruguay

Tema: Uso de tecnologías digitales
Modalidad: Taller (T)
Nivel educativo: Medio
Palabras clave: applets, experimentación, aritmética, álgebra

Resumen

Se realizará la experimentación con un applet: http://www.fisme.uu.nl/toepassingen/02016/toepassing_wisweb.en.html, realizando un análisis didáctico del mismo con los participantes. Se discutirán las prácticas habituales en la enseñanza de la resolución de ecuaciones y se presentaran y discutirán trayectos alternativos que incluyen el uso de applets. Se compartirán resultados de investigación sobre el uso de uno de los applets en el aula. Se espera fomentar la reflexión sobre el aporte de la experimentación y de los procedimientos aritméticos en el inicio del desarrollo del pensamiento algebraico.

Introducción

La enseñanza del algebra -ha representado siempre un desafío para los docentes en la Educación Media y especialmente en la educación media básica. En lo que refiere a Uruguay, es un centro de tensiones donde se conjugan numerosas expectativas e ideas previas de los docentes, las familias y los estudiantes.

En lo que refiere a la enseñanza de la resolución de ecuaciones en el inicio de la educación media, si bien en muchos casos se exploran alternativas que promuevan una contextualización que facilite la comprensión por parte de los alumnos, en las expectativas de los docentes hay un fuerte arraigo a la idea que al finalizar el segundo año de educación media básica los alumnos deben haber automatizado la resolución de ecuaciones lineales utilizando lo que la mayoría considera “el método de resolución”, los alumnos “deben saber despejar”.

En este taller, nos proponemos compartir actividades que favorezcan la reflexión sobre el significado de método y estrategia de resolución de ecuaciones y sobre posibles alternativas de enseñanza, basadas en una práctica productiva.

Fundamentación:

La resolución de ecuaciones, se relaciona con tres aspectos relevantes de la enseñanza del álgebra al inicio de la enseñanza media básica.

- La resolución de problemas vinculada a la traducción de enunciados a ecuaciones. Los problemas que son realmente de tipo algebraico son aquellos que requieren explicitar métodos de resolución que no eran necesarios en el mundo aritmético. Los problemas de tipo aritmético, se resuelven partiendo de los datos numéricos conocidos, operando con ellos y llegando a la incógnita, mientras que los algebraicos requieren de algún modo operar con la incógnita para su resolución. Esto implica explicitar las relaciones entre datos e incógnitas, aunque no sea en lenguaje algebraico. (Kieran & Filloy, 1989; Amerom, 2002; Filloy & Rojano, 1989). Por lo tanto la resolución de ecuaciones implica la comprensión de la noción de variable como número desconocido cuyo valor se debe encontrar y además una forma de comunicación del razonamiento de resolución de un problema.
- *La interpretación del signo de igual como expresión de equivalencia y no como un operador que indica algo que hacer, constituye un punto clave en la interpretación de las ecuaciones, aunque no es suficiente para poder conceptualizar adecuadamente las estrategias de resolución. Resulta también fundamental la noción de ecuaciones equivalentes para la comprensión de los métodos de resolución (Kieran, 1981).* (Perez,T. Ravaioli,N., 2015)
- La relación entre los aspectos de *comprensión de conceptos* y *habilidades procedimentales* en el aprendizaje del álgebra es central para su enseñanza (Kieran, 2013), se hace especialmente visible en el momento del trabajo sobre la técnica en la automatización de las estrategias de resolución de ecuaciones.

Es en este último aspecto en el que nos centraremos en el taller, creemos que es el que ha sido menos atendido por los docentes de nuestro medio, al menos en forma intencional y explícita.

Acerca de la automatización de procedimientos

Sin duda que para poder aprender nuevos conceptos es necesario haber automatizado ciertos procedimientos que permitan librear memoria de trabajo. La pregunta que nos realizamos los docentes es como lograr una automatización que permita a los estudiantes tener mecanismos de control sobre los procedimientos que utiliza. En definitiva un uso oportuno, flexible y creativo de los mismos.

Kieran (2013) plantea algunos aspectos relevantes de la tensión proceso-concepto. Por un lado sostiene que en una primera instancia del proceso de aprendizaje los procedimientos son de naturaleza conceptual. Por otro lado, si bien luego de que son automatizados la relación con el aspecto conceptual se debilita, en su uso en diferentes contextos y situaciones, se actualizan y se reelaboran en base a aspectos conceptuales. La autora concluye que en lo que refiere al aprendizaje de los conceptos del álgebra, es fundamental que los aspectos conceptuales y procedimentales estén simultáneamente presentes durante su enseñanza.

El NCTM, 2014, p1. propone la noción de *fluidez procedimental caracterizada como*:

> *"una componente critica de la competencia matemática […] es la capacidad de aplicar los procedimientos de manera precisa, eficaz y flexible; de transferir los procedimientos a diferentes problemas y contextos; de construir o modificar los procedimientos a partir de otros procedimientos; y de reconocer cual estrategia o procedimiento es más adecuado aplicar"(NCTM, 2014, p. 1).*

Con el taller, propondremos una trayectoria para la generación de estrategias de resolución de ecuaciones, que fortalezcan la noción de ecuación y que apelen al conocimiento aritméticos de los alumnos, como elemento que proporcione flexibilidad en la elección de la estrategia de resolución más adecuada a cada caso.

Desarrollo del taller

En primera instancia propondremos a los docentes una tarea que permita hacer visibles las prácticas que como docentes priorizamos en nuestras clases en el momento de la enseñanza de la resolución de ecuaciones. La tarea consiste en anticipar como creen que resolvería un alumno de ciclo básico ecuaciones no lineales.

Como ejemplo del trabajo con una estrategia aritmética de resolución de ecuaciones, experimentaremos con un applet del Freudenthal Institute: http://www.fisme.uu.nl/toepassingen/02016/toepassing_wisweb.en.html y realizaremos luego el análisis didáctico del mismo.

Promoveremos la reflexión sobre las variables didácticas que el docente debe considerar al elegir el tipo de ecuaciones a proponer a sus alumnos como por ejemplo, el tipo de números con los que se trabaje, el tipo de ecuaciones, la aparición de la variable en la ecuación, el momento del curso en el que se propone, las herramientas que habilita para su resolución, etc.

Se propondrá un recorrido para un tratamiento trasversal del tema ecuaciones a lo largo del curso de segundo de ciclo básico, apoyado en el uso de applets e involucrando diversas estrategias de resolución.

Finalmente compartiremos algunos videos de alumnos experimentando con el applet:

- Cu 2 https://www.youtube.com/watch?v=bgIcujutZYc
- Cu3 https://www.youtube.com/watch?v=HKMOKbz64Bk
- Cu 5 https://www.youtube.com/watch?v=MewN3_yzDrA
- Cu 5 https://www.youtube.com/watch?v=u2p43ps12ac
- Cu18 https://www.youtube.com/watch?v=mHNdE1dwnYQ
- Cu20 https://www.youtube.com/watch?v=5G11D4xlhJg

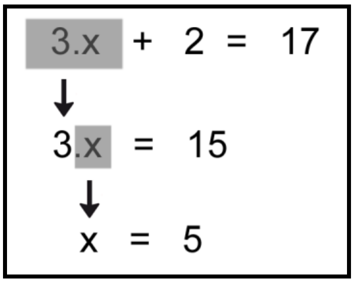
Análisis del applet: http://goo.gl/KxhmPP (Perez,T. Ravaioli,N., 2015)

En el trabajo con el applet "Solving equations with cover up strategy" desarrollado por el Instituto Freudenhtal de la Universidad de Utrecht, no solo se introduce la estrategia de cover-up o recubrimiento para la resolución de ecuaciones sino que orienta una forma de registro del razonamiento que la sustenta. Este último aspecto resulta una ventaja, ya que el registro de los procedimientos aritméticos no suele ser habitual en los alumnos, muchas veces responden "lo hice mental" sin poder hacer explícitos los cálculos que pusieron en juego.

La estrategia de cover-up, se incluye dentro de las estrategias aritméticas de resolución, ya que no es necesario operar con el número desconocido como si fuera conocido para usarla.

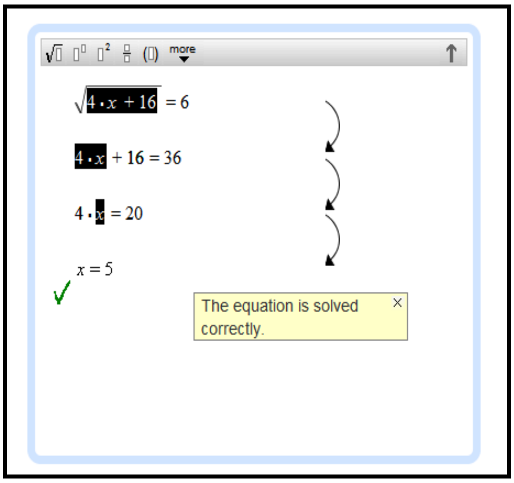
A modo de ejemplo:

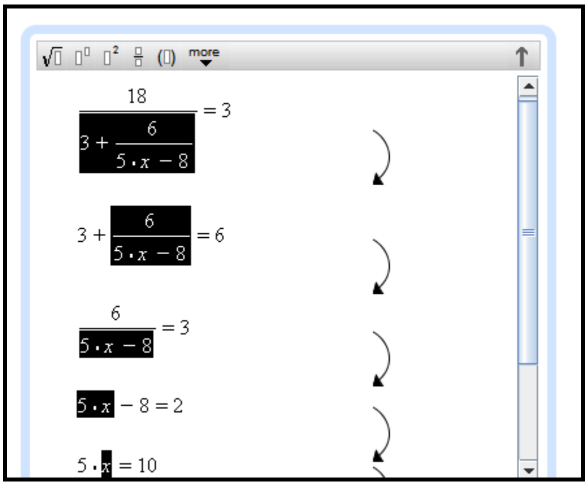
Para resolver la ecuación 3x+2=17, el alumno identifica que el valor de 3x debe ser 15 para posteriormente concluir que x es 5.



Los conocimientos mínimos para poder trabajar con el applet son la operatoria con números y el reconocimiento de las prioridades operatorias. El tipo de números que utilicemos constituye una de las variables didácticas que el docente debe considerar.

El applet tiene la ventaja que ofrece ejemplos no solo de ecuaciones lineales, sino de un variado tipo de ecuaciones respecto de las operaciones implicadas, con la limitación de que la incógnita aparece una sola vez.





Incluye la herramienta *"make an equation yourself"*, que permite al docente agregar otras ecuaciones. Como desventajas debemos señalar que solo permite resolver ecuaciones con la incógnita en primer miembro de la ecuación y que en las ecuaciones cuadráticas con dos raíces, acepta cómo válida cada una de ellas en forma independiente pero no da una retroalimentación que solicite la otra solución ni permite visualizar el conjunto solución.

Conclusión

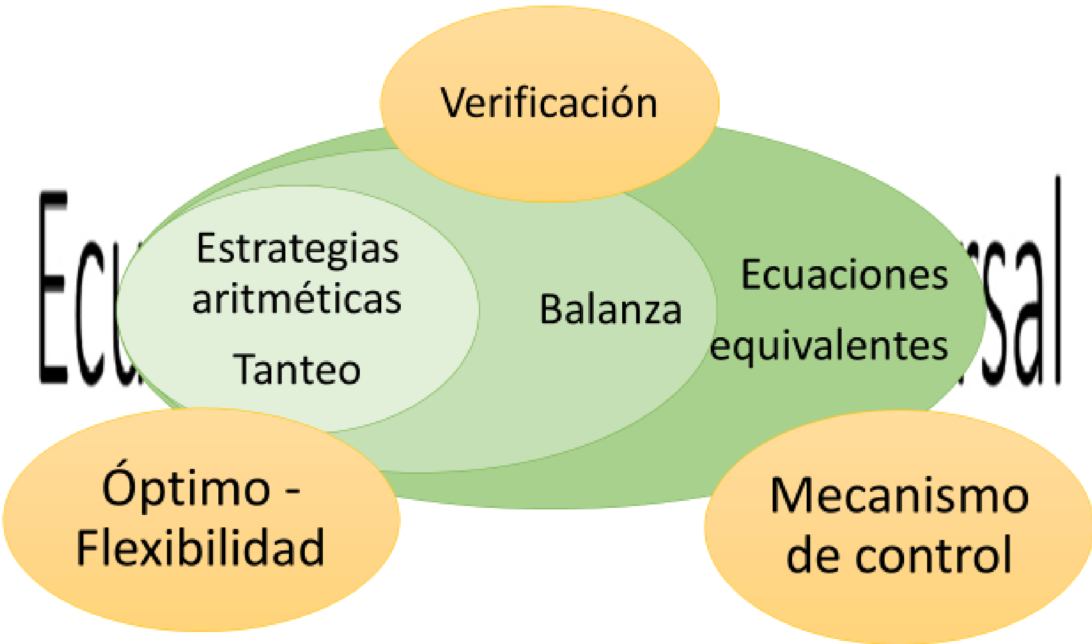
El primer aspecto sobre el que esperamos promover la reflexión entre los participantes es la diferenciación entre método y estrategia y su aplicabilidad en la enseñanza de la resolución de ecuaciones.

Según la RAE, 22va edición,

Método*: m. Modo de obrar o proceder, hábito o costumbre que cada uno tiene y observa.*

Estrategia*: f. Mat. Es un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento.*

El otro aspecto refiere a la valoración por parte de los participantes de que el tratamiento del tema ecuaciones en ciclo básico, debería considerarse como un tema transversal y en espiral a lo largo de todo el curso, incluyendo diferentes niveles de profundidad a lo largo del mismo.



La enseñanza de la resolución de ecuaciones desde un enfoque transversal.

Referencias bibliográficas:

Amerom, B.A. van (2002). Reinvention of early algebra. Developmental research on the transition from arithmetic to algebra. (Thesis, Utrecht University). ISBN 90-73346-48-7.

Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra, En The Learning of Mathematics, 9, (2), 19-25.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. Educational studies in Mathematics, 12, 317-326.

Kieran, C. & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las ciencias, 7, (3), 229-240.

Kieran, C. (2013). The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural skills: an example from algebra. En Leatham, K. (Ed.), Vital directions in mathematics education research (pp. 153-171). New York: Springer.

NCTM, (2014). Procedural Fluency in Mathematics. Recuperado de http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=42833

Perez,T. y Ravaioli,N. (2015). *Las estrategias aritméticas como recurso en el primer acercamiento a la resolución de ecuaciones: La transición de la aritmética al álgebra.* (Tesis de maestría, UCU, Uruguay)