

## LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA DESDE LAS CONCEPCIONES PRE-NUMÉRICAS A ESTUDIANTES DE GRADO PRIMERO EN UN COLEGIO DE BOGOTÁ D.C.

Soto Hernández Yancel Orlando – Zambrano Corredor Manuel Alejandro  
[yancelk@hotmail.es](mailto:yancelk@hotmail.es) – [alejomarley@hotmail.com](mailto:alejomarley@hotmail.com)  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá- Colombia)

**Tema:** Formación de profesores y maestros

**Modalidad:** Comunicación breve (CB)

**Nivel educativo:** Primaria (6 a 11 años)

**Palabras clave:** Práctica docente, Gestión en el aula, figuras bidimensionales y concepciones pre-numéricas.

### Resumen

*El presente documento sintetizará el trabajo realizado con estudiantes de grado primero en un colegio de Bogotá-Colombia en un espacio de Práctica docente. Se pretende en primera instancia presentar una justificación en la que se sustentará el por qué y para qué del trabajo realizado, acompañado de los objetivos y las preguntas orientadoras en el proceso. En relación a los objetivos y las preguntas planteadas, se mostrará la ruta de aprendizaje con las temáticas que se abordaron para alcanzar los objetivos propuestos. En el trabajo se encuentran también algunos ejemplos de las mallas de planeación de las actividades, las cuales son muestra de una sistematización con respecto a temáticas, material de trabajo, situaciones y demás que están sustentadas a través de un marco teórico en el que se encuentran aspectos formales en torno a lo matemático, didáctico, metodológico, legal y de gestión en el aula. Se expondrá el desarrollo de algunas actividades propuestas en la malla de planeación con el respectivo análisis didáctico de lo que se realizó y por último se hará una reflexión a manera de conclusión en la que se pretende hablar del cumplimiento de los objetivos que se plantearon para hacer posible este trabajo.*

### Justificación

En el marco de la práctica docente como elemento en la formación de profesores, se destaca la **gestión** como un mecanismo de orden conceptual y pragmático importante en tanto éste es en esencia un aspecto determinante en el quehacer docente en el aula, porque al comprender la práctica a través del filtro de una relación social se forjarán aspectos como la comunicación, el conocimiento pedagógico y el manejo de grupo. Los aspectos mencionados y otros determinarán el rumbo de las clases y con ello la construcción de saberes en el aula que en el caso son de tipo matemático.

Lo que se realizó en términos de objetivos y preguntas orientadoras en la práctica se enfocó en el desarrollo de conceptos del pensamiento numérico y geométrico en

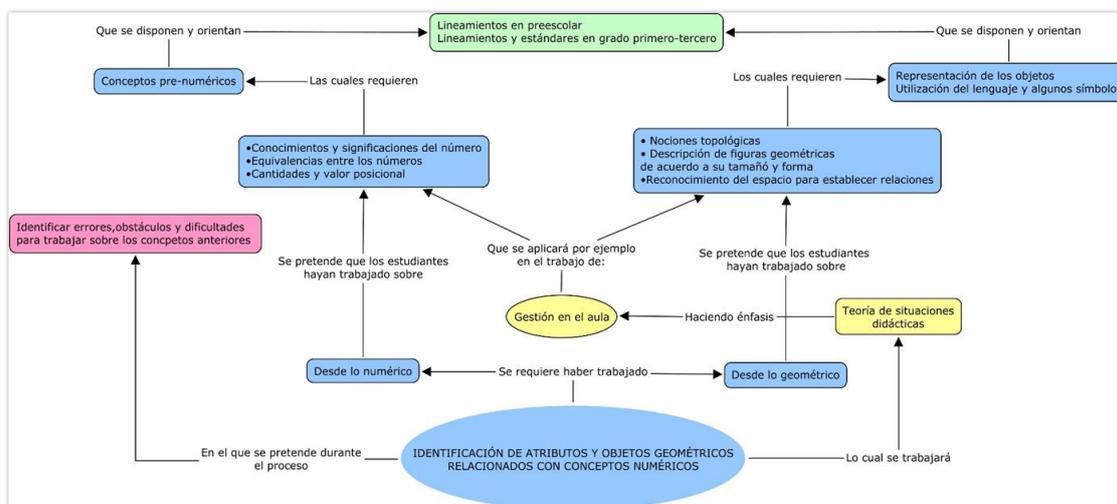
relación a las figuras bidimensionales y la concepción del número en un grupo de estudiantes de grado primero de un colegio público de Bogotá D.C. Se busca a través del proceso que los estudiantes reconozcan figuras geométricas a través de conceptos pre-numéricos.

Es de vital importancia resaltar que el reconocimiento de los estudiantes como seres cognitivos, sociales y culturales nos permite comprender la práctica desde una noción de construcción de comunidad por lo que se propone una relación de pares en el aula y el profesor como guía y acompañante de los procesos a través de la Teoría de Situaciones didácticas (TSD) de Brousseau (1986, citado por Sadovsky (2005)), con la cual se podrán encontrar en los estudiantes virtudes, cualidades y destrezas para el relacionamiento con las matemáticas. En última instancia, se pretendió a través del trabajo emplear acciones en el aula para asociar elementos geométricos a través de un tratamiento basado en acciones pre- numéricas en donde se destaque el reconocimiento del medio.

### **Aspectos metodológicos y de planeación**

Respecto a los aspectos de tipo metodológico, el trabajo realizado durante la Práctica gira en torno a 2 aspectos. El primero es TSD de Brousseau (1986) en el que Sadovsky (2005) rescata situaciones didácticas y a-didácticas; entendiendo las primeras como construcciones propias del estudiante en las que interviene el profesor y las segundas como la construcción del conocimiento de forma individual por parte del estudiante. Además se tiene en cuenta que la TSD propuesta por Brousseau (1986) cuenta con unas fases las cuales son, **acción, formulación, validación e institucionalización** que se ponen en juego a través de las situaciones que se plantean.

El segundo aspecto está encaminado a la construcción de una ruta de aprendizaje bajo la idea de la TSD que permite relacionar directamente los saberes matemáticos con el medio en el cual se encuentran los estudiantes, entendiendo que éste es el que en esencia determina quiénes son y cómo interpretan el mundo. La ruta de aprendizaje que se construyó da muestra del trabajo que se desarrolló para que los estudiantes identificaran atributos en los objetos geométricos a partir de las concepciones pre-numéricas.



**Imagen 1: Ruta de aprendizaje que se desarrolló durante el periodo de Práctica con los estudiantes para la enseñanza de figuras bidimensionales desde conceptos pre-numéricos.**

### Marco referencial

En el presente marco referencial se presentarán a grandes rasgos algunos elementos conceptuales que se consideraron en el trabajo de la práctica, los elementos conceptuales se organizarán en términos de componentes *didáctico-matemático*, *legal* y de *gestión en el aula*.

Para el componente *didáctico-matemático* el cual refiere a la conceptualización de objeto matemático a trabajar, se tienen en cuenta elementos como figuras geométricas y su relación con objetos en el entorno, conceptos pre-numéricos y conceptos numéricos.

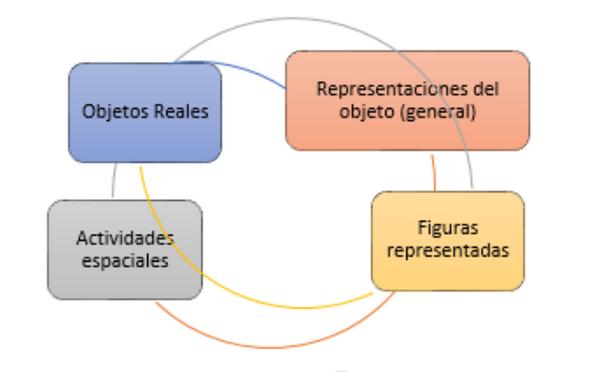
Respecto a los **conceptos pre-numéricos y numéricos**. Gómez (1988) habla de que el número posee diferentes caracterizaciones e interpretaciones más allá de la acción de contar, así las acciones numéricas están caracterizadas con acciones como **contar**, **numerar**, **medir** y **operar**. Las caracterizaciones numéricas presentadas van acompañadas también interpretaciones que se atribuyen al número con respecto a su significación, dichas significaciones son importantes porque son las que permiten evidenciar las caracterizaciones que se presentaron anteriormente. Las significaciones en el número son **la cardinalidad**, **la ordinalidad**, **el conteo**, **el código**, **la medida** y por último el número como **tecla** o **dígito**.

Respecto a lo pre-numérico, se habla de otro tipo de caracterizaciones que refieren a **la clasificación** como complemento de las acciones de conteo, seriación y asignación de

cardinal en una colección, el agrupamiento teniendo en cuenta un criterio de clasificación en un conjunto y la utilización de atributos abstractos, menos ligados a los atributos físicos de los objetos. **La seriación-ordenación** como habilidad de colocar objetos ordenadamente de acuerdo a un criterio elegido. **La Jerarquización** como un proceso previo al del conteo en el que se puede denominar la inclusión jerárquica de clases y la inclusión de clases. La primera trabaja la relación entre cardinalidad y orden y la segunda trabaja con las cualidades de los objetos. **La secuencia y sucesión** en la que Castro (1995) presenta niveles los cuales son nivel cuerda en donde la sucesión empieza en uno y los términos no están diferenciados, nivel cadena irrompible en donde la sucesión empieza en uno y los términos están diferenciados, rompible en donde la sucesión puede empezar desde un término cualquiera numerable y finalmente bidimensional en donde se puede decir que la sucesión va en ambas direcciones.

La última caracterización refiere a **la correspondencia**, en esta se asocia un número natural con el recuento para establecer una relación termino-objeto.

**Respecto a las figuras geométricas:** Las figuras geométricas son aquellas que están asociadas a las formas, la identificación de componentes y combinaciones que se pueden realizar en las mismas. En términos gráficos se puede hablar de la relación que entabla Alsina & Burgués (1989) en la figura 1.



**Figura 1: Relación entre los aspectos visuales-operativos en la configuración de los elementos geométricos.**

Teniendo en cuenta lo presentado en la figura 1, se trabajará sobre lo bidimensional en donde se consideran figuras como el triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo el

pentágono y el círculo como una excepción al tipo de figura que se considera por las características particulares que posee.

Con relación al componente *legal*, se toma como referente al Ministerio de Educación Nacional (2003) en el cual establece que al finalizar el grado tercero los estudiantes deben alcanzar algunas competencias básicas en relación con los pensamientos. Se identifican algunos estándares a trabajar con su respectiva interpretación (*ver en anexos; tabla 1*).

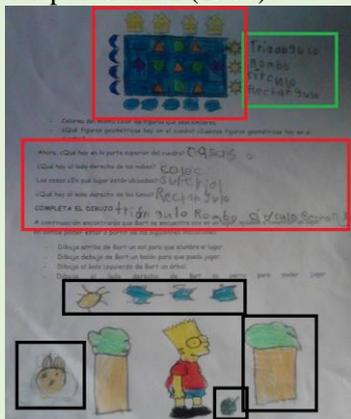
Para el desarrollo del último componente teórico el cual es de **gestión** se tienen en cuenta aspectos como el clima de aula y lo propuesto por Llinares (2008) en términos de dotar de significación las producciones de los estudiantes, la planificación y organización del contenido a enseñar (*ver en anexos, tabla 4*) y por último la comunicación en el aula.

### **Desarrollo y resultados de la propuesta**

Para desarrollar el trabajo con los estudiantes de grado primero para que construyeran conceptos de figuras bidimensionales a partir de concepciones pre-numéricas, se realiza una malla con las actividades a trabajar durante el semestre (*ver en anexos, tabla 3*) en la que se denotan sesiones por momentos; se pretendía primero trabajar sobre el momento de **acción** a través de las actividades propuestas, partiendo de una actividad diagnóstico, después se intentaron desarrollar los momentos de **formulación, validación e institucionalización** en las actividades que se fueron planteando para las demás sesiones. Las actividades se diseñaron a partir de la rúbrica (*ver en anexos, tabla 2*) y considerando también los estándares planteados en el marco legal (*ver en anexos, tabla 1*). Por último y para intentar seguir el proceso que llevaban a cabo los estudiantes, se realizan los análisis pertinentes a través de protocolos (*ver ejemplo en anexos; tabla 4*) en los que se pretendía ver si se cumplió con lo planeado para la sesión y la efectividad de las actividades para que los estudiantes avanzaran. Finalmente se muestra una tabla con el estado inicial de los estudiantes, el tratamiento que se realizó y estado final con el que se dejó el grupo de estudiantes.

### ESTADO INICIAL

Los estudiantes inicialmente presentaban problemas con el reconocimiento del número en diferentes contextos en ese sentido no lograban interpretar las diferentes definiciones del número teorizadas por Gómez (1988).



Por otra parte los estudiantes no lograban hacer relacionar los polígonos con sus lados ni podían manipular los mismos bajo ningún tipo de criterio, en ese sentido tenían carencias respecto a la significación de las figuras desde su denominación hasta sus caracterizaciones y diferencias con otros elementos geométricos.

### TRATAMIENTO

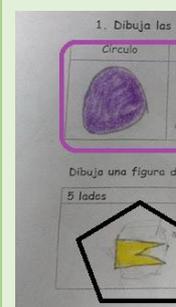
Para lograr hacer un acercamiento de los saberes matemáticos con el contexto se desarrollaron actividades en el marco de la TSD planteada por Brousseau (1986) en las que se implicaba el relacionamiento de las figuras geométricas con elementos cotidianos, desde las fases que la teoría plantea.



De esa manera las identidades geométricas adquirieron un valor y reconocimiento más importante por parte de los estudiantes sin dejar de lado que se estudiaron desde sus componentes y atributos, para posteriormente hacer uso de las mismas en el tratamiento de los conceptos pre-numéricos.

Respecto a la gestión que se empleó en el aula se observa la importancia de generar actividades en las que los estudiantes manipulen las figuras, las relacionen con situaciones cotidianas y por último, se construyan actividades que apunten a las

Al finalizar se reconocen atributos en la caracterización de esas figuras, las propiedades de las figuras, la cardinalidad, otros. Es de resaltar la manipulación para hacer asociar ese sentido a las matemáticas.



En la anterior parte que los estudiantes, a través del criterio de clasificación geométrica con



Los aspectos anteriores se identificaron a través de la aplicación de la prueba diagnóstica y la misma fue el punto de partida del trabajo que se desarrollaría con los estudiantes para que ellos identificaran propiedades en las figuras geométricas a través de conceptos prenuméricos como la seriación, la clasificación y la ordenación.

relaciones de los conceptos numéricos con las figuras geométricas.



En los desarrollos se resalta la importancia de ir analizando continuamente las producciones de los estudiantes a través de las rúbricas cosntruidas (*ver en anexos, tabla 5*) con la intención de observar los avances tanto a nivel grupal como individual. Para realizar los análisis se tienen en cuenta referentes como los de Rico (1995) en los que se observan, errores, obstáculos y dificultades de los estudiantes para que a través del trabajo de las sesiones futuras, se puedan superar.

Se resalta que para el desarrollo de las sesiones se utiliza material gráfico y manipulativo tangible (Godino; 2003).

Para el caso utilizan el cri triángulos y f



Por último, l logran eviden figuras de ac forma de la fi



### Reflexión y consideraciones

La praxis que se presentará tiene como finalidad valorar el énfasis de la **gestión** y a grandes rasgos algunos **desarrollos de los estudiantes**. En relación con la gestión del profesor de matemáticas y desarrollos de los estudiantes se resalta lo siguiente:

- ✓ Los procesos empleados permitieron forjar acercamientos conceptuales a las figuras bidimensionales (planas) desde los componentes, atributos y características.
- ✓ En relación con la **gestión** como un aspecto permeado por otros elementos como el saber y el contexto es importante rescatar esta se presenta como un dispositivo que requiere un análisis más allá de la relación unidireccional profesor – estudiante y que invita de una apropiación ideológica y teórica de entender el aula y sus relaciones.
- ✓ Los **desarrollos cognitivos** deben ser contextualizado en relación a preceptos sociales, culturales y del saber matemático que está expuesto porque permitirá que los estudiantes logren construir relaciones en términos de lo geométrico.

### Referencias bibliográficas

- Alsina, C & Burgués, C (1989) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Editorial síntesis S.A, Madrid.
- Broitman, C & Itzcovich, I (SF) Capítulo 8, *Geometría en los primeros años de la EGB: Problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza*.
- Castro, C (1995), *Errores en el ajuste del valor posicional*, Departamento de didáctica de las matemáticas.
- Godino, J. (2003) Teoría y métodos de investigación en educación matemática. *Capítulo 11 (Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas)*. Departamento de didáctica de las matemáticas.
- Gómez, B (1988). *Numeración y Cálculo*. Matemáticas, cultura y aprendizaje, Editorial Síntesis; Madrid, España.
- Llinares, S. (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. En Conferencia invitada en III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional Santa Fe de Bogotá.
- M.E.N, Ministerio de Educación Nacional; (2003) *Lineamientos y Estándares básicos en el área de Matemáticas*; Colombia.
- Rico, L, (1995); *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*, Didáctica de las matemáticas.
- Sadovsky, P. (2005). *La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. Reflexiones teóricas para la educación matemática.

**Anexos**

Estándares trabajados	Interpretación
Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.	El estudiante reconoce las figuras bidimensionales y las relaciona con su entorno lo cual permite que trabaje y elabore dibujos y figuras con las mismas.
Dibujó y describo cuerpos o figuras bidimensionales en distintas posiciones y tamaños.	El estudiante identifica y compara las figuras geométricas teniendo en cuenta sus propiedades.
Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.	Este estándar pretende que el estudiante reconozca su entorno por medio de las nociones topológicas.
Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio	Este estándar pretende que el estudiante reconozca y relacione al medio con a él y al otro (con referente) por medio de habilidades las cuales pueden ser las nociones topológicas.
Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.	En este estándar se pretende que el estudiante compare e identifique los diferentes contextos donde se presenta el número.
Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).	Este estándar pretende que en su cotidianidad el estudiante identifique el número de diferentes formas.

**Tabla 1: Estándares trabajados con los estudiantes de grado primero con su respectiva interpretación.**

Datos de identificación	Planeación			
	Sesión 1	Sesión 2		
Justificación				
Objetivos				
Soporte Didáctico	Obstáculos			
	Dificultades			
	Errores			
Metodología	Sesión 1			
	Descripción	Roles		
Desarrollo de actividades	Actividad			
Recursos				
Evaluación	Estandar			
	Niveles	Cognitivo	Procedimental	Actitudinal
	N1			
	N2			
N3				
Bibliografía				

**Tabla 2: Modelo de rúbrica considerado para realizar las respectivas planeaciones de las actividades con los estudiantes en las que se construye la justificación, los objetivos y las actividades teniendo en cuenta el referente teórico.**

14 de octubre	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nombrando figuras</li> <li>Construyendo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conceptos pre-numéricos en relación a la correspondencia y clasificación</li> <li>Figuras geométricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Manipular el conocimiento matemático construido hasta el momento (conceptos pre-numéricos y figuras geométricas) a través de situaciones en las que intervenga el contexto sin dejar de lado el entorno, intereses y gustos de la población que se han identificado.</li> <li>Brindar elementos conceptuales para el afianzamiento de la constitución del pensamiento geométrico y numérico y la relación de los mismos elementos conceptuales.</li> <li>Generar procesos de relación entre el contexto y los estudiantes, que pretendan la interacción y las relaciones entre el grupo y el conocimiento matemático específico.</li> <li>Relacionar de manera específica las concepciones geométricas que se tienen respecto a las figuras geométricas y sus caracterizaciones con las concepciones pre-numéricas, tomando como elementos los objetos geométricos.</li> </ul>
21 de octubre	<ul style="list-style-type: none"> <li>De compras</li> <li>¿Qué figura sigue?</li> <li>Construye collares</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conceptos pre-numéricos en relación a la seriación</li> <li>Figuras geométricas</li> </ul>	
25 de octubre	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ayuda al pintor</li> <li>Mi cuadro</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conceptos numéricos</li> <li>Nociones topológicas</li> <li>Atributos en figuras que no son geométricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Validar el conocimiento matemático construido hasta el momento (conceptos pre-numéricos y figuras geométricas) a través de situaciones didácticas.</li> <li>Identificar los conceptos matemáticos apropiados por los estudiantes</li> <li>Generar procesos argumentación de tipo matemático por medio de las situaciones didácticas.</li> <li>Resolver las dudas que contengan los estudiantes frente a los conceptos matemáticos (conceptos pre-numéricos y figuras geométricas).</li> </ul>
4 de noviembre	Busca tu pareja	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conceptos pre-numéricos y numéricos</li> <li>Propiedades en las figuras geométricas</li> </ul>	
11 de noviembre	Dibujando, buscando y reconstruyendo figuras geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propiedades geométricas</li> <li>Relación entre figuras</li> <li>Composición de figuras geométricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evaluar el proceso realizado por el grupo de estudiante en torno a algunos conocimientos matemáticos (conceptos pre-numéricos y nociones topológicas).</li> <li>Validar algunas de las construcciones realizadas por los estudiantes durante todo el proceso en relación a las temáticas trabajadas.</li> <li>Establecer como profesores en el grupo de estudiantes las significaciones de los conceptos que trabajaron a través de situaciones de formalidad que permitan finalmente mostrar un saber en torno a los conceptos.</li> </ul>

Tabla 3: Malla de actividades planeadas intentando seguir un modelo de TSD en términos de las fases presentadas para las actividades y además considerando conceptos a trabajar (ver lo verde) junto con los objetivos de cada bloque de sesión por colores (ver lo rojo).



PROTOCOLO 1 (Reconocimiento y diagnóstico del medio)	
LO PLANEADO	
<p><b>Objetivo general:</b> Reconocer los conocimientos matemáticos (conceptos pre-numéricos y nociones topológicas) de los estudiantes de los grados 101 y 102 además de su entorno, intereses y gustos de tipo académico y externos a los mismos.</p> <p><b>Objetivos específicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar en los estudiantes procesos y concepciones en relación al pensamiento numérico y geométrico. (conceptos pre-numéricos y nociones topológicas).</li> <li>Proporcionar información a los practicantes para planear situaciones de tipo matemático que se relacionen con los intereses y gustos de los estudiantes reconociendo las particularidades y el contexto.</li> </ul>	
LO EJECUTADO (ANÁLISIS Y EVIDENCIA)	
Nivel 1	 <p>En este nivel los estudiantes no tienen la capacidad de reconocer al número como cantidad en términos de dinero, puesto que si bien se capaz de asociar el número a elementos representativos de la gráfica de manera intuitiva, le es complejo aún relacionarlo desde otras interpretaciones de su uso.</p>
Nivel 2	 <p>Los estudiantes que se encuentran en este nivel presentan un reconocimiento parcial de los usos y significaciones del número en tanto reconocen algunas de las representaciones más usadas, pero desconocen algunas menos usuales, bien puede determinarse que este tipo de situaciones puede deberse a un desajuste del contexto con su respectiva representación.</p>
Nivel 3	 <p>De acuerdo con lo presentado en la evidencia es posible determinar que los estudiantes en este nivel reconocen el número desde varias de sus significaciones, en ese sentido reconocen al número en un contexto determinado tal que tienen la capacidad de reconocerlo en atributos y objetos a partir de una imagen presentada.</p>

Nivel 1	 <p>De acuerdo al estándar establecido, al estudiante en este nivel se le dificulta reconocer atributos y propiedades en las figuras geométricas. Además presenta dificultades en términos de ubicación espacial (propia y de objetos). Podemos denotar en la imagen que el estudiante difiere de algún tipo de ubicación, pues que no logra identificar lateralidad integrada desde Camarino (1991) porque como se denota en lo rojo (ver la imagen, lo rojo) el estudiante no puede ubicar los elementos en relación al objeto principal y de acuerdo a las indicaciones.</p>
Nivel 2	 <p>El estudiante en este nivel reconoce algunas características de los objetos geométricos y comprende algunos elementos de ubicación espacial en el lugar en el que se encuentra. Se observa que el estudiante por ejemplo clasifica los objetos de acuerdo a algún tipo de atributo (Piaget, 1958), pero no logra hacerlo de manera clara (ver lo azul) porque aún se le dificulta reconocer que el rectángulo amarillo y los rojos comparten características, por otro lado, logra determinar la ubicación de algunos objetos como las cosas, pero no las clasifica tampoco de manera adecuada (ver lo verde).</p>
Nivel 3	 <p>En este último nivel el estudiante comprende claramente los atributos de los elementos geométricos que le sean presentados y logra reconocerlos a sí mismo y a los objetos de su entorno espacialmente. Se puede observar que el estudiante realiza una clasificación de los elementos de acuerdo a sus características (ver lo rojo) y logra evidenciarlos por su nombre (ver lo verde) además a lateralidad en términos de la integración (Camarino y Castañer, 1991) es trabajada en su totalidad porque el estudiante logró adecuar cada uno de los objetos de acuerdo a la indicación de arriba, abajo, derecha o izquierda (ver lo negro en la imagen).</p>

Tabla 5: Ejemplo de protocolo que se construye para cada una de las actividades en donde se analizan las producciones de los estudiantes teniendo en cuenta referentes teóricos y la tabla de los estándares (ver la tabla 1).