



## ARGUMENTACIÓN E IMÁGENES EN LOS LIBROS DE MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA SECUNDARIA.

Llanos, Viviana Carolina<sup>1,2</sup>; Otero, María Rita<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Núcleo de Investigación en Enseñanza de las Ciencias y la Tecnología. Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas. UNCPBA.

<sup>2</sup>CONICET- Argentina

[vcllanos@exa.unicen.edu.ar](mailto:vcllanos@exa.unicen.edu.ar); [rotero@exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@exa.unicen.edu.ar)

**Nivel Educativo:** Medio

**Palabras clave:** argumentación, imágenes, libros de texto, enseñanza secundaria

### Resumen

En esta investigación se estudia la argumentación matemática en 137 textos para la enseñanza secundaria, editados entre los años 1940 y 2007. Los ejemplares se analizan realizando una categorización inductiva que toma en cuenta diversos aspectos de la argumentación mediante tres metacategorías: características de los libros de texto, características de la argumentación y relación entre las imágenes externas y la argumentación. A partir de las variables y modalidades asociadas a cada metacategoría se realiza todo el análisis de los libros, con el objetivo de determinar algunas características distintivas entre el total de ejemplares estudiados de acuerdo al período de edición de los libros.

### 1. Introducción

La relevancia de estudiar los cambios que se producen en torno a la argumentación a lo largo del tiempo deriva de las características identificadas en los libros de matemática analizados; que obedecen a ciertas particularidades determinadas por el período en que fueron editados dichos textos. Se evidencian modificaciones en la forma en que se inicia la argumentación, en la manera de concebir a la matemática, en los tipos de razonamientos empleados, en las actividades o situaciones que proponen, y sobre todo, cambios relacionados con cuestiones “estéticas” de los libros, debido a la cantidad de colores y de imágenes que cambian en cada momento y que se incrementan a medida que los libros corresponden a ediciones más recientes. A partir de esta observación, surge la necesidad de analizar el uso que se hace de las representaciones externas y las características de las mismas en cada período de edición de los ejemplares analizados.

Estos resultados podrían contribuir con la enseñanza de la matemática en el nivel medio y en particular con aquellos docentes en formación y en servicio que, por lo general consultan y utilizan estos libros, proporcionando a partir de esta investigación herramientas teóricas que les ayuden a reflexionar y sustentar decisiones didácticas que son responsabilidad suya.

### 2. Marco teórico

En nuestro trabajo se asume una definición específica de argumentación que considera las relaciones entre argumentación y construcción de conocimiento, en el sentido que le atribuye Leitão (2001, 2007). Se analiza a partir de este referente, cuales son las características de los libros que explícitamente posibilitan al lector insertarse en procesos de negociación de divergencias consigo mismo. Leitão considera que tres elementos como mínimo, constituyen una unidad de análisis efectiva para este propósito: argumento, contra-argumento y respuesta. En un **sentido estricto**, la idea de unidad de análisis aplicada a este conjunto de elementos implica que el análisis de cualquiera de ellos (o de un subconjunto de ellos) por separado no permitiría capturar el proceso de revisión de perspectivas que la argumentación pone en marcha. Esta afirmación no impide que se reconozca que cada uno de estos elementos



contribuye de forma específica en la implementación de la propia actividad argumentativa (función discursiva), en la instalación de procesos de revisión (función psicológica) y en la transformación del conocimiento (función epistémica).

Para poder realizar todo el análisis de los libros es necesario considerar por otro lado, a la argumentación en un **sentido amplio**. En este sentido, la argumentación es inherente a los principios dialógicos de los enunciados (todo enunciado es producido intencionalmente en la dirección de otro). Se considera que “*enunciar es argumentar*” (Goulart, 2007), es “actuar” sobre los otros, lo que significa que va mas allá de comprender y responder enunciados.

### 3. Preguntas de la investigación

- 3.1- ¿Es posible realizar una clasificación y encontrar semejanzas entre el conjunto de libros analizados, respecto de sus características distintivas?
- 3.2- ¿Cuál es la relación entre las imágenes externas y la argumentación?
- 3.3- ¿Cómo varía el “grado de la argumentación” en los diferentes períodos de edición considerados?

### 4. Metodología

Para llevar a cabo la investigación, se realiza un muestreo intencional y se seleccionan los textos más utilizados y representativos del nivel medio en el Sistema Educativo Argentino. Se estudian 137 ejemplares y se utilizan técnicas de análisis y meta-análisis como las que se emplean para analizar protocolos de entrevistas. Para el diseño y la construcción de las categorías y subcategorías de análisis se estudian 12 libros correspondientes a los cursos de ingreso a la Universidad, que conservan características prototípicas en la organización de los contenidos que coinciden con los de la Educación Media, y 125 libros de matemática del nivel medio. Se generaron inductivamente categorías y subcategorías de análisis que se ajustan a las características de los libros de texto y al marco teórico de la investigación que se organizan en tres metacategorías: (1) características de los libros de texto, (2) características de la argumentación y (3) relación entre las imágenes externas y la argumentación. Las categorías y subcategorías de análisis, se definen y describen en la tabla a continuación.

<b>A- CARACTERÍSTICAS DE LOS LIBROS DE TEXTO</b>	
<b>A1 – PERI</b> (Período de edición)	<b>A1.1- Período 1:</b> Libros de texto editados entre 1940 y 1973. Se identifican 19 textos.
	<b>A1.2- Período 2:</b> Libros de texto editados entre 1974 y 1994, anteriores a la reforma educativa de 1994. Se identifican 34 textos.
	<b>A1.3- Período 3:</b> Libros de texto editados entre 1995 y 2007, correspondientes a la reforma educativa vigente desde 1995. Se identifican 84 libros.
<b>A2 – ESCO</b> (Año de escolaridad)	<b>A2.1- Escolaridad 1:</b> Libros de texto dirigidos a la escolaridad 7, 8 y 9; correspondientes a los alumnos entre 12 y 14 años. Se identifican 76 ejemplares.
	<b>A2.2- Escolaridad 2:</b> Libros de texto dirigidos a la escolaridad 10, 11 y 12 correspondientes a los alumnos entre 15 y 17 años. Se identifican 49 ejemplares.
	<b>A2.3- Escolaridad 3:</b> Libros de texto dirigidos a alumnos que cursan el ingreso a la Universidad, correspondientes a estudiantes a partir de los 18 años. Se identifican 12 ejemplares.

<b>A3 – TRAD</b> (Tradiciones de la matemática)	<b>A3.1- Tradición Computacional:</b> Libros que muestran a la matemática como una disciplina ocupada en la resolución de problemas de cálculo, en los números, y en las operaciones que se puedan realizar con ellos. Se identifican 101 libros.
	<b>A3.2- Tradición Axiomática:</b> Libros que comienzan ofreciendo definiciones, proponen principios y utilizando las formas correctas de razonamiento, se deducen a partir ellos los teoremas y se presentan los pasos de las demostraciones respectivas. Se identifican 25 libros
	<b>A3.3- Tradición Estructuralista:</b> Libros que muestran al trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimiento de estructuras que cumplen una misma serie de condiciones. Se identifican 11 libros.
<b>B- CARACTERÍSTICAS DE LA ARGUMENTACIÓN</b>	
<b>B1 – INAR</b> (Inicio de la argumentación)	<b>B1.1- Pregunta:</b> Libros de texto que comienzan formulando una cuestión, mediante una situación problema o preguntas, que generalmente más tarde se responden. Se identifican 53 ejemplares.
	<b>B1.2- Definición:</b> Libros que comienzan empleando definiciones para introducir un nuevo conocimiento. Se identifican 60 ejemplares.
	<b>B1.3- Ejemplos:</b> Libros de texto que utilizan ejemplos para introducir un contenido, a partir de los cuales, el conocimiento puede ser generalizado. Se identifican 24 libros.
<b>B2 - TIAR</b> (Tipo de argumentación)	<b>B2.1- Argumentación Deductiva:</b> Libros que emplean razonamientos deductivos. Se identifican 64 libros.
	<b>B2.2- Argumentación Inductiva:</b> Libros que generalizan a partir del análisis de ejemplos o mediante transformaciones sobre un ejemplo seleccionado, tomado como representante. Se identifican 73 ejemplares.
<b>B3 – GRAD</b> (Grado de argumentación)	<b>B3.1- Alto:</b> Libros cuyo discurso intenta generar explícitamente algún tipo de confrontación, sin resolverlo en el texto. Se identifican 5 ejemplares.
	<b>B3.2- Medio:</b> Libros que intentan generar explícitamente algún tipo de confrontación, que el texto resuelve mas adelante. Se identifican 51 ejemplares.
	<b>B3.3- Nulo:</b> (Leitão, noviembre 2007; comunicación personal) libros que informan. Se identifican 81 libros con la subcategoría.
<b>C – RELACIÓN ENTRE IMÁGENES EXTERNAS Y ARGUMENTACIÓN</b>	
<b>C1 – USOI</b> (Uso de la imagen)	<b>C1.1- Ornamental:</b> Caracteriza a los libros en los que mayoritariamente se usan las imágenes con un fin decorativo, no estrictamente relacionadas al contenido. Se identifican 37 libros.
	<b>C1.2- Argumentativa:</b> Identifica a los libros que emplean las imágenes como fuente de información, a partir de la cual el conocimiento puede ser derivado. Se identifican 100 ejemplares en esta categoría.
<b>C2 – TIIM</b> (Tipo de imagen)	<b>C2.1- Representaciones matemáticas:</b> Imágenes que potencialmente aportan a la argumentación en lenguaje matemático. Se identifican 93 ejemplares.
	<b>C2.2- Representaciones extra matemáticas:</b> Imágenes que no aportan a la argumentación en lenguaje matemático. Se identifican 44 ejemplares.
<b>C3 – ESTI</b> (Estilo gramatical de la imagen)	<b>C3.1- Conceptual:</b> Imágenes que representan relaciones y características fijas entre los elementos representados, es decir muestran cómo pueden ser categorizadas las cosas. Se identifican 101 ejemplares.
	<b>C3.2- Narrativa:</b> Imágenes que muestran acciones entre los objetos participantes, y es posible construir con ellas alguna narración – una dimensión temporal- que representa una relación transaccional entre los objetos que las componen. Se identifican 36 ejemplares.



<b>C4 – REEM</b> (Relación con el “mundo que vivimos”)	<b>C4.1- Naturalista:</b> imágenes que hacen referencia directa al mundo que experimentamos. Son imágenes detalladas y complejas. Se identifican 44 libros.
	<b>C4.2- Abstracta:</b> imágenes que no hacen referencia a aspectos del mundo que experimentamos. Se identifican 93 ejemplares.

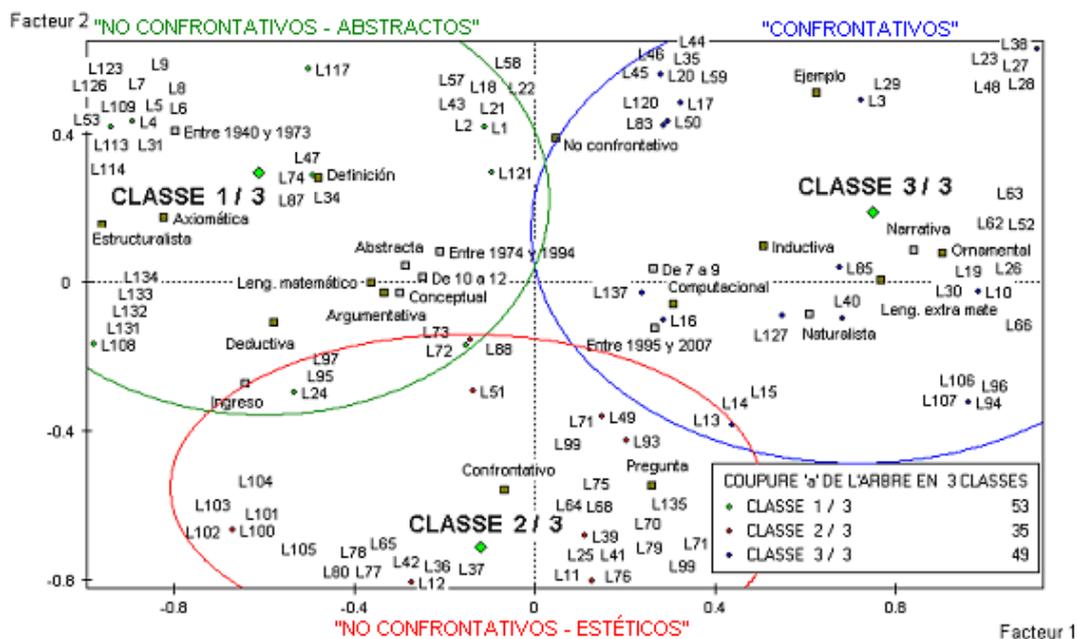
La categorización se transforma en un conjunto de variables nominales y modalidades siguiendo los criterios del Análisis Exploratorio de Datos (Lebart, Morineau, 1994). Para considerar la posibilidad de realizar de un estudio empleando técnicas cuantitativas, se realizó un análisis de contingencia entre las variables, que mostró la existencia de asociaciones significativas entre un conjunto de ellas. En virtud de este análisis, se decidió fusionar las modalidades de la variable “grado de argumentación”, y se redujo el número de modalidades a aquellas que efectivamente presentaban asociación significativa. Esta modalidad tiene ahora asociadas dos modalidades: argumentativo y no argumentativo. La primera resulta de fusionar las modalidades que describen el grado de argumentación alto y medio (dado que con la modalidad grado de argumentación alto sólo se identifican 5 ejemplares entre los 137 libros estudiados) y la segunda (no argumentativos) coincide con la descripción de grado de argumentación nulo.

## 5. Análisis de datos y resultados

Para realizar un análisis cuantitativo a partir de las variables y modalidades asociadas a las características de los 137 ejemplares estudiados, se utilizan técnicas provenientes del Análisis Multivariado de Datos. La técnica de reducción factorial proporciona una síntesis de la información que permite analizar las principales conjunciones-oposiciones entre las variables en planos factoriales y proporciona una visión directa y global de los datos. El análisis factorial es un requisito previo para el análisis de clúster que permite encontrar tipologías y detectar asociaciones de variables, o características relacionadas en el conjunto de libros analizados.

Para realizar el Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (Benzecri, 1980; Lebart, Morineau y Fenelon, 1985), se determinan las variables activas y nominales y se introducen al análisis la totalidad de las mismas. Se seleccionan como variables activas: *tradiciones, inicio de la argumentación, tipo de argumentación, grado de argumentación, uso de la imagen y tipo de imagen*. Los tres primeros factores, determinan el 68,76 % de la varianza explicada. Las variables que más contribuyen a la conformación del primer factor son: *uso de la imagen y grado de argumentación*. Lo que esto explica es que las grandes diferencias relativas a la argumentación entre los libros analizados se dan en el uso decorativo o argumentativo de las imágenes implementadas en los ejemplares o en las confrontaciones explícitas propuestas en los libros, a diferencia de los que informan al lector.

Luego del análisis factorial se realizó una clasificación para encontrar una posible tipología entre el conjunto de libros de texto analizados. La clasificación es inductiva y se basa en la búsqueda de regularidades entre los 137 libros. Se parte de los individuos (los libros) y se procede por agrupamientos sucesivos, tratando de descubrir las grandes líneas que describen al conjunto. Se busca una partición del conjunto de libros en partes bien separadas, y que a su vez reúna a los más próximos entre sí. En este caso se seleccionó una partición en tres clases y el análisis se realizó con relación a esta partición óptima. Las clases tienen asociadas ciertas características que se detallan a continuación; y pueden identificarse en el Gráfico 1.



**Gráfico 1:** Representación de los individuos en cada clase y de los parangones

La **CLASE 1/3** “no confrontativos - abstractos” reúne 53 libros. Estos ejemplares se caracterizan por iniciar la argumentación mediante una definición y el tipo de argumentación que predomina es de deductiva. Los libros de esta clase además hacen un uso de las imágenes de tipo argumentativo, representaciones en lenguaje matemático, el estilo gramatical de las mismas es conceptual y la relación con el mundo que vivimos es abstracta. Principalmente se trata de textos editados entre 1940 y 1973 correspondiente al primer período de edición considerado y el estilo de argumentación es no confrontativo. La mayoría de los ejemplares de la Clase 1 se identifican con las tradiciones axiomática y estructuralista.

Los libros “no confrontativos – abstractos” inician cada capítulo con definiciones y no proponen explícitamente ningún tipo de confrontación; son libros que informan. Este grupo de libros han sido editados en el primer período considerado, y muestran el trabajo matemático como búsqueda de regularidades y entendimientos de estructuras, empleando razonamientos deductivos. Las imágenes se emplean como fuente de información y colaboran en el entendimiento de un determinado conocimiento, en lenguaje matemático.

La **CLASE 2/3** “confrontativos” reúne 35 ejemplares. Estos ejemplares se caracterizan con el estilo de argumentación confrontativo y por iniciar la argumentación mediante una pregunta. Las imágenes son implementadas con fines argumentativos y las argumentaciones son de tipo deductivas.

Los libros “confrontativos” plantean explícitamente algún tipo de confrontación que por lo general tiene la respectiva respuesta. La argumentación se inicia mediante una pregunta, y esto indica que desde el comienzo del capítulo hay una intención confrontativa. Las imágenes son implementadas como fuente de información, a partir de las cuales el conocimiento puede ser derivado y el tipo de argumentación que predomina es deductivo.

La **CLASE 3/3** “no confrontativos - estéticos” agrupa 49 ejemplares. Estos libros se caracterizan principalmente por hacer un uso de las imágenes ornamental y por informar al lector. Las imágenes implementadas son narrativas y naturalistas, y aportan a la argumentación



en lenguaje extra matemático. Están vinculadas a aspectos del mundo que vivimos. El tipo de argumentación es inductivo y el inicio de la argumentación se da mediante un ejemplo. En esta clase los libros se identifican con la tradición computacional y se caracterizan por pertenecer a ediciones posteriores a la reforma educativa.

En esta clase “no confrontativo – estético” los libros se caracterizan principalmente por implementar imágenes que son utilizadas con fines decorativos, estéticos y con el único objetivo de informar al lector. Gran parte de los libros de esta clase muestran a la matemática como una disciplina que básicamente se ocupa de los números y de las operaciones que se pueden realizar con estos; obteniendo como resultado datos numéricos. Los capítulos se inician mediante un ejemplo, a partir del cual el conocimiento puede ser generalizado. Las imágenes están implementadas con fines decorativos, vinculadas a aspectos del mundo que vivimos y que es posible construir con ellas alguna narración. Estas representaciones aportan a la argumentación en lenguaje no matemático.

Para comprender además algunas de las relaciones existentes entre las variables y sus modalidades, se realizó un análisis de contingencia que mostró la existencia de asociación estadísticamente significativa ( $p < 0,001$ ) entre las características de los libros de texto, las características de la argumentación y las características de las representaciones externas.

## 6. Conclusiones

A partir del análisis realizado, es posible describir y comprender posibles modificaciones en la argumentación matemática en los ejemplares editados entre 1940 y 2007. Se afirma que se establece una fuerte relación entre: el período de edición, el año de escolaridad al que los libros están dirigidos, las características de la argumentación y la finalidad con que se utilizan las representaciones externas, no así con el grado de argumentación. Realizando un análisis conjunto de las variables y modalidades, es posible mostrar ciertos atributos que obedecen a la forma de concebir y fundamentar la matemática en cada uno de los momentos en que han sido editados dichos ejemplares y se responde a cada una de las preguntas inicialmente planteadas.

**Asumiendo una noción de argumentación en un sentido amplio** se responden las dos primeras preguntas. Respecto de la posibilidad de realizar una clasificación, se describió anteriormente que los ejemplares se agrupan en tres clases caracterizadas principalmente por el estilo de argumentación y el uso de las imágenes. Los ejemplares se distribuyen en cada clase, de acuerdo a las características que presentan. Los libros “no confrontativos – abstractos”, que son 53, se caracterizan principalmente con el estilo de Argumentación no confrontativo y por hacer un uso de imágenes de tipo argumentativo. En esta clase los libros son axiomáticos o estructuralista y emplean razonamientos deductivos. Los 35 ejemplares “no confrontativos – estéticos”, emplean imágenes con fines decorativos, son computacionales y emplean razonamientos inductivos. Los libros que generan explícitamente confrontaciones que son resueltas a continuación, forman el grupo de los ejemplares “confrontativos”, y en esta clase se identifican 49 libros. En esta última clase la argumentación se inicia mediante preguntas y las imágenes son implementadas con fines argumentativos. De esta descripción de las clases se concluye que hay más libros informativos que confrontativos, y más libros de matemática que emplean imágenes argumentativas antes que decorativas.

Respecto de las características de las imágenes externas en cada uno de los períodos de edición y de la relación entre dichas representaciones y la argumentación, podemos indicar que las imágenes empleadas en los libros, se agrupan en dos grandes conjuntos:

- Imágenes que están implementadas como fuente de información, a partir de las cuales se puede derivar un determinado conocimiento (imagen argumentativa). Estas representaciones externas estarían al servicio del contenido, aportan a la argumentación matemática y corresponden a todos los períodos de edición, principalmente el primero.



- Las representaciones externas empleadas con fines ornamentales, decorativos -no estrictamente relacionadas al contenido- no facilitan la comprensión del objeto matemático a abordar (no aportan a la argumentación matemática) y por la forma en que son usadas, parecería que el único objetivo sería motivar al lector o bien responder a la imposición de la cultura visual actual (imágenes no argumentativas).

**Asumiendo una noción de argumentación en un sentido estricto** es posible responder a la última de las preguntas planteadas en este trabajo, acerca de la variación del “grado de argumentación” en cada uno de los períodos de edición de los libros. Como la confrontación explícita de puntos de vista se asume como condición necesaria para definir la argumentación, se concluye que ninguno de los textos del conjunto sería argumentativo. En el mejor de los casos es posible llegar hasta el grado de argumentación medio, donde si bien se plantea explícitamente alguna confrontación, a continuación se resuelve y se informa al lector la solución.

No habría argumentación en ningún período, porque los libros son informativos. Esta ausencia de argumentación que se hace evidente luego del análisis realizado, conduce a reflexionar acerca de la proporción entre aspectos informativos y estrictamente argumentativos que efectivamente pueden plantearse en un texto escolar.

## Bibliografía

- Benzécri, J. P. (1980). *Pratique de l'Analyse des Dones T1 y2*. Paris: Dunod.
- Cisia-Ceresta. (1998). *SPAD. 3.5 integrado versión PC*. Francia: Centre International de Statistique et d'Informatique Appliquées.
- Goulart, C. M. A. (2007). Enunciar é argumentar: analisando um episódio de uma aula de História com base em Bakhtin. *Revista Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 93-108.
- Klimovsky, G. y Boido, G. (2005). *Las desventuras del conocimiento matemático: Filosofía de la matemática una introducción*. Buenos Aires, Argentina: A-Z editora.
- Leitão, S. (2001). Argumentação como processo de construção do conhecimento. *II Encontro Internacional: Linguagem, Cultura y Cognición*. Faculdade de Educação da UFMG (inédito).
- Leitão, S. (2007). Processos de construção do conhecimento: a Argumentação em foco. *Revista Pro-Posições – Dossie: Argumentação e construção do Conhecimento: estudos em sala de aula*. Vol. 18, nº 3 (54), 75-92.
- Lebart, L. y Morineau, A. (1994). *SPAD Système portable d'Analyse des Données Numériques*. Saint Mandé : CISIA.
- Lebart, L.; Morineau, A. y Fenelon, J. P. (1985) *Tratamiento Estadístico de Datos*. Barcelona: Marcombo SA.