

## **PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL. ACCIONES PARA ARTICULAR LA INVESTIGACIÓN Y EL TRABAJO EN EL AULA**

Adriana Engler, Daniela Müller, Silvia Vrancken

Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral. Argentina  
aengler@fca.unl.edu.ar; dmuller@fca.unl.edu.ar; svrancke@fca.unl.edu.ar

**Nivel Educativo:** Medio. Terciario. Universitario

**Palabras clave:** pensamiento y lenguaje variacional \* matemática educativa \* actividades de aula \* nuevas tecnologías

### **Resumen**

La tarea docente es compleja. Está llena de obstáculos, dificultades y errores que hay que tratar de salvar para que los resultados académicos sean los esperados. La preparación docente se basa fundamentalmente en una muy buena formación en el saber matemático dado que no podemos hablar de enseñanza de la matemática sin saber matemática. No podemos desconocer que, tan importante como el conocimiento mismo, es la preparación pedagógica y didáctica de los profesores. Este es tema de debate hace tiempo.

En los últimos años se realizaron investigaciones muy serias en relación a la enseñanza y aprendizaje del cálculo desde un enfoque centrado en el pensamiento y lenguaje variacional. Sin embargo está claro que faltan acciones concretas que permitan superar ampliamente los niveles meramente descriptivos y teóricos especialmente en el nivel universitario. Es necesario propiciar la toma de profundas decisiones que permitan la implementación áulica de las conclusiones y aportes obtenidos de los diferentes proyectos llevados a cabo a lo largo de las últimas décadas.

Con el desarrollo de este taller pretendemos generar un espacio de discusión y debate a fin de colaborar en la formación docente y propiciar la realización de acciones concretas en el ámbito escolar. Buscamos vincular las investigaciones en relación al pensamiento y lenguaje variacional con la actividad en el aula y la incorporación de las nuevas tecnologías. Trabajaremos en base a las investigaciones realizadas sobre el tema en los últimos tiempos cuyos resultados representan aportes muy interesantes para ser llevados al aula.

### **Introducción**

La tarea docente es compleja. Está llena de obstáculos, dificultades y errores que hay que tratar de salvar para que los resultados académicos sean los esperados. La preparación docente se basa fundamentalmente en una muy buena formación en el saber matemático dado que no podemos hablar de enseñanza de la matemática sin saber matemática. No podemos desconocer que, tan importante como el conocimiento mismo, es la preparación pedagógica y didáctica de los profesores. Este es tema de debate hace tiempo.

En el marco de la Matemática Educativa o Educación Matemática se han realizado en las últimas décadas un número considerable de investigaciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de temas relacionados con el cálculo. Esta disciplina, surgida durante la segunda mitad del siglo veinte, se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático. Su propósito consiste en explorar y entender cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático y cómo desarrollan una manera matemática de pensar. Cantoral (2003, p. 208) expresa:

El nombre de Matemática Educativa da a nuestra disciplina una ubicación geográfica y conceptual; en el mundo anglosajón, el nombre que le han dado a la práctica social asociada es el de Mathematics Education, mientras que en Europa continental le han llamado Didáctica

de las Matemáticas, Didactique des Mathématiques, Didaktik der Mathematik, por citar algunas de las escuelas más dinámicas.

Sin importar la denominación adoptada, según se trate de la tradición de escuela a la que pertenecen, el interés de investigación se centra en los procesos de constitución, transmisión y adquisición de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar.

Debido a la complejidad de los procesos que intervienen en el cálculo (abstracción, demostración, generalización, visualización, entre otros) que además tienen que ver con tópicos avanzados que van más allá del álgebra elemental, las investigaciones en relación a esos temas se ubican dentro del campo denominado "Pensamiento Matemático Avanzado". A principios de la década de los noventa, las investigaciones comienzan a considerar que en el estudio de las circunstancias que permiten construir conocimiento no se pueden dejar de lado aspectos sociales y culturales. En los últimos tiempos aparecen en la literatura una serie de trabajos con otra orientación común: la necesidad de analizar la relación de los conceptos con prácticas socialmente compartidas y con sentidos y significados extra matemáticos (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza, 2003). Con la prioridad de dotar a la investigación de una aproximación sistémica que permita incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento (su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, el plano cognitivo y el didáctico), surge una línea de investigación que se ha denominado "acercamiento socioepistemológico". Se trata de una aproximación teórica en construcción iniciada por grupos de investigación del área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV IPN, en México. La actividad humana dentro de esta aproximación juega un papel muy importante ya que es considerada como la fuente principal de la reorganización de la obra matemática que implicará el rediseño del discurso matemático escolar en todos los niveles escolares.

Bajo esta aproximación se encuentra la línea de investigación del *Pensamiento y Lenguaje Variacional*, que estudia la articulación entre la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos (Cantoral y Farfán, 2000).

Cabañas y Cantoral (2007) expresan que los trabajos en este área se han orientado al desarrollo de acercamientos didácticos que favorezcan la construcción de significados, tanto al nivel de los procesos como de los conceptos propios del cálculo, principalmente de los conceptos de función, límite, continuidad, derivada, convergencia y analiticidad, basados siempre en lo que llaman ideas variacionales.

Los conceptos básicos sobre los cuales se construye la matemática de la variación y el cambio son el de variable y el de función. Valero (2003) asegura:

Para acceder al pensamiento y lenguaje variacional, se precisa entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados por parte del que aprende pues el conocimiento superficial no resulta suficiente para desarrollar las competencias esperadas en los cursos de análisis (p. 4).

Un elemento fundamental para entender el proceso de variación de las funciones es trabajar sus aspectos cualitativos y cuantitativos. En el primer caso se busca conocer cómo cambia una función y en el segundo cuánto cambia. Las funciones se utilizan como modelos de situaciones del mundo real, incluyendo aquellas que son resultado del avance tecnológico, y tienen enorme aplicación a la descripción de fenómenos físicos

Dolores (2004) sostiene que poder analizar el comportamiento de las funciones es uno de los rasgos esenciales que caracteriza al pensamiento variacional. Propiciar y desarrollar esta forma de pensamiento en los alumnos les permitirá encontrarse en mejores condiciones para acceder a la matemática superior.

Valero (2003) destaca que Dolores, Solache y Díaz abordan el problema del escaso desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes que terminan el bachillerato y en ingresantes a la universidad, especialmente el que se relaciona con conceptos y procedimientos relativos a las variables, funciones, derivadas y análisis del comportamiento variacional de funciones.

Cantoral (1991, c.p. Dolores, 2007) “propone rediseñar el discurso matemático escolar desde el fondo, cambiando el papel principal que los cursos de cálculo confieren al concepto de límite y poniendo en su lugar a la variación física ...” (p.195) y expresa además:

...en el terreno de la enseñanza, tendemos hacia la reconstrucción de una Didáctica del Cálculo basada en las intuiciones y vivencias cotidianas de los sujetos, mediante acercamientos fenomenológicos, por lo que se atiende más al fenómeno en su relación con el concepto matemático que al concepto per se (p.195).

Dolores (2007) recomienda:

... ubicar como eje rector de todo el curso de Cálculo Diferencial al estudio de la variación, de modo que la derivada no sea un concepto matemático abstracto sino un concepto desarrollado para cuantificar, describir y pronosticar la rapidez de la variación en fenómenos de la naturaleza o de la práctica (p. 198).

En general los investigadores proponen que el primer contacto que los alumnos tengan con las nociones y conceptos del cálculo sea enfrentarlos con aquellas situaciones problemáticas que favorezcan de una manera natural su construcción.

### ***Enseñanza y aprendizaje del cálculo***

Los vínculos del cálculo tanto con la matemática elemental como con la matemática avanzada y su papel en las ciencias lo transforman en un conjunto de conocimientos con valor teórico y empírico indispensable en la educación superior. Los currículums de matemática y los métodos de enseñanza durante mucho tiempo fueron inspirados sólo por ideas que provienen de la estructura de las matemáticas formales y por métodos didácticos fuertemente apoyados en la memoria y en la algoritmia donde frecuentemente el estudiante se ve imposibilitado de percibir las relaciones que tienen los procedimientos con las aplicaciones más cercanas a la vida cotidiana y se priva de experimentar sus propios aprendizajes en escenarios diferentes a los que se les proveen en el aula. Moreno (2005) expresa:

La enseñanza de los principios del cálculo resulta bastante problemática y aunque seamos capaces de enseñar a los estudiantes a resolver de forma más o menos mecánica algunos problemas estándar, o bien a realizar algunas derivadas o integrales, tales acciones están muy lejos de lo que supondría una verdadera comprensión de los conceptos y métodos de pensamiento de esta parte de las matemáticas (p. 82).

Es importante debatir cómo nuestros alumnos acceden al discurso matemático escolar. Se supone que los alumnos fracasan por no llegar con una preparación adecuada, no saben álgebra, no conocen las propiedades de los números, las características de las desigualdades y no saben geometría. Sin embargo, pueden tener todos estos conocimientos y aún fracasar o evidenciar serias dificultades. Generalmente las imágenes previas del concepto existentes en sus mentes interfieren inevitablemente generando obstáculos al mezclarse con las nuevas imágenes adquiridas, impidiendo el desarrollo de la comprensión del nuevo concepto.

Cantoral & Mirón (2000), citados en Zuñiga (2007, p.150), señalan: “la enseñanza habitual del análisis matemático logra que los estudiantes deriven, integren, calculen límites elementales sin que sean capaces de asignar un sentido más amplio a las nociones involucradas en su comprensión”.

El desarrollo de investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de temas relacionados con el cálculo en las últimas décadas abren la posibilidad de nuevas propuestas didácticas fundamentadas en el análisis de los procesos involucrados en el aprendizaje de estos temas.

### ***Ingeniería didáctica y teoría de situaciones didácticas***

La noción de ingeniería didáctica surgió en el seno de la escuela francesa a comienzo de los años ochenta. Douady (1995, p.61) expresa:

La elaboración de un problema es un paso de una ingeniería didáctica. En este contexto, el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas,

organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor-ingeniero, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos. En el transcurso de las interacciones entre el profesor y los estudiantes el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los estudiantes y en función de las selecciones y decisiones del profesor.

En la didáctica de la matemática el término se utiliza desde un doble aspecto: como metodología de investigación y como producción de situaciones de enseñanza. En nuestro trabajo nos interesa el segundo aspecto. Douady (1995, p.61) manifiesta "...la ingeniería didáctica es a la vez un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso en el transcurso del cual el profesor ejecuta el producto adaptándolo, si se presenta el caso, a la dinámica de la clase."

El propósito de la ingeniería didáctica es proporcionar herramientas de trabajo a los profesores, de modo que las planificaciones tengan un marco teórico y reflexivo. Se apoya en la teoría de las Situaciones Didácticas iniciada por Brousseau y su evolución se ha visto caracterizada por la evolución de esta teoría. Se identifica fundamentalmente por centrar la atención en los procesos de aprendizaje de los alumnos cuando se desenvuelven en el aula, mediante la realización de actividades didácticas diseñadas por el investigador. Una característica importante de esta teoría es su consideración de los fenómenos de enseñanza y de aprendizaje desde un enfoque sistémico centrado en tres componentes fundamentales: el saber, el o los alumnos y el profesor. El funcionamiento didáctico no puede ser explicado por el estudio separado de cada uno de sus componentes. Además está el mundo exterior a la escuela, los padres, los matemáticos, la sociedad en general, que no pueden dejar de tenerse en cuenta. No se trata simplemente de reproducir el ambiente científico en que el conocimiento fue establecido originalmente. La esencia del trabajo didáctico es construir situaciones artificiales adecuadas a las condiciones pedagógicas. Las situaciones son específicas del conocimiento. Para que el alumno construya el conocimiento es necesario que se interese personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica.

### ***Sistemas de representación y visualización***

Entre los procesos cognitivos implicados en el pensamiento matemático avanzado, se encuentra el de visualización. Cantoral y cols. (2003, p. 146) entienden por visualización "la habilidad para transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual". Este proceso está relacionado con el uso de medios de representación correspondientes a los distintos registros: gráfico, numérico, simbólico y algebraico. Hitt (2003) expresa:

... la visualización matemática de un problema juega un papel importante, y tiene que ver con entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión y ello nos permite realizar una acción que posiblemente puede conducir hacia la solución del problema (p. 215).

Todo concepto matemático necesita de representaciones ya que no se dispone de objetos para mostrar en su lugar y sólo por medio de éstas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Duval (2000, c.p. González, 2006) afirma que no hay conocimiento sin representación. Un recurso importante para lograr la comprensión de un concepto es la utilización de distintos registros de representación. Hitt (2003) argumenta además que los estudiantes de primer año universitario no logran crear articulaciones entre varios sistemas de representación relacionados con los conceptos de ese nivel.

Si bien la visualización es importante para favorecer la comprensión matemática en los primeros cursos de la universidad, existen numerosas investigaciones que muestran la gran resistencia de los alumnos a visualizar. Eisenberg y Dreyfus (1991) opinan que las causas por las que los estudiantes evitan la visualización están relacionadas con distintos aspectos. Por un lado la visualización demanda actividades cognitivas superiores a las que exige pensar algorítmicamente. Por otro lado los aspectos visuales no son utilizados para comunicar las ideas matemáticas ya que éstos suelen ser considerados por matemáticos, maestros y alumnos como secundarios al concepto mismo. Estos autores opinan que muchas de las

dificultades del cálculo se superarían si se enseñara a los estudiantes a interiorizar las connotaciones visuales de los distintos conceptos.

### ***Obstáculos y dificultades en el aprendizaje***

Para comprender los aportes de las investigaciones en cuanto al estudio de las dificultades es necesario hacer referencia a la noción de obstáculo. El concepto de obstáculo fue introducido por el filósofo francés Bachelard en el contexto de las ciencias experimentales bajo la denominación de obstáculo epistemológico. Sosas (1999, p. 136) en el trabajo desarrollado sobre dificultades expresa: “El traslado del concepto de obstáculo epistemológico al campo de la Didáctica de la Matemática es objeto de debate, ya que plantea dificultades que han sido descritas por autores como Brousseau (1983), Sierpinska (1985) y Artigue (1989)...” La evolución histórica de los conceptos matemáticos es un proceso caracterizado por la presencia de obstáculos epistemológicos. El mismo Sosas considera que las dificultades se pueden organizar teniendo en cuenta determinadas características: dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de la matemática, a los procesos de pensamiento matemático, a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de la matemática, a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y a actitudes afectivas y emocionales hacia la misma. Las dificultades se conectan y refuerzan entre ellas y se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores. Los errores se consideran desde un doble aspecto: falta de conocimiento por un lado y presencia de un esquema cognitivo inadecuado.

### ***La incorporación de las nuevas tecnologías en la enseñanza***

Duart y Sangrá (2000), expresan que la educación no puede estar ajena al potencial que los nuevos espacios de relación virtual aportan. Ante la rapidez de la evolución tecnológica, ahora más que nunca, la educación debe manifestarse claramente y situar la tecnología en el lugar que le corresponde: el de medio eficaz para garantizar la comunicación, la interacción, la información y, también, el aprendizaje.

Cuanto más amplias y complejas sean las relaciones que se establezcan, mayor será la capacidad de utilizarlos en las situaciones cotidianas, en la construcción de nuevos significados y en el establecimiento de nuevas relaciones. Es necesaria la creación de entornos para el aprendizaje donde la interacción con el alumno esté mediada por propuestas de enseñanza que, a través de diferentes tipos de materiales educativos, propicie la adquisición y construcción del conocimiento de manera flexible y autónoma.

Zaldívar (2006, p.22) manifiesta:

En la actualidad existen varias investigaciones en didáctica de las matemáticas que ponen a la tecnología como motor de conocimiento, teniendo interesantes repercusiones en la enseñanza del Cálculo. En ellas se sugiere que el uso de la tecnología en el aula de matemáticas no debe quedar excluido porque ‘evitan que el alumno piense’, sino más bien, mirar a la tecnología como la herramienta que brinda la posibilidad a los estudiantes de involucrarse en la construcción de su conocimiento matemático. Se propone entonces la creación de propuestas en las que se desarrolle un uso inteligente de los medios tecnológicos (Buendía, et al, 2006). Los investigadores que tienen a su cargo la ejecución de este tipo de proyectos, comparten una visión sobre los instrumentos tecnológicos: facilitadores de cálculos y operaciones en general, cuyo uso inteligente no puede quedar relegado al pragmatismo de ahorrador de tiempo. De ahí que, en el aula de matemáticas de este siglo, tiene que darse necesariamente una reorganización del discurso matemático escolar que favorezca un estudio, representación y exploración del saber matemático matizado por el uso de instrumentos tecnológicos (Buendía et al, 2006).

El uso adecuado de estas tecnologías implica la incorporación de una metodología didáctica y funcional que atienda al diseño de los contenidos, al proceso de comunicación, al sistema de estudio y de evaluación.

Mónica Villarreal (2003) cita a diversos autores como Schoenfeld, Smith, Heid y Baylor, Hillel et al., quienes describen las características, ventajas e influencias de los ambientes computacionales en la enseñanza y aprendizaje del cálculo. Según esos autores, en diversas propuestas de enseñanza del cálculo que utilizan el recurso informático, algunos de los rasgos más destacados son la posibilidad de ilustrar y reforzar conceptos básicos, reducir la preocupación de las técnicas de cálculo y permitir concentrarse en las ideas centrales del cálculo al abordar aplicaciones más realistas, comunicar nuevas ideas de manera visual y experimental antes de pasar a una explicación oral y ofrecer imágenes que de otro modo serían inaccesibles para los alumnos. De esta manera, el trabajo en un ambiente computacional favorece la posibilidad de alcanzar una mayor comprensión conceptual.

Destaca también que los ambientes computacionales favorecen el abordaje más experimental en el aprendizaje matemático que alienta a los alumnos a formular, verificar o rechazar y reformular hipótesis, generar patrones, anticipar resultados y combinar abordajes gráficos con rutinas numéricas y analíticas.

Diversos trabajos de investigación relacionados con el cálculo proponen la incorporación de estos medios con la intención de promover la conexión entre diferentes registros de representación y la visualización matemática (Villarreal, 2003; González, 2006).

El gran trabajo desarrollado en didáctica del cálculo así como en relación a los proyectos de innovación en su enseñanza aún no han logrado los resultados esperados en el interior de las prácticas institucionales y en las aulas. Se nota una gran brecha entre la realidad del aula (innovación) y las investigaciones científicas (Moreno, 2005, c. p. Zaldívar, 2006). Faltan acciones concretas que permitan superar ampliamente los niveles meramente descriptivos y teóricos especialmente en el nivel universitario.

En Chim y Zaldívar (2007, p. 398) leemos:

Ahora bien, el éxito de cualquier cambio en la forma en la que se desarrolla la enseñanza está determinado, en gran parte, por la implementación de un cambio en las concepciones del profesor, pues muchas de ellas se vuelven verdaderos obstáculos para lograr un cambio en los métodos de enseñanza que éste emplea. (Campanario, 2003) ... Se requiere que el profesor posea una adecuada visión de lo que es la actividad matemática, en especial dentro del salón de clase, de una epistemología apropiada y de concepciones didácticas apropiadas.

### Objetivos de la propuesta

- Generar un espacio de reflexión para valorar los avances en las investigaciones en la enseñanza del cálculo y su implementación en el aula.
- Despertar en el docente la necesidad de crear elementos didácticos y desarrollar actividades que favorezcan el desarrollo del pensamiento variacional.

### Temas a desarrollar

- Pensamiento y lenguaje variacional.
- Investigación en didáctica del cálculo.
- Ingeniería didáctica y teoría de situaciones.
- La noción de sistemas de representación y visualización matemática.
- Obstáculos y dificultades en el aprendizaje.
- Diseño de actividades didácticas.
- La incorporación de las nuevas tecnologías en el diseño de actividades didácticas.

### Metodología de trabajo

Se proponen dos jornadas de trabajo. Durante cada uno de los encuentros se tendrán en cuenta las siguientes formas de trabajo:

- Desarrollo de los aspectos básicos de los contenidos e investigaciones descriptas en el apartado anterior.
- Presentación y resolución grupal de actividades propuestas.
- Trabajo en el laboratorio de informática presentando los avances referidos a la introducción de las nuevas tecnologías en nuestro trabajo cotidiano.
- Puesta en común de las diferentes producciones.
- Debate y discusión abierta a todos los participantes del taller con el fin de construir, analizar, seleccionar, detallar y reorganizar los conocimientos, contenidos, metodología de trabajo que permitan la articulación entre las investigaciones y el trabajo diario en el aula en relación al desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional de nuestros alumnos.

### Reflexiones

Si como formadores:

- logramos reflexionar y tomar conciencia de lo importante que resulta conocer los resultados derivados de investigaciones,
- generamos, en base a lo anterior, propuestas de aula acorde a dichos resultados y
- utilizamos la creatividad para desarrollar una metodología innovadora en la enseñanza propiciando el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, buscando alcanzar mejores niveles en el proceso de aprendizaje y en la formación universitaria, seguramente nuestros logros en relación a los objetivos propuestos serán mejores.

### Referencias bibliográficas

- Cabañas, G. y Cantoral, R. (2007). La integral definida: un enfoque socioepistemológico. En Dolores, C.; Martínez, G.; Farfán, R.; Carrillo, C.; López, I., Navarro, C. (Eds.) *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula.* (pp. 2-25). México: Ediciones Díaz de Santos.
- Cantoral R. y Farfán, R. (2000). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. En *El futuro del Cálculo Infinitesimal, ICME-8.* (pp. 69-91). Sevilla, España: Grupo Editorial Ibero América.
- Cantoral, R. (2003). Pensamiento matemático avanzado: una revisión de los enfoques a la investigación sobre didáctica del análisis. En Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J.; Rodríguez, R. y Garza, A. *Desarrollo del pensamiento matemático.* (pp. 205-218). México, D.F, México: Trillas.
- Cantoral, R.; Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J.; Rodríguez, R. y Garza, A. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático.* México, D.F, México: Trillas.
- Chim, L. y Zaldívar, J. (2007). Formación didáctica en Cálculo universitario. Una propuesta basada en el diseño de actividades como eje rector. En Buendía, G.; Montiel G. (Eds.). *Memoria XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa.* (pp. 396-407). México. Extraído el 24 de Junio de 2009 desde <http://www.red-cimates.org.mx/Documentos/xieime.pdf>.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas, concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 7 (3), 195-218.
- Dolores, C. (2007). La derivada y el Cálculo. Una mirada sobre su enseñanza por medio de los textos y programas. En Dolores, C.; Martínez, G.; Farfán, R., Carrillo, C., López, I. y

Navarro, C (Eds.). *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula.* (pp.169-204). Universidad Autónoma de Guerrero. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.

- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Bogotá: Una Empresa Docente. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duart, J. y Sangrá, A. [comp.] (2000). *Aprender en la virtualidad.* Barcelona: Gedisa, S.A.
- Eisenberg, T. y Dreyfus, T. (1991). Visualization and calculus reform. En Zimmermann, W. y Cunningham, S. (Eds.) *Visualization in teaching and learning mathematics.* (pp. 121-126). Washington. Mathematical Association of America.
- González, A. (2006). La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos informáticos. Problemas de enseñanza y aprendizaje. Tesis doctoral. Universidad de La Laguna. Extraído el 12 de febrero de 2008 desde <ftp://tesis.bbtk.ull.es/ccppytccp257.pdf>.
- Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana.* X (2). 213-223.
- Moreno, M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo: evolución, estado actual y retos futuros. En Maz, A.; Gómez, B. y Torralba, M. (Eds.), *IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.* (pp. 81-96). Córdoba. España.
- Sucas, M. (1999). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. y otros. *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* (pp. 125-154). Erre Eme S.A. Buenos Aires.
- Valero, M. (2003). Estabilidad y cambio de concepciones alternativas acerca del análisis de funciones en situación escolar. Tesis de doctorado. CICATA-IPN, México. Extraído el 03 de Marzo de 2008 de [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/valero\\_2003.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/valero_2003.pdf).
- Villarreal, M. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. *Educación Matemática,* 15(1), 99-122.
- Zaldívar, J. (2006). Un estudio sobre elementos para el diseño de actividades didácticas en Cálculo. Mérida. Yucatán. México. Extraído el 04 de Marzo 04 de 2008 desde [http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/Tesis\\_DavidZaldivar.pdf](http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/Tesis_DavidZaldivar.pdf).
- Zuñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista Latinoamericana de Matemática.* 10 (1), 145-175.