



¿CÓMO SE JUSTIFICAN LAS FÓRMULAS PARA EL ÁREA EN LIBROS DE TEXTO?

Fabiana Kiener, Sara Scaglia y Marcela Götte.

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral. Argentina.

fabika10@hotmail.com, scaglia@fhuc.unl.edu.ar, mgotte@hotmail.com

Nivel educativo: Básico (7-12 años)

Palabras clave: libro de texto- área - análisis - justificación.

Resumen

Existe consenso respecto de que la práctica de enseñanza, en algunas ocasiones, está más influenciada por los libros de texto que por los decretos ministeriales y los programas oficiales, por lo que resulta preciso remitirse a ellos para la búsqueda de respuestas a las preguntas que se plantean con respecto a esta práctica. Debido a la significativa influencia de los libros de texto en las decisiones didácticas de un profesor, éstos suelen considerarse como una de las fuentes que intervienen en la elaboración del discurso docente. Además, el libro de texto ofrece información significativa acerca de cómo se aborda un concepto en el aula, y permite realizar inferencias sobre las consecuencias que los distintos tipos de tratamientos pueden tener en el aprendizaje de los sujetos.

A partir de estas consideraciones, se plantea una investigación que tiene como objeto caracterizar los procesos de validación desarrollados en libros de texto para el tratamiento del concepto de área y estudiar las actividades propuestas para el desarrollo del tema enfocando el análisis en los procesos de exploración, producción de conjeturas y desarrollo de demostraciones que promueven. En esta comunicación se presentan las categorías generales consideradas para el estudio de las justificaciones dadas en los libros para las fórmulas del área, así como la descripción de los campos incluidos en cada una de ellas. Además, se pretende mostrar la adecuación de dicha categorización mediante la aplicación de la misma al estudio de algunos libros de texto de matemática de la escuela primaria.

1. Introducción

El presente trabajo se enmarca en una investigación que tiene como objeto caracterizar los procesos de validación desarrollados en libros de texto para el tratamiento del concepto de área y estudiar, paralelamente, las actividades propuestas para el desarrollo del tema. El análisis se enfoca en los procesos de exploración, producción de conjeturas y desarrollo de justificaciones que se promueven en los diferentes textos.

En esta comunicación se presentan algunos argumentos teóricos respecto de la importancia otorgada al estudio de los libros de textos y a la validación en la investigación educativa (sección 2), la descripción de la metodología de la investigación (sección 3) y de las categorías generales consideradas para el estudio de las justificaciones dadas en los libros para las fórmulas del área, así como de los campos incluidos en cada una de ellas (sección 4) y el análisis de cuatro libros de matemáticas de la escuela primaria, de acuerdo con la categorización establecida (sección 5). Finalmente, se expresan algunas reflexiones sobre la categorización presentada y sobre los libros estudiados (sección 6).

Teniendo en cuenta la significativa influencia de los libros de texto en las decisiones didácticas de un profesor y su constitución como una de las fuentes que intervienen en la elaboración del discurso docente, el estudio de los mismos ofrece información significativa acerca de cómo se aborda un concepto en el aula y permite realizar inferencias sobre las consecuencias que los distintos tipos de tratamientos pueden tener en el aprendizaje de los sujetos.

2. Marco teórico



En el marco del Tercer Estudio Internacional sobre Matemática y Ciencia se establece que, al menos en parte, los libros de texto reflejan el currículo diseñado (Vilella, 2007). Los autores que coinciden con esta conjetura sostienen que los libros de texto han sido “desde siempre uno de los materiales educativos más empleados en el ámbito escolar y a veces, incluso, el único” (Martínez Losada y García Barros, 2003, p. 243) y que constituyen uno de los factores que mayor influencia tienen en el aula (Schubring, 1987) llegando, en ciertas oportunidades, a “transformarse en los sustitutos del currículum escolar para pasar a ocupar el lugar de los “directivos” del proceso de enseñanza” (Vilella, 2007, p.25). Por otra parte, conforman el soporte de circulación del saber que se considera oficialmente óptimo dentro de las instituciones convirtiéndose, en numerosas ocasiones, en “el vehículo a través del cual se legitiman los contenidos que se deben desarrollar en las escuelas en los distintos niveles y modalidades educativas” (Bishop, 1999, citado en Vilella, 2007, p.166).

De acuerdo con Vilella (2007) para muchos docentes la elección de un libro de texto constituye su decisión curricular más importante, por lo que no es extraño que este instrumento ejerza un efecto poderoso sobre los enfoques de enseñanza y sobre las estrategias de aprendizaje de los alumnos. Así entendida, la elección del texto a utilizar denota una determinada postura teórica respecto de los procesos de enseñanza y de aprendizaje que condiciona la práctica cotidiana.

En concordancia con los argumentos anteriores, podemos considerar a los libros de texto como importantes recursos educativos, que caracterizan de alguna manera la enseñanza y el aprendizaje teniendo en cuenta también, que la forma en que reflejan determinados aspectos de los conceptos, puede influir en lo que los alumnos aprenden (qué y cómo) si admitimos que proporcionan la mayor parte del contenido matemático que los estudiantes deben aprender y son, además, una de las principales fuentes de actividades y tareas (García y Llinares, 1995, citado en Vilella, 2007, pp.123-124).

A partir de estas consideraciones, se plantea una investigación que tiene como objetivo caracterizar los procesos de validación desarrollados en libros de texto para el tratamiento del concepto de área y estudiar las actividades propuestas para el desarrollo del tema, enfocando el análisis en los procesos de exploración, producción de conjeturas y desarrollo de justificaciones que promueven. Surge este interés dado el consenso general que existente respecto a que el aprendizaje de la demostración constituye un objetivo importante en la formación matemática (Mariotti, 2001) y que, sin embargo, las investigaciones han puesto de manifiesto que los alumnos suelen interpretar a las demostraciones como un conjunto de reglas formales desconectadas de su actividad matemática personal, en lugar de reconocerla como una forma de establecer la validez de sus ideas (Battista y Clements, 1995). De este modo, se observa la dificultad existente para hallar o construir una situación en la que el alumno actúe, además de como alumno, como verdadero matemático, responsabilizándose de las respuestas que da a las cuestiones que se les plantea (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). Con respecto al último fenómeno mencionado, adherimos con la concepción de saber matemáticas que plantean Chevallard, Bosch y Gascón (1997) cuando sostienen que “no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es “ocuparse de problemas” en un sentido amplio.[...]” Por lo tanto, una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática, exige que éste intervenga en la misma, que formule enunciados, pruebe proposiciones, construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que pueda reconocer los que están conformes con la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar con su actividad (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, pp. 213-214). Es decir, para que el aprendizaje de cuestiones matemáticas sea eficaz, el estudiante debe tener una posición activa, en el sentido de comprometerse con la tarea y ser capaz de argumentar a favor de la validez o falsedad de sus respuestas.

El interés por desarrollar estas habilidades en los alumnos está también considerado en las propuestas curriculares actuales. En efecto, en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios (NAP) se recomienda promover “la producción e interpretación de conjeturas y afirmaciones de



carácter general y el análisis de su campo de validez, avanzando desde argumentaciones empíricas hacia otras más generales” (NAP, 2006, p.16).

En relación con esta temática, Balacheff (2000) proporciona algunas definiciones útiles para estudiar y caracterizar las producciones de los alumnos durante la actividad argumentativa. Este autor denomina “pruebas pragmáticas a las pruebas que recurren a la acción o a la ostensión”, y “pruebas intelectuales a las pruebas que, separándose de la acción, se apoyan en formulaciones de las propiedades en juego y de sus relaciones” (p. 22).

Por otra parte, varios investigadores del campo de la didáctica coinciden en asumir una concepción amplia acerca de la demostración en matemática. Para este enfoque, la actividad demostrativa puede tener distintos objetivos entre los cuales se encuentra: verificar o justificar la validez de una afirmación, iluminar o explicar por qué una afirmación es verdadera, sistematizar los resultados en un sistema deductivo (axiomas, definiciones, teoremas aceptados, etc.), descubrir nuevos resultados, comunicar o transmitir conocimiento matemático (De Villiers, 1993).

Finalmente, cabe destacar un último concepto significativo para nuestro estudio: el proceso de transposición didáctica, entendiendo por tal al “conjunto de transformaciones adaptativas que sufre una obra para ser enseñada” (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, p.136) En este pasaje del saber científico al saber enseñado, se debe desconcentrar y secuenciar el saber a los fines de poder evaluarlo parcialmente. Esto permite una programación para su adquisición y produce, a la vez, una liberación del mismo con respecto a la persona o personas que le dieron origen, o sea, se despersonaliza. “Por otra parte y con respecto a su transmisión, se debe publicitar, a los fines de someterlo al inevitable control social del aprendizaje. Todos estos requisitos se hallan plasmados en el proceso denominado puesta en texto del saber” (Etchegaray, 2001, p. 77). En relación al texto del saber o saber a enseñar, Sanz Lerma (1994) sostiene que al no encontrarse publicado en ninguna parte, lo más próximo a él es el libro escolar, cuyo contenido y estructura reflejan las transformaciones efectuadas sobre el saber sabio.

De acuerdo con Kang y Kilpatrick (1992), la percepción del fenómeno de transposición didáctica puede ayudarnos a mejorar nuestra manera de tratar el conocimiento matemático escolar teniendo en cuenta que el uso efectivo de los libros de texto de matemáticas en una clase depende de la vigilancia epistemológica del docente de matemática.

3. Metodología

Este trabajo se enmarca en el paradigma interpretativo. Según las fuentes utilizadas, la investigación es bibliográfica pues supone la búsqueda, recopilación, organización, valoración, crítica e información bibliográfica (Bisquerra, 1989) sobre un tema específico, a saber: el desarrollo de los procesos de validación en libros de textos cuando se aborda el concepto de área. Desde el punto de vista metodológico, la investigación es cualitativa. Una de las técnicas que se utilizará durante el estudio de los textos es el análisis de contenido, cuyo objetivo básico es tomar un documento no cuantitativo y transformarlo en datos cuantitativos, identificando categorías y unidades de análisis apropiadas que reflejarán la naturaleza del documento analizado y la finalidad de la investigación (Cohen y Manion, 1990).

Con respecto a la selección de los libros de texto se lleva a cabo de acuerdo con los siguientes criterios:

1. Que pertenezcan a diversas editoriales.
2. Que se desarrolle el tema elegido.
3. Que posibiliten establecer comparaciones en cuanto al tratamiento del tema área antes y después de la Ley Federal de Educación.
4. Que posibiliten el seguimiento del tratamiento del tema a lo largo de 5°, 6° y 7° grado en cada editorial.

4. Campos para el estudio de las justificaciones



Con el objetivo de llevar a cabo una adecuada sistematización del trabajo, se definieron campos de análisis para el estudio de las justificaciones. Para el establecimiento de dichos campos, se tuvieron en cuenta los aportes mencionados en el marco teórico de Balacheff (2000), De Villiers (1993) e Ibañes y Ortega (2004) y con respecto al área según Freudenthal (1983), Del Olmo, Moreno y Gil (1993).

A continuación se describen los campos definidos para el estudio de las justificaciones para las fórmulas de área en libros de texto:

- **Presentación de la fórmula:** se citan fragmentos del texto y se describe la manera en que se introduce determinada fórmula para el cálculo de superficies.
- **Clase de justificación:** para establecer las categorías de este campo se considera la clasificación en pruebas pragmáticas, pruebas intelectuales y demostraciones dadas por Balacheff (2000).
- **Líneas generales de la justificación:** en este campo se señalan las nociones a las que se hace referencia durante la justificación analizada.
- **Ubicación de la fórmula y su justificación durante el tratamiento del tema área:** se explicita el lugar que ocupa el tratamiento de cada fórmula durante el desarrollo del tema área, es decir, qué cuestiones preceden y siguen a dicha fórmula.
- **Función de la justificación:** siguiendo a De Villiers (1993), se plantea un análisis de los fines de las justificaciones presentes en los libros de texto seleccionados, identificando también si se explicitan o no tales fines.
- **Expresiones utilizadas:** se explicitan las expresiones utilizadas durante la justificación de una fórmula determinada. El interés de este campo radica en determinar si aparecen expresiones del tipo *si ... entonces*, *hipótesis*, *tesis*, etc. (Ibañes y Ortega, 2004) que caracterizan las deducciones lógicas o del tipo: *Observa*, *fíjate*, *en la figura se puede ver*, *si recortamos*, etc. que por lo general caracterizan a las pruebas pragmáticas, que están más relacionadas con los aspectos sensoriales.
- **Aproximación al área utilizada en la justificación:** de acuerdo con Freudenthal (1983, citado en Del Olmo, Moreno, Gil, 1993) las aproximaciones al área más importantes son las siguientes:
 - a) Repartir equitativamente: situaciones en las que dado un objeto hay que repartirlo. Se resuelve mediante uno de los tres modos siguientes:
 - Aprovechando regularidades (torta circular)
 - Por estimación.
 - Por medida (medir y dividir el resultado entre los números de partes)
 - b) Comparar y reproducir. Situaciones en las que hay que comparar dos superficies o reproducir una superficie con una forma diferente a la que tiene.
 - Por inclusión (para comparar superficies)
 - Por transformaciones de romper y rehacer (descomponerla y reorganizar las partes)
 - Por estimación.
 - Por medida.
 - Por medio de funciones.
 - c) Midiendo (para comparar, repartir, valorar)
 - Por exhaustión con unidades (para medir superficies irregulares)
 - Por acotación entre un valor superior e inferior (se obtiene medida aproximada. Superponer rejilla, mediante figuras interiores y exteriores que sean fácilmente medibles)
 - Por transformaciones de romper y rehacer (para deducir fórmulas)
 - Por medio de relaciones geométricas generales (medir dimensiones y aplicar fórmula).
- **Reconocimiento del proceso:** en este campo se identifican las reflexiones, si es que existen, sobre cada justificación particular, sobre el tipo de razonamiento que se hace, sus

características, efectos y distinciones con respecto a otras posibles justificaciones (Ibañes y Ortega, 2004).

- **Consideraciones globales:** en este caso, se identifican las explicaciones, si es que existen, sobre el proceso de demostrar, sobre su significado, la distinción entre el enunciado y la justificación, y si en el texto se señalan otras posibles vías de justificación (Ibañes y Ortega, 2004).
- **Papel del alumno:** en este campo se describe la interacción del estudiante con el texto durante el proceso demostrativo.
- **Observaciones:** en este campo se señalan cuestiones que no se consideraron en ninguno de los campos anteriores y que merecen ser mencionadas.

El estudio se organiza discriminando los textos por el año escolar al que corresponden, para luego poder establecer comparaciones significativas entre los mismos y arribar a conclusiones específicas para cada año y generales para los tres años considerados: 5^{to}, 6^{to} y 7^{to} grado de la escuela primaria¹, relacionadas con las justificaciones para las fórmulas de área en libros de texto.

No obstante, por cuestiones de espacio, en este trabajo sólo se presenta lo que concierne a la fórmula del área del rectángulo en libros de 5° y 6° de dos de las editoriales seleccionadas. Por otra parte, siendo conscientes de los intereses comerciales de las editoriales, se mantiene el anonimato de las mismas y se hace referencia a ellas con el nombre genérico de Editorial A y Editorial B.

5. Estudio de las justificaciones en libros de texto

5.1 Estudio de las justificaciones en libros de texto para 5^{to} grado de la primaria

Editorial A: En este libro se presentan las fórmulas para el cálculo de la cantidad de superficie del rectángulo sin ningún tipo de justificación.

Editorial B: A continuación se expone el análisis de la justificación dada para la fórmula para el área del rectángulo.

Cantidad de Sup. Rectángulo= $L \times A$ (largo por ancho)

Presentación de la fórmula: La actividad 33 de la sección mediciones introduce el tema con el siguiente texto: “Observa el rectángulo de la figura. ¿Cuál es su cantidad de superficie, si usamos como unidad el cm^2 ? [se muestra en el margen izquierdo la figura de un rectángulo y de un cuadrado de 1cm^2 de superficie] Para responder a la pregunta tendrás que contar cuántos cuadraditos caben en el rectángulo. Una manera de hacerlo es observar cuántos hay en cada fila y en cada columna”.

Se muestra en el margen izquierdo el mismo rectángulo pero cuadriculado, con cuadrados de 1cm^2 de superficie y se señala que hay 3 filas de cuadrados y 6 columnas. A continuación se explicita:

Cantidad de cuadraditos: $6 \times 3 = 18$

Cantidad de superficie: 18cm^2

Luego, se recalca: “sin necesidad de dibujarlos, también se pueden contar” y se exponen dos rectángulos congruentes con el primero, dibujados sobre papel liso. En uno de ellos se marcan sobre los lados la cantidad de cuadrados por filas y columnas y en el otro se señala el largo y el ancho y se simulan cintas métricas (cuya unidad es el cm) que miden estas dos dimensiones del rectángulo.

Seguidamente, en un cuadro de texto se resalta: “*Se puede probar que:* La cantidad de superficie del rectángulo se obtiene multiplicando las longitudes de su largo y de su ancho” y se invita al alumno a escribir esto en símbolos.

<p>Clase de justificación: Prueba pragmática.</p> <p>La justificación consiste en el texto citado anteriormente y las cuatro figuras de rectángulos. La fórmula del área del rectángulo se plantea como una manera de simplificar el método de exhaustión de unidades. Se trabaja sobre un ejemplo particular (un rectángulo de 6cm por 3cm) y luego se generaliza el procedimiento coloquialmente: “la cantidad de superficie del rectángulo se obtiene multiplicando las longitudes de su largo y de su ancho”. Se indica que el mismo “se puede probar” pero no se dan más detalles al respecto.</p>
<p>Líneas generales de la justificación: Se hace uso de las nociones de: cantidad de superficie, rectángulo, unidad, cm^2, cuadraditos, cantidad de cuadraditos, contar, multiplicar, longitud, ancho, largo.</p>
<p>Ubicación durante el tratamiento del tema área: Sigue a las actividades sobre figuras isoperimétricas y equivalentes en área y precede a la actividad que presenta la fórmula para calcular la superficie del cuadrado.</p>
<p>Función de la justificación: Explicación / verificación (implícito)</p>
<p>Expresiones utilizadas: “Observa el rectángulo de la figura”</p> <p>Esta expresión muestra la importancia que se otorga a las figuras en esta justificación que es de índole pragmática.</p> <p>“Sin necesidad de dibujarlos también se pueden contar”</p> <p>Esta expresión sugiere la conveniencia de aplicar la fórmula para el cálculo de la superficie del rectángulo en lugar de aplicar el método de exhaustión de unidades.</p> <p>“Se puede probar que [...]”</p> <p>Mediante esta expresión se explicita que la fórmula para el cálculo de la superficie del rectángulo puede demostrarse, pero no se exponen comentarios al respecto.</p> <p>Al final de la actividad, en un cuadro del texto bajo el título “Simplifiquemos la escritura” se señala: “en adelante usaremos la palabra superficie para indicar cantidad de superficie”</p>
<p>Aproximación al área utilizada: Medición por exhaustión de unidades.</p>
<p>Reconocimiento del proceso: La expresión “Se puede probar que [...]” puede estar indicando que la deducción de la fórmula que se realizó no constituye una demostración.</p>
<p>Consideraciones globales: No hay.</p>
<p>Papel del alumno: Si bien al comienzo de la actividad se le pregunta, en relación a la figura del rectángulo del margen izquierdo: “¿Cuál es la cantidad de superficie, si usamos como unidad el cm^2?” la respuesta se da a continuación, en el mismo texto.</p> <p>Después de que se explicita coloquialmente la fórmula para calcular la superficie del rectángulo, el alumno debe expresarla en símbolos.</p>
<p>Observaciones: Es probable que el alumno no le de importancia a la expresión “Se puede probar que [...]” o no le encuentre sentido, puesto que no se realiza ningún comentario en el texto que le sigue, que esté relacionado con la misma.</p>

5.2 Estudio de las justificaciones en libros de texto para 6^{to} grado de la primaria

Editorial A: A continuación se expone el estudio de las justificaciones dadas para la fórmula del área del rectángulo.

<p>Sup. Rectángulo= B x h (Base por altura)</p>
<p>Presentación de la fórmula: Bajo del título <i>Superficie del Rectángulo</i> sigue el texto: “Para averiguar la superficie de un rectángulo, no es necesario contar uno a uno los cuadrados unidad; puedes hacerlo multiplicando la longitud de la base por la longitud de la altura” (p. 529)</p> <p>Se muestra la figura de un rectángulo en un cuadrilado, explicitando que $B = 1,5\text{cm}$ y $h = 2\text{cm}$. Se calcula la superficie de este rectángulo multiplicando estos dos valores. Luego, se establece la fórmula general: Sup. Rectángulo= B x h (pág. 529)</p>
<p>Clase de justificación: No hay justificación. Si bien se muestra en el margen derecho la figura de un rectángulo sobre un cuadrilado y en el texto citado anteriormente se hace</p>



<p>referencia al método conocido por los alumnos para el cálculo del área (método de exhaustión de unidades), no se utiliza este método para justificar la validez y conveniencia del procedimiento que se presenta (la fórmula para el cálculo del área), ni se indica a los alumnos que realicen esta tarea.</p> <p>En la figura del rectángulo se explicitan sus dimensiones en cm. pero no se indica cuánto vale el área ni el lado del cuadrado del cuadrículado.</p>
<p>Líneas generales de la justificación: Se hace uso de las nociones de: superficie, rectángulo, contar, cuadrado unidad, multiplicar, longitud, base, altura.</p>
<p>Ubicación durante el tratamiento del tema área: Sigue a la definición de polígonos equivalentes y precede a la fórmula para calcular la superficie del cuadrado.</p>
<p>Función de la justificación: No hay justificación</p>
<p>Expresiones utilizadas: “no es necesario contar uno a uno los cuadrados unidad puedes hacerlo multiplicando la longitud de la base por la longitud de la altura”</p> <p>Esta expresión pretende indicar la conveniencia de aplicar la fórmula para el cálculo de la superficie del rectángulo en lugar de aplicar el método de exhaustión de unidades.</p>
<p>Aproximación al área utilizada: No hay justificación.</p>
<p>Reconocimiento del proceso: No hay justificación.</p>
<p>Consideraciones globales: No hay.</p>
<p>Papel del alumno: Pasivo.</p>
<p>Observaciones: --</p>

Editorial B: En este texto, la fórmula para el área del rectángulo se considera conocida por el alumno.

6. Breve discusión de resultados y reflexiones finales

Entre las diferencias que se pueden observar, mencionamos en primer lugar que la discusión sobre el área del rectángulo en un texto se presenta en 5º grado (Editorial B) y en el otro en 6º (Editorial A). El momento de introducción de una noción matemática es una decisión que requiere del análisis cuidadoso de las limitaciones y posibilidades que conllevan cada elección. A priori podría suponerse que un tratamiento más temprano tendría exigencias cognitivas de menor complejidad.

Esto parece observarse en los textos estudiados. Mientras que en el texto de 5º se presenta una justificación pragmática que recurre al método de exhaustión de unidades, en el de 6º no se presenta ninguna justificación y se propone explícitamente, en cambio, obviar ese método para dar un salto conceptual que termina directamente en la fórmula.

Esta segunda elección nos resulta menos adecuada. En primer lugar, porque limita la posibilidad de los alumnos de construir el sentido de la fórmula. En segundo lugar, porque aún tratándose de una justificación pragmática la observada en el primer ejemplo, permite poner de manifiesto las funciones de la demostración mencionadas por De Villiers (1993): verificar o justificar la validez de una afirmación e iluminar o explicar por qué una afirmación es verdadera. Todo ello está en sintonía con la búsqueda de un tratamiento de la matemática que trascienda el conocimiento memorístico de hechos y que posibilite al alumno actuar como matemático, que es una de las aspiraciones señaladas en el marco teórico. En virtud de lo observado en estos breves ejemplos, rescatamos la importancia del análisis de libros de texto. Algunos investigadores del campo de la didáctica de la matemática sostienen que entre las cosas que sería necesario ofrecer a los docentes están las “herramientas de lectura que les permitan criticar los libros que seleccionan y usan para el trabajo con sus alumnos en las aulas” (Villella, 2007, p. 70).

De acuerdo con las consideraciones teóricas anteriores, el objetivo de este estudio: la caracterización de los procesos de validación desarrollados en los libros de texto y el análisis de las actividades propuestas en los mismos durante el tratamiento del área, cobra especial



relevancia para poder describir posibles implicaciones y consecuencias de los distintos tratamientos en el aprendizaje del tema.

Bibliografía

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Battista, T. y Clements, D. (1995). Geometry and Proof. *Mathematics Teacher*, 88(1), 48-54.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa. Guía práctica*. Barcelona: Ediciones CEAC, SA.
- Buschiazzo, N., Filipputti, S., Lagreca, L., Lagreca, N. y Strazziuso, S. (2002). *Matemática 5. Aprender haciendo matemática. Grupo P.R.E.M.* Rosario: UNR editora.
- Buschiazzo, N., Filipputti, S., Lagreca, L., Lagreca, N. y Strazziuso, S. (2001). *Matemática 6. Aprendo haciendo matemática. Grupo P.R.E.M.* Rosario: UNR editora.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: Horsori.
- Cohen, L. Y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- De Villiers, M. (1993) El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon* N° 26, pp. 15-30. Trad. por J. M. Álvarez Falcón.
- Del Olmo, M. A., Moreno, M. F., Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Equipo didáctico de la editorial Kapeluz (1985) *Manual Kapeluz 5*. Editorial Buenos Aires: Kapeluz.
- Equipo didáctico de la editorial Kapeluz (1985). *Manual Kapeluz 6*. Editorial Buenos Aires: Kapeluz.
- Etchegaray, S. (2001). *Análisis epistemológico y didáctico de nociones elementales de la teoría de números*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Río Cuarto.
- Ibañes, M. y Ortega, T. (2004). Un análisis del tratamiento de la demostración matemática en los libros de texto de Bachillerato. *Números*, 57, 19-32.
- Kang, W. & Kilpatrick, J. (1992). Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. *For the Learning of Mathematics*, 12(1), 2-7.
- Mariotti, A. (2001). Algunos pensamientos luego de ICME 9. Una entrevista con Paolo Boero. Trad. por Herbst, P. Extraído el 25 de Marzo de 2009 de <http://www-leibniz.imag.fr/DIDACTIQUE/preuve/Newsletter/01Hiver/01HiverThemeES.html>.
- Martínez Losada, C. y García Barros, S. (2003) Las actividades de primaria y ESO incluidas en libros escolares. ¿qué objetivo persiguen? ¿qué procedimientos enseñan? *Enseñanza de las ciencias*, 2003, 21 (2), 243-264.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2006). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. 3º Ciclo EGB/Nivel Medio 7º, 8º y 9º años*. Buenos Aires.
- Sanz Lerma, I. (1995). *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos*. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco.
- Schubring, G. (1987). On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Autor. *For the Learning of Mathematics-An International Journal of Mathematics Education*, 7(3), 41-51.
- Villela J. (2007). *Matemática escolar y libros de texto. Un estudio desde la Didáctica de la Matemática*. Buenos Aires: Miño y Dávila.