LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Lic. Alicia Mirta Giarrizzo
ISFD Nº11 de Lanús. ISFD Nº102 de Banfield. Argentina
agiarriz@gmail.com

Nivel educativo: Terciario
Palabras Clave: formación docente, diagnóstico, formulación de problemas, material didáctico.

RESUMEN

Hoy, los estudiantes del profesorado de matemática, tendrán que desarrollar variadas competencias y los docentes formadores deberán contribuir para generar un proceso de cambio epistemológico del modelo de enseñanza y de aprendizaje con el que ellos convivieron como alumnos, revisando sus concepciones previas y reflexionando sobre sus alcances y limitaciones en relación con lo que significa saber matemática, hacer matemática, aprender matemática y enseñar matemática según las teorías didácticas actuales.
Pero para ingresar a la carrera no se contempla la inclusión de actividades que permitan diagnosticar estas aptitudes complementarias y fundamentales para la formación integral de los futuros profesores de matemática.
Entonces… ¿A partir de qué situaciones podemos conocer algunas de esas aptitudes? ¿Cómo podríamos determinar la comprensión que adquieren los estudiantes acerca de diferentes conocimientos matemáticos cuando utilizan material didáctico? ¿Qué tiempo dedicaríamos para que los estudiantes reflexionen sobre los diferentes procedimientos que pueden resolver una misma situación problemática? ¿Y a la formulación de nuevos problemas?
(…) la idea de que los propios estudiantes puedan ser la fuente de buenos problemas matemáticos probablemente no se le ha ocurrido a muchos estudiantes, ni a muchos de sus profesores" (Kilpatrick J.,1987).
La experiencia que se presenta permitió diagnosticar capacidades de los estudiantes, específicamente relacionadas con la formulación de problemas, a partir de la presentación de material didáctico común a todos los grupos para que luego pudieran analizar y confrontar diferentes posibilidades de abordaje de algunos de los contenidos presentes en los diseños curriculares de Matemática para la educación secundaria.

INTRODUCCIÓN

La formulación de problemas es objeto de estudio de numerosas investigaciones en educación matemática donde es considerada:

- como característica de la actividad creativa o de la capacidad matemática.
- como característica de una enseñanza orientada a la indagación. (¿Qué pasaría si no?)
- como una característica de la actividad matemática.
- como un medio de mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas.
- como una ventana para observar la comprensión matemática de los estudiantes.
- como medio para mejorar la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas (intereses, actitudes, motivación,…) (Silver, 1994, p. 21).

Desde el enfoque actual de la Enseñanza de la Matemática la formulación de problemas da la posibilidad a los docentes formadores de diagnosticar y evaluar a los futuros docentes en el inicio y a lo largo de su carrera en la implementación de diversas estrategias que son fundamentales para su formación estableciendo condiciones que lleven a generar en ellos la curiosidad, la seguridad y la confianza en sí mismos, la creatividad, la autonomía y el interés en sus propios procesos mentales para luego poder compartirlo con sus alumnos.

"La experiencia de un alumno en matemáticas será incompleta mientras no tenga ocasión de resolver problemas que él mismo haya inventado. Enseñando a los alumnos el modo de derivar un nuevo problema de un problema ya resuelto, el profesor logrará suscitar la curiosidad de sus alumnos" (Polya, G., 1979).

La experiencia de descubrir y crear por sí mismos problemas matemáticos siempre debería ser parte de la educación de los estudiantes. (…) la idea de que los propios estudiantes puedan ser la fuente de buenos problemas matemáticos probablemente no se le ha ocurrido a muchos estudiantes, ni a muchos de sus profesores. (Kilpatrick J., 1987, p. 21).

Los recursos y materiales didácticos son considerados como un medio y no un fin en sí mismos y deben ponerse al servicio del desarrollo de las capacidades de los alumnos para que éstos se acerquen de otras maneras a los conocimientos matemáticos y muestren con sus acciones sobre ellos la comprensión de las nociones involucradas llevando a cabo diferentes procedimientos de resolución. Se emplean para afianzar conceptos o procedimientos, para modelizar algunas características del concepto matemático y también para plantear problemas.

Los futuros docentes deberán tomar conciencia de las múltiples interpretaciones que los recursos y los materiales didácticos pueden crear y de su compromiso con la estimulación de esa posibilidad en sus alumnos.

“Como toda metáfora, el uso del material concreto en el aprendizaje de las matemáticas resalta unos aspectos de los conceptos que tratamos de enseñar y ocultan otros, por lo que debemos prestar una atención cuidadosa en su uso.” (Godino, Batanero y Font, 2003)

Bajo la palabra <<material>> se agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a describir, entender y consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases del aprendizaje. (…) generadores de cuestiones, problemas abiertos y actividades de investigación. En algunos casos el propio material puede ser el problema. (Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M., 1988, p.13).

PRESENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA

La experiencia se realizó con 80 alumnos de primer año y con 30 alumnos de segundo año del Profesorado de Tercer Ciclo de la EGB y de la Educación Polimodal en Matemática que asisten al ISFD Nº11 de Lanús y al ISFD Nº 102 de Banfield, durante las tres primeras clases de Matemática y su Enseñanza I y de Matemática y su Enseñanza II. La decisión de realizarla también con alumnos de segundo año se basó en determinar si se presentaban diferencias notables en sus producciones luego de haber cursado los espacios curriculares del año anterior.

La situación fue elegida para diagnosticar capacidades de los estudiantes, específicamente sobre la formulación de problemas, a partir de la presentación del material didáctico común a todos los grupos para que luego pudieran analizar las posibilidades de abordaje de algunos de los contenidos presentes en los diseños curriculares de Matemática para la educación secundaria.

No se pretendía evaluarlos sobre contenidos preestablecidos sino poder conocer a cuáles de sus conocimientos disponibles recurrirían para plantear las situaciones problemáticas y con qué estrategias lo harían, correspondiéndose de este modo las decisiones didácticas con algunos de los propósitos del docente que figuran en los proyectos de cátedra:

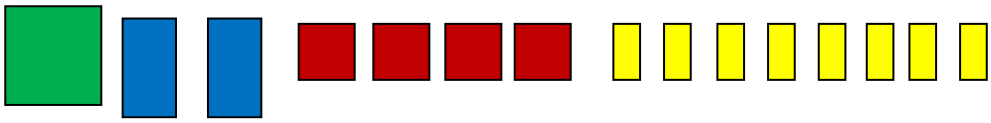
*Desarrollar la curiosidad y la imaginación como estímulos para la búsqueda y la producción de situaciones de enseñanza innovadoras y de recursos vinculados con los saberes a enseñar.

*Poner en discusión diferentes enunciados y consignas para reorganizarlos y/o transformarlos en nuevos problemas que permitan la apropiación del sentido de los conocimientos mediante la reflexión y el análisis en torno a ellos.

*Aportar a la deconstrucción y reconstrucción de las representaciones y modelos previos de enseñanza y aprendizaje para la apropiación de las nuevas formas de concebir la educación matemática.
*Generar en las clases un ámbito de reflexión sobre la relación teoría-práctica a fin de que los alumnos puedan contar con un mayor abanico de posibilidades al momento de encarar sus prácticas pedagógicas.

La actividad fue grupal y la elección de los integrantes fue libre:

A partir del siguiente material:



Formular una situación de enseñanza que plantee un problema para alumnos de la Educación Secundaria. Pueden usar todas las piezas, algunas de ellas o agregar las que consideren necesarias. Si es posible, resolverlo de diferentes maneras.

Material: Se construyeron en goma eva considerando las siguientes dimensiones: el cuadrado verde de 22cm de lado; los rectángulos azules de 11cm de base y 22cm de altura; los cuadrados rojos de 11cm de lado y los rectángulos amarillos de 5,5cm de base y 11cm de altura.

Cabe aclarar que se sorprendieron bastante ante la propuesta de trabajo ya que lo usual para ellos al decirles que iban a ser evaluados para elaborar un diagnóstico es que se les propongan ejercicios o problemas para resolver sobre contenidos disciplinares. Muchos comentaron que durante su escolaridad previa nunca les habían solicitado formular problemas, ni elaborar conjeturas; ni realizar investigaciones. Y menos aún "hacer matemática" a partir de materiales concretos sin una explicación previa y guiada por parte del profesor sobre los contenidos y los procedimientos que debían abordarse en las actividades correspondientes.

INTERCAMBIO GRUPAL Y ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

Luego de mirarse y de mirarme dando a entender: ¿Cómo empezamos?, se animaron a manipular el material como si fueran niños… Durante la fase de exploración lentamente comenzaron a descubrir la posibilidad de considerar algunas nociones matemáticas relacionadas con fracciones, superficies, perímetros, proporcionalidad, volúmenes, funciones, trigonometría, etc. Con el transcurso de los sucesivos encuentros las situaciones que plantearon fueron alcanzando un nivel de mayor complejidad teniendo que recurrir a conceptos y competencias que requirieron de una mayor comprensión y reflexión. En algunos casos se presentaron cuestiones originales y creativas que para avanzar en sus resoluciones los llevó a recurrir a otros marcos.
"El cambio de marcos es un medio de obtener formulaciones diferentes de un problema que sin ser necesariamente todas equivalentes, permite un nuevo acceso a las diferencias encontradas, y la puesta en práctica de herramientas y técnicas que no se impusieron en la primera formulación. (…) las traducciones de un marco a otro conduce a resultados no conocidos, a técnicas nuevas, a la creación de objetos matemáticos nuevos, en suma, al enriquecimiento del marco origen y de los marcos auxiliares de trabajo" (Douady, 1986).
Ante las limitaciones del material, necesitaron de otras representaciones para poder favorecer la abstracción reflexiva sobre los objetos matemáticos con los que interactuaban. Probaron y

analizaron diferentes estrategias posibles, explicaron y/o justificaron los resultados y, según los problemas formulados, llegaron a la generalización de algunas conclusiones.
“Es una abstracción reflexiva -usando la terminología de Piaget (1980)-, que no deriva directamente, perceptivamente, de la acción manipulativa efectuada sobre el objeto, sino que resulta de la reflexión sobre las acciones que se ejercen sobre el objeto”.
Durante el intercambio grupal se propició el compromiso con la situación planteada y un funcionamiento autónomo con cierta independencia del docente. Varios grupos necesitaron ayuda para organizarse y también aportes de informaciones para poder continuar con sus actividades pero se evitaron aquellas relacionadas directamente con la formulación y/o con la resolución de la problemática elegida.
Algunos de los alumnos no sólo formularon los problemas sino que a medida que los iban resolviendo, realizaban ajustes en los enunciados ya sea en relación con los datos o con las incógnitas. En general no se determinaron diferencias notables entre los problemas planteados por los alumnos de primer año y los alumnos de segundo año. La mayoría consideró temas relacionados con áreas, perímetros, embaldosados, fracciones… Otros, incluyendo alumnos de segundo año, formulaban los problemas pero no lograban resolverlos correctamente y mostraban serias dificultades relacionadas principalmente con la existencia de proporcionalidad en áreas y volúmenes de cuerpos. También con la relación entre la suma de las áreas y de los perímetros de las partes con el área y el perímetro del todo. Algunos no llegaron a enunciar el problema con claridad debido a errores en la expresión escrita, tanto verbal como simbólica. Abreviaron y relacionaron mal las unidades de medida con las dimensiones correspondientes; expresaron igualdades donde no se establecían; confundieron figuras geométricas y cuerpos geométricos; no pudieron interpretar nociones en el espacio tridimensional sin recurrir al material concreto. Se notó una fuerte presencia de enunciados con características muy marcadas de los “problemas tipo” de aplicación provenientes de la enseñanza clásica o tradicional.

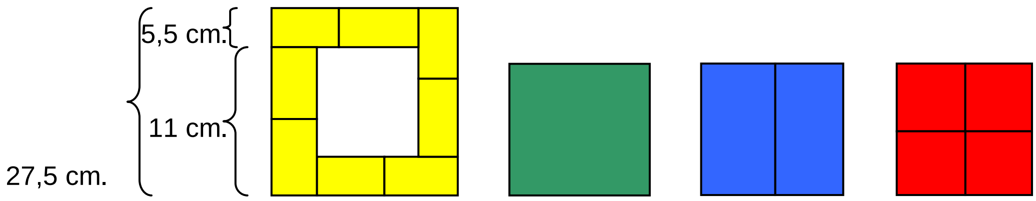
ALGUNAS DE LAS SITUACIONES PROPUESTAS POR LOS ALUMNOS

- ISFD Nº11 de Lanús ESPACIO CURRICULAR: Matemática y su Enseñanza I

INTEGRANTES: Eduardo Dambielle, Eliana Godoy, Ma. Rosa Sosa. Jonatan Vélez, Josefina Dal Seno.

“Teniendo en cuenta las siguientes piezas, ¿Qué cuadriláteros de un mismo tamaño elegirías para armar el cuadrado de mayor perímetro exterior? Podrían llegar a agregarse, de ser necesario, otras piezas y no es indispensable utilizarlas todas.”

Respuesta: Utilizando los 8 rectángulos amarillos se obtiene el cuadrado de mayor perímetro exterior de 110cm, cuyo lado es de 27,5 cm, disponiéndolos de la siguiente manera.

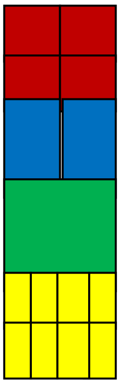
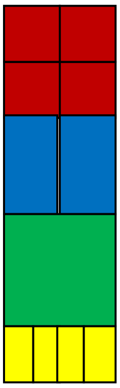
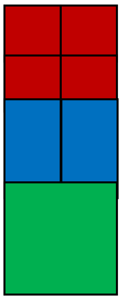
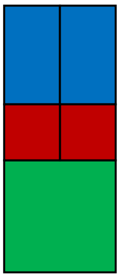
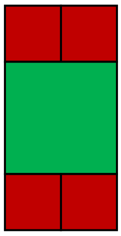
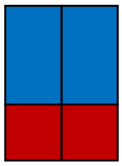


Las otras posibilidades utilizando piezas de un mismo color para formar un cuadrado dan como resultado cuadrados de 22 cm. de lado, siendo sus perímetro iguales a 88cm.

- ISFD Nº11 de Lanús ESPACIO CURRICULAR: Matemática y su Enseñanza II

INTEGRANTES: Augusto, Marisa; Gonzalez, Marta; Junco, Cintia; Molina, Noelia; Nieva, Vanesa; Pargament, Laura.

“A partir de las siguientes fichas de goma eva sin superponerlas ni dejar espacios vacíos entre ellas (no es necesario utilizar todas las fichas), construye por lo menos cinco rectángulos y luego analiza qué sucede con sus respectivos perímetros y áreas en función de la variación de sus bases y de sus alturas.”

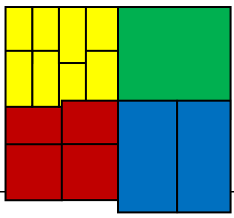
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6
P= 220 cm A=1936cm^2 	P= 198 cm A=1694cm^2 	P= 176 cm A=1452cm^2 	P= 154cm A=1210cm^2 	P= 132cm A=968cm^2 	P= 110 cm A=726cm^2 

- ✓ El área es directamente proporcional a cada una de las variables (base y altura) cuando una de ellas se mantiene constante. Su constante de proporcionalidad es: k = 22 cm y la fórmula de la función es: A(h) = 22.h (h >0). Su gráfica es una función lineal y discontinua.
- ✓ El perímetro no es directamente proporcional a cada una de las variables (base y altura) cuando una de ellas se mantiene constante. La fórmula de la función es:
- ✓ P (h) = 2.h + 44 cm (h >0). Su gráfica es una función lineal y discontinua.
- ✓ Si nombramos “n” a los coeficientes de h o de b, es decir las veces que aumenta o disminuye la altura o la base, entonces el perímetro varía en: (2n-2) cm.

❖ ISFD Nº11 de Lanús ESPACIO CURRICULAR: Matemática y su Enseñanza I

INTEGRANTES: Canadell Valeria, Rodriguez Ileana, Leguizamón Andrea

“Armar con todas las fichas un cuadrado. Dibujar en la carpeta el cuadrado que les quedó armado. ¿Cuántos cuadrados quedan determinados? ¿Qué parte del cuadrado inicial corresponde a la ficha verde? ¿Qué fracción del cuadrado inicial representa un cuadrado rojo? ¿Y dos cuadrados rojos? ¿Y cuatro cuadrados rojos? Expresen el área del cuadrado inicial considerando la fracción que representa un rectángulo amarillo. Ahora expresen el área del cuadrado inicial considerando las fracciones que representan las fichas con las que lo armaron. ¿Resultan iguales? Fundamentar.”

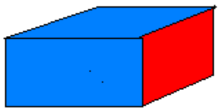
	Respuestas: 14 cuadrados; la cuarta parte; 1/16; 2/16=1/8; 4/16=2/8=1/4; A= 1/32.32=1; A=8.1/32+4.1/16+2.1/8+1.1/4= =1/4+1/4+1/4+1/4=4.1/4=1

❖ ISFD Nº102 de Banfield ESPACIO CURRICULAR: Matemática y su Enseñanza II

INTEGRANTES: Contreras Mariana, Sarpa Bologna Mariano, Vianello Luis, Gómez Ulises.

"En grupos de no más de cuatro integrantes, construir un cuerpo con las figuras dadas. No es necesario utilizarlas todas. Podrán agregar otras pero respetando las medidas de las figuras anteriores.

1. Calcular el área total y el volumen del cuerpo construido.
2. Colocar V o F y justificar de dos maneras diferentes.
   a) Disminuyendo en 2cm los lados de las caras del cuerpo, disminuye 2 cm^2 su área total.
   b) Aumentando en 2cm los lados de las caras del cuerpo, aumenta en $2cm^3$ su volumen.
   c) Duplicando las áreas de las caras del cuerpo, se duplica el área total.
   d) Duplicando las áreas de las caras del cuerpo, se duplica el volumen."

Alto: 11cm; Ancho 11cm; Largo 22cm	
Calcular el área total y el volumen del cuerpo construido. 	Volumen = l . a . h = 22cm. 11cm . 11cm= $2.662\ cm^3$ Área total= 2.(l . h) + 2(a . h) + 2(a . l) = 2(22cm . 11cm) + 2(11cm . 11cm) + +2(11cm . 22cm)= $1.210cm^2$
Disminuyendo en 2cm los lados de las caras del cuerpo, disminuye 2 cm^2 su área total.	Área total = 2[(l-2) . (h-2)] + + 2[(a-2) . (h-2)] + 2[(a-2) . (l-2)]= = 2 (20cm . 9cm) + 2(9cm . 9cm) + + 2(9cm . 20cm)= $882cm^2$ F, porque: $1.210cm^2$- 2 $cm^2 \neq 882cm^2$
Aumentando en 2cm los lados de las caras del cuerpo, aumenta en $2cm^3$ su volumen.	Volumen = (l+2). (a +2). (h+2)= = 24 cm. 13 cm. 13cm= = $4.056cm^3$ F, porque: $2.662\ cm^3 + 2cm^3 \neq 4.056cm^3$
Duplicando las áreas de las caras del cuerpo, se duplica el área total.	Duplo del Área de una de las caras formadas por la ficha roja = 2. (11 cm. 11 cm) = 242 cm^2 Duplo del Área de una de las caras formadas por la ficha azul = 2. (22 cm. 11 cm) = 484 cm^2 Área total= [4(2 . 242 cm^2) + 2(2 . 121 cm^2)] = 2.420 cm^2 V, porque: 2. $1.210cm^2$ = 2.420 cm^2
Duplicando las áreas de las caras del cuerpo, se duplica el volumen.	Lado del cuadrado de área 242 cm^2 = $11\sqrt{2}$ cm Largo del rectángulo de altura $11\sqrt{2}$ cm = = 484 cm^2 : $11\sqrt{2}$ cm = $22\sqrt{2}$ cm Volumen = $11\sqrt{2}$ cm. $11\sqrt{2}$ cm. $22\sqrt{2}$ cm = $5.324\sqrt{2}\ cm^3$ F, porque: $5324\ cm^3 \neq 5.324\sqrt{2}\ cm^3$

EVALUACIÓN

Al considerar el hecho educativo como un proceso integral, no podemos sólo evaluar la relación docente-alumno-objeto de conocimiento. La evaluación debe estar contextuada, debe ser cuantitativa, cualitativa y compatible con el proyecto de enseñanza y de aprendizaje. Es necesario entonces, evaluar procesos y no solamente resultados atendiendo tanto lo que los alumnos saben como lo que no saben. A partir de este enfoque, durante el tiempo destinado a la realización de la experiencia, la evaluación fue globalizadora, continua, participativa y orientadora. Las intervenciones docentes tanto en los diferentes momentos de las clases como en cada una de las dos entregas escritas parciales y en la entrega final se basaron en aclaraciones e indicaciones para que los alumnos reflexionaran sobre lo producido y lo modificaran, promoviendo de este modo el interjuego entre los procesos de anticipación y de validación a lo largo de la secuencia.

En la exposición de las propuestas, pudieron analizar procedimientos y confrontar diferentes modelos alternativos habiendo partido de una situación abierta en la que lo único que compartían era el material dado al comienzo. De este modo extendieron los conocimientos a nuevas situaciones estableciendo en algunas de ellas relaciones con un mismo conocimiento.

El proceso evaluativo, en la medida en que introduce la reflexión sobre lo que se hace y como se hace, que cuestiona la eficacia de las prácticas, sensibiliza a las personas implicadas sobre muchas cuestiones. Si se consigue desarrollar esta sensibilidad y que los docentes (los que se están formando y los formadores) entren en un proceso de reflexión y crítica pedagógica sobre qué se hace, cómo se hace y qué utilidad tiene, sin duda se habrán sentado las bases de una evaluación que tiene el reto de asegurar la calidad de la formación. (Cabrera, 2000, p.13)

BIBLIOGRAFÍA

Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

Cabrera, F. (2000). *Evaluación de la formación*. Madrid: Síntesis.

Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.

Castro Martínez, E. (2008). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Dep. Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Extraído el 18 Diciembre, 2008, de http://www.uv.es/puigl/castroseiem2008.pdf.

Compiano, B.; Giarrizzo A. & Schell H. (1999). *Matemática y su enseñanza. Problemáticas integradoras desde el álgebra..* Buenos Aires: Edicial.

Compiano B. & Giarrizzo A. (1995). *Investiguemos para aprender. Una estrategia no convencional en Matemática.* Buenos Aires: a-Z editora.

Giarrizzo Alicia M. (2006). Los conocimientos previos. Aportes para la problemática de su evaluación. *Revista Novedades Educativas*, (182), 66-69.

Kilpatrick, J. (1987). "Problem Formulating: Where Do Good Problems Come From?", en Alan Schoenfeld (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education,* Hillsdale, N.J., Lawrence Erlbaum Associates, 123-147.

Mayer, R. E. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.

Polya, G. (1979). *Como plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas. (1ª Edición 1957).

Schoenfeld, A. (1996). "La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas". En Resnick, L. y Klopfer, L. *Currículum y cognición*. Buenos Aires: Aique.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1) 19–28.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Báez, M. & Hernández, S. (2002). *El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática.* Sinaloa. Extraído el 14 Enero, 2009, de http://www.google.com.ar/search?hl=es&q=El+Uso+de+Material+Concreto+par+la+Ense%C3%B1anza+de+la+Matem%C3%A1tica&meta=

Douady, R. (1994). *Relación enseñanza-aprendizaje. Dialéctica instrumento-objeto, juego de marcos.* Cuaderno de didáctica de la matemática Nº 3- IREM de París. Traducción para el PTFD, Ministerio de Cultura y Educación.

Giarrizzo Alicia M. (2007). *¿Proporcional o no proporcional? Construcciones geométricas con sentido. Revista Novedades Educativas*, (195), 66-70.

Rico, L. (coord.) (1997b). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Editorial Horsori.

Sadovsky P. (2005). *"Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos".* Buenos Aires: Libros del Zorzal.