SOAREM
Sociedad Argentina de Educación Matemática

# UNA INVESTIGACIÓN ACERCA DEL INFINITO EN EL AULA DE MATEMÁTICA

Patricia Lestón. Cecilia Crespo Crespo.
patricialeston@gmail.com, crccrespo@gmail.com.
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González". Buenos Aires, Argentina.
CICATA, IPN. México DF
**Nivel Educativo:** medio - terciario
**Palabras clave:** infinito, construcción social, socioepistemología, escenario.

## Resumen

Este trabajo describe una investigación que se está llevando a cabo acerca del infinito desde una perspectiva socioepistemológica, centrada en la construcción social del conocimiento matemático. Se presentan algunos de los resultados obtenidos y se plantean los pasos a seguir por la misma, en la que se están identificando las representaciones sociales que tienen los estudiantes acerca del infinito intuitivo y el infinito matemático.
El infinito no académico de carácter intuitivo, es construido por los estudiantes fuera de escenarios escolares, siendo asimilado a lo que no termina y lo que no se puede contar. Entra de esta manera en el aula sin que haya conciencia de que se trata de un infinito de distinta naturaleza, y genera dificultades en la construcción del infinito matemático.
Sobre la base de cuestionarios escritos y entrevistas, se está indagando acerca de las representaciones sociales que poseen los estudiantes acerca del infinito con la finalidad de comprender la manera en la que se construye el concepto de infinito y las dificultades que genera su aplicación a otros conceptos matemáticos.

## Introducción

Esta investigación se inicia como consecuencia de años de trabajar alrededor del infinito en la escuela media. En el marco de la investigación se han ido presentando resultados que se orientan a la comprensión de su presencia y características en el aula de matemática (Lestón, 2008, Lestón y Crespo Crespo, 2009)
El infinito ha resultado el tema resulta apasionante desde diversas disciplinas: filosofía, matemática, literatura, religión... Muchas investigaciones se han realizado al respecto. (Monaghan, 2001; Grabin, 2003; Garbin, 2005; Valdivé Fernández, 2006; Biedma, 2004; Crespo Crespo, 2002; Lestón, 2008)
Además, los estudiantes muestran un manejo tan poco matemático del concepto que hace que en cualquier momento surjan ideas y discusiones que se apartan de lo que los docentes esperan de sus clases, en los que se pone de manifiesto que el infinito del discurso matemático escolar que permite entender la continuidad, por ejemplo, no es compartido por los alumnos, generando dificultades en el desarrollo de un curso de introducción al Análisis.

## Resultados Preliminares

De la primera parte primera investigación surgieron algunas cuestiones que son las ya reportadas. Por un lado, se intentó identificar qué hace que la gente se haga de una idea de infinito. Algunas de las ideas que generan la concepción de infinito según lo que investigamos fueron:

- La enumeración: la necesidad de asignar cantidades a grupos de elementos semejantes (estrellas, granos de arena)

- La medida: conocer la extensión del mar, del espacio, del universo, de todo cuanto rodea al ser humano
- La temporalidad: comprender desde cuándo y hasta cuándo existe lo que se conoce
- La clasificación numérica: conjuntos pequeños, grandes, muy grandes... e infinitos. El infinito como adjetivo ayuda a la clasificación de colecciones de elementos similares.
- La clasificación cualitativa: el amor, la esperanza, la fe, el poder de Dios, requieren de calificativos lo suficientemente poderosos como para destacar la distancia entre estas situaciones y otras menos importantes.

Esas ideas surgen no solo de respuestas de estudiantes, sino de la historia de la matemática, lo que se observa en las experiencias de esta trabajo, pero principalmente, de la vida. Cuando los niños preguntan, insisten, cuestionan, surge para los padres el infinito como un “comodín”: no es claro lo que representa, no es claro lo que quiere decir, y sin embargo los niños lo adoptan. (Lestón, 2008, pp. 112-113)
El infinito se hace presente en muchos momentos de la vida y es una de esas ideas que se transmiten de generación en generación. Pero para los docentes de matemática, se trata de una de las ideas extremadamente fuerte porque son socialmente compartidas, son cultura, que me permiten identificarnos con un colectivo que es mi comunidad. El infinito matemático que se intenta imponer en la escuela (sutilmente con los más variados ejemplos y las ideas más formales que se nos ocurre pueden entender) no representa a nadie, sólo a la comunidad de Profesores de Matemática.
El impacto de las ideas intuitivas en el caso del infinito es innegable, especialmente porque fuera de la matemática el infinito no es contradictorio. En los sentimientos, en el tiempo, en el espacio, en la religión, el infinito “cierra”: convence, caracteriza de manera tal que todo el mundo sabe de lo que se está hablando. Los conflictos aparecen sólo dentro de la matemática: entonces, ¿por qué alguien cambiaría un modelo que no tiene problemas (el modelo intuitivo) por un modelo que se muestra contradictorio, conflictivo y que “no convence” (el modelo matemático)? La matemática escolar debe tomar parte en la modificación del discurso de manera tal que los alumnos encuentren en el sistema matemático un modelo compatible y sin problemas. (Lestón, 2008, 115)
Todo eso se puso de manifiesto en nuestra investigación a partir de la aplicación de encuestas y del análisis de diversas experiencias que se dan a lo largo de varios años de lidiar con los mismos temas y el mismo público. Pero aún no se ha logrado dar respuesta a los problemas de los alumnos, a las dificultades de las clases de matemática que involucran al infinito ni a dar una posible manera de introducirlos a la comprensión y construcción de este concepto en la clase de matemática.

**Perspectivas actuales de la investigación. Su marco teórico**

En la actualidad, estamos tratando de entender la manera en la que hemos construido la noción matemática del infinito, gracias a qué experiencias o procesos, hemos llegado a desarrollar otras ideas del infinito que permiten trabajar cuestiones como la continuidad o los límites infinitos.
El marco teórico en el que se desarrolla esta investigación es la socioepistemología que permite comprender la manera en la que se construye el conocimiento a partir de un prácticas que se dan al seno de un grupo, permitiendo que los miembros de ese grupo se sientan en comunidad, con una cultura científica compartida.
La socioepistemología es una manera no sólo de entender la construcción del conocimiento matemático sino como una forma de ver la evolución de la humanidad, de una cultura y de un grupo. Porque es el grupo con sus necesidades y sus características el que lleva a que se produzcan avances,
partimos del supuesto de que los saberes matemáticos son un bien cultural y que son producto de la actividad humana en su práctica de modificar y construir su realidad, tanto natural como

social. Trabajamos con la hipótesis del origen social del conocimiento, asumiendo que los procesos de construcción y de creación humana son procesos de síntesis de los objetos y herramientas culturales presentes en una sociedad o un grupo específico.
[…] nuestras investigaciones se inscriben dentro de la problemática general que busca entender las circunstancias en la cuales son llevados a cabo los procesos de construcción de conocimiento. Entender estas circunstancias es interpretada como la elaboración de una teoría que los describa, explique y prediga los procesos de construcción de conocimiento. (Martínez, 2005, p. 198)

Si el conocimiento es producto de construcción social, entonces el alumno es central en el proceso de construcción. Porque es él quien tiene que construir su propio conocimiento. Y si él no construye no hay nada que podamos hacer para lograrlo de nuestro lado. Lo que el docente debe hacer es estar atento para proponer a un grupo actividades y propiciar circunstancias o condiciones necesarias para que ese grupo logre construir un conocimiento determinado. Pero para eso hay que estar atento a algunas cuestiones más que importantes: primero hay que conocer al grupo, quiénes son, qué saben, qué necesitan y qué quieren lograr.
Sabemos ya qué ideas traen los estudiantes en relación al infinito, cómo funcionan esas ideas y cómo entran sin nuestro permiso ni consentimiento en lo que deseamos lograr de nuestras clases. El tema es entonces, acompañar, si es posible, a los alumnos en el proceso de construcción del infinito matemático escolar, próximo al infinito científico pero que conviva armónicamente con el que ya traen. La dificultad que se presenta es tratar de comprender cómo es que se dan los procesos de construcción, cómo es que una persona organiza y hace interactuar esas ideas que trae con esas nuevas que intentamos nazcan en la escuela. Y esa búsqueda implica la selección de herramientas que permitan adentrarse en cuestiones cognitivas, siempre confusas y poco transparentes, porque la mente es un terreno que es aún algo a descubrir.

**La comprensión de lo cognitivo a través de lo social**

La Teoría de las Representaciones Sociales, originada en la Psicología Social ha comenzado a ser utilizadas en investigaciones relacionadas con la educación. En algunas de ellas (Sanchez Luján, 2009), se pone de manifiesto la potencialidad, de las Representaciones Sociales para conocer la manera en la que formamos ideas que compartimos socialmente en las comunidades.
La teoría de las R S constituye tan solo una manera particular de enfocar la construcción social de la realidad. La ventaja de este enfoque, sin embargo, es que toma en consideración y conjuga por igual las dimensiones cognitivas y las dimensiones sociales de la construcción de la realidad. Ello hace que su óptica de análisis; la elección de aspectos relevantes a investigar y la interpretación de los resultados difieran en gran medida de la cognición social. (Araya Umaña, 2002, p. 15)
La TRS es una manera de ver, explicar y entender cómo se construye socialmente la realidad. No hay forma de pensar en la construcción de la realidad desde un punto de vista absolutamente autónomo. Todos aprendemos de otros, todos nos hacemos ideas basadas en el intercambio con otros, y construimos nuestro mundo alrededor del mundo que compartimos con otros. Y esa manera en se va construyendo nuestra realidad es la manera en que vamos construyendo nuestra cultura, nuestro conocimiento y nuestra ciencia. Entonces, si conocemos la forma en que se da esa construcción, podemos ayudar a que otros construyan.
La herramienta central que creemos nos va a servir para ver estas cuestiones es la Representación Social, que se define como:
un sistema de interpretación de la realidad que rige las relaciones de los individuos con su entorno físico y social, ya que determinará sus comportamientos y sus prácticas. Es una guía para la acción, orienta las acciones y las relaciones sociales. Es un sistema de pre-codificación

de la realidad puesto que determina un conjunto de anticipaciones y expectativas (Abric, 2001, p. 13)
La RS puede poner en juego conocimientos, interactuar con diversas situaciones. Si se logra reconocer una RS del infinito matemático o de un infinito más cercano al matemático entonces podremos hacerlo entrar a la clase para que aparezca frente a las situaciones que es necesario que aparezca. El infinito intuitivo, el primero del que hablábamos, asumimos ya está construido y tiene una RS para las personas. El problema es que es esa RS la que tenemos en el aula y esa es la que en la matemática no funciona. Pero sí puede servir para poder acercarnos a la búsqueda de la RS del infinito matemático.
La TRS tiene una serie de instrumentos de indagación para poder caracterizar a la RS una vez que ya ha sido construida. A través de entrevistas y cuestionarios, se indagan las características que de un objeto social, en nuestro caso de un conocimiento, surgen como centrales. La RS divide sus elementos en dos grupos: aquellos que se encuentran en el núcleo de la representación y que son compartidos por los miembros de una comunidad, y los elementos que caen en el sistema periférico, que son más personales, que son los que se mueven y modifican con más facilidad y que permiten que la estructura se adapte a diversas situaciones.

- “Un sistema central”, esencialmente social, que relaciona las condiciones históricas, sociológicas e ideológicas. Su papel es esencial en la estabilidad y coherencia de la representación.
- “Un sistema periférico”, asociado a las características individuales, permite, de esta forma, una adaptación en función de las experiencias personales en torno al núcleo central. El sistema periférico no se considera menor que el central, es fundamental para la preservación o transformación de la RS. (Sánchez Luján, 2009, pp. 22-23)

Si se logra entender cómo está organizada esa idea y ese conocimiento, entonces es posible identificar elementos que son esenciales para que en la clase haya un infinito que permita la construcción de otras cuestiones.

## Conclusiones

La investigación que nos proponemos está centrada en el aula, nace de lo que vemos a diario y busca detectar por un lado la manera en que la gente construye conocimiento y por otro, la forma en que esas ideas que son construidas se organizan internamente como producto de lo que socialmente se comparte.
La teoría, ya sea como marco teórico o como herramienta de análisis es central en este estudio y en cualquier que intente comunicar resultados a una comunidad. Las experiencias de clase y lo que intentamos desde lo que nos nace intuitivamente, basados en la experiencia, es importante pero no permite hacer crecer a un grupo de docentes que se enfrentan a diario con situaciones similares.
El infinito es un tema que ha sido discutido, analizado e investigado desde hace muchos años, pero para el cual no hemos encontrado aún una propuesta que nos ayude. No creemos que lo que nosotros hagamos resuelva los problemas de la enseñanza del análisis, pero estamos en la búsqueda de nuevos elementos para mejorar la realidad de nuestras clases.

## Referencias bibliográficas

Abric, J. (2001). Las representaciones sociales: aspectos teóricos. En J. Abric (Ed.) *Prácticas sociales y representaciones.* (pp. 11-32). México: Ediciones Coyoacán.
Araya Umaña, S. (2002). *Cuaderno de Ciencias Sociales 127. Las representaciones sociales: Ejes teóricos para su discusión.* San José: FLACSO.

Bolzano, B. (1991). *Las paradojas del infinito.* México: Mathema.
Cantor, G. (2006). *Fundamentos para una teoría general de conjuntos. Escritos y correspondencia selecta.* J. Ferreirós (Ed.), Barcelona: Crítica.
Cantoral, R. (2001) Sobre la articulación del Discurso matemático escolar y sus Efectos Didácticos. En G. Beitía (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 14.* México DF: Grupo Editorial Iberoamérica.
Crespo Crespo, C. (2002). La noción de infinito a través de la historia. En Crespo Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (Vol 15, Tomo I, pp. 529-534). México DF: Grupo Editorial Iberoamérica.
Crespo Crespo, C. (2009). *El aula de matemática, hoy: una mirada desde la docencia y la investigación en matemática educativa* En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22*, 1145-1154. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
Garbin, S. (2003). Incoherencias y conexiones: el caso del infinito actual con estudiantes universitarios. Primera fase del estudio. En Delgado Rubí, J. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* (Vol 16, Tomo II, pp. 406-414). México.
Garbin, S. (2005). "¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos". *Relime 8* (2), 169-193.
Lestón, P. (2008). *Ideas previas a la construcción del infinito de escenarios no escolares.* Tesis de Maestría no publicada. CICATA. IPN, México.
Lestón, P. y Crespo Crespo, C. (2009). El infinito escolar. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22*, 1117-1126. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
Martínez, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 8 (2)*, 195-218
Monaghan, J. (2001). Young peoples' ideas of infinity. *Educational studies in Mathematics 48,* 239-257.
Montoro, V. y Scheuer, N. (2004). ¿Cómo piensan el infinito los estudiantes universitarios de distintas carreras? *Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales 20* (3), 435-447.
Sánchez Luján, B. (2009). *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales.* Tesis de doctorado no publicada. CICATA del IPN, México.
Valdivé Fernández, C. (2006). Una experiencia en investigación-acción técnica: "el paso del infinito potencial al infinito 'como un todo' para comprender la construcción de los conjuntos infinitos". En Martínez, G. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* (Vol 19, pp. 544-550). México.