

## O CONCEITO DE ÁREA DE FIGURA GEOMÉTRICA PLANA EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Marilene Rosa dos Santos – Marcelo Câmara dos Santos  
rosa.marilene@gmail.com – marcelocamaraufpe@yahoo.com.br  
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) – Brasil

Tema: O papel da teoria na pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: comunicação breve

Nível educativo: médio (11 a 17 anos)

Palavras chaves: Conceito de área; Livro Didático; Teoria Antropológica do Didático.

### Resumo

*Este trabalho, recorte de uma tese de doutoramento em andamento, tem por objetivo analisar as praxeologias matemática e didática de livros escolares de matemática- adotados em escolas públicas do Estado de Pernambuco – Brasil, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Para tanto, nossa fundamentação teórica está alicerçada nas ideias de Douady e Perrin Glorian (1989), que tratam o conceito de área enquanto grandeza autônoma, e na Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard (1992), que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. Para isso fizemos uma análise documental de dois livros de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental buscando caracterizar a organização matemática e didática dos mesmos. Os resultados indicam que, os livros didáticos analisados ainda não tratam efetivamente o conceito de área como grandeza autônoma, apesar de apresentarem tarefas que poderiam ajudar nessa abordagem. Percebemos, também, que os tipos de tarefas apresentadas nos livros são semelhantes, porém as técnicas são diferenciadas; enquanto um explora mais o uso de fórmulas, o outro explora situações que envolvem equivalência de área.*

### Introdução

O conceito de área desempenha um importante papel no currículo de Matemática da Educação Básica, mas, durante muito tempo, foi marcado por um foco muito forte no treino das conversões de unidades e na introdução de fórmulas, sem que houvesse a atribuição do seu significado.

Diversas pesquisas (BALTAR, 1996; SOUZA, 2004; SANTOS & BELLEMAIN, 2007) entre outras, constataram que o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo área é permeado por inúmeras dificuldades. O papel do conceito de área no currículo da educação básica e as dificuldades de aprendizagem frequentemente apresentadas pelos alunos, justificam nossa escolha de tomá-lo como objeto de estudo.

Para que o conceito de área cumpra tais funções no currículo, é necessário uma sólida construção conceitual. Por isso, consideraremos nesse artigo o conceito de área em

consonância com os trabalhos de Douady & Perrin-Glorian (1989), como uma grandeza autônoma, pertencente ao campo das grandezas geométricas.

Essa pesquisa foi guiada pelo seguinte questionamento: como são caracterizadas as organizações matemática e didática nos livros escolares de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental em relação ao conceito de área?

Para responder ao nosso questionamento adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1992), como referencial teórico e metodológico, pois permite identificar e analisar as características praxeológicas, matemáticas e didáticas, expressas nos livros escolares.

Apresentaremos o referencial teórico adotado, a metodologia e as análises dos nossos resultados. Por fim, nossas considerações finais e referências.

### **Referencial teórico**

O conceito de área pode ser classificado em duas concepções, as concepções geométricas e as concepções numéricas, conforme proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). As concepções numéricas seriam aquelas segundo as quais só são considerados os aspectos pertinentes para o cálculo. Já as concepções geométricas caracterizam-se pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno.

Nesse sentido, Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 395) propõem que a abordagem do conceito de área enquanto grandeza favorece a construção das relações necessárias entre os aspectos geométricos e numéricos. Além disso, elas preconizam que uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre diferentes grandezas.

Na abordagem do conceito de área como grandeza, devem-se distinguir três quadros: o geométrico (constituído pelas superfícies), o numérico (consistindo nas medidas dessas superfícies, que pertencem ao conjunto  $\mathbb{R}^+$ ) e o quadro das grandezas (constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma medida). Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida são uma maneira de designar área como grandeza.

Para tanto, é necessário que antes de ensinar o aluno a medir área, ensine-o a diferenciar área e superfície, assim como área e número. Além disso, é preciso abordar, ainda nesse período, as diferenças entre área e perímetro. Nesse contexto, Baltar (1996) propôs uma classificação de situações que dão sentido ao conceito de área: comparação de áreas, medida de área e produção de superfícies.

Nas situações de comparação, destacam-se o quadro das grandezas, pois, “quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência” (BELLEMAIN & LIMA, 2002, p. 45). As situações de medidas de área estão situadas no quadro numérico, na passagem do quadro das grandezas ao número por meio da escolha de uma unidade. Nas situações de produções de superfícies, o quadro geométrico ganha evidência, considerando a produção de um objeto geométrico (superfície), ainda que a intervenção dos quadros numérico e das grandezas seja tão importante quanto o do geométrico.

Para analisar o conceito de área em livros didáticos de matemática adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais. Essa teoria se interessa, também, pelas condições sob as quais um determinado saber vive em uma instituição específica, como, por exemplo, o livro didático.

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1992) está interligada com outra teoria do mesmo autor chamada da Teoria da Transposição Didática. Segundo Araújo (2009, p. 32) a TAD “pode ser considerada como um prolongamento da teoria da transposição didática, a partir da problemática ecológica, para levar em consideração as exigências advindas das interrelações entre os objetos de ensino”.

Chevallard (1999) considera que, dado um objeto de estudo, deve-se levar em consideração dois aspectos. O primeiro relativo à realidade matemática que pode ser construída, que será denominada de praxeologia matemática ou organização matemática; o segundo, o modo pelo qual essa realidade pode ser estudada, que será denominada praxeologia didática ou organização didática.

A organização ou praxeologia matemática visa determinar a realidade matemática presente; no nosso caso, área de figuras planas. Essa praxeologia é composta por *tipos de tarefas* (T) a serem cumpridas por meio de *técnicas* (t), *tecnologias* ( $\theta$ ) que correspondem à justificativa da técnica e pela *teoria* ( $\Theta$ ) que valida as justificativas da tecnologia. Vale salientar que a palavra técnica é utilizada, aqui, como um modo de fazer a tarefa.

Em relação à organização ou praxeologia didática, o professor elege o modo de iniciar o conteúdo, as atividades mais adequadas, os conceitos que estarão em jogo, quais as técnicas que serão utilizadas, etc. Podemos dizer, então, que essas escolhas determinam a maneira como a praxeologia matemática se realiza. Para isso, Chevallard (1999) estruturou essa praxeologia em seis momentos: o *primeiro encontro* do aluno com a

organização matemática; o da *exploração dos subtipos de tarefa e elaboração de técnicas*; o da *constituição do ambiente tecnológico e teórico*; o do *trabalho da técnica*; o da *institucionalização*; e o da *avaliação*.

Neste artigo tomamos como ponto de partida a análise das organizações matemática e didática em torno do conceito de áreas de figuras planas expressas em dois livros didáticos de matemática, adotados no município do Paulista/ PE – Brasil.

## **Metodologia**

Este artigo é um recorte da nossa tese em andamento, em que apresentamos uma análise documental de dois livros de matemática adotados em escolas municipais da Cidade do Paulista/PE.

A escolha dos livros foi: A Conquista da Matemática, cujos autores são José Ruy Giovani Jr e Benedicto Castrucci de 2009 DA Editora FTD, que é o mais adotado nas escolas municipais de Pernambuco, e o Projeto Araribá da Editora Moderna, 2008, o menos escolhido entre os professores.

Analisaremos, no capítulo dedicado ao conceito de área, os tipos de atividades propostos pelos autores de cada livro, no qual buscaremos caracterizar a organização matemática (tarefa, técnica, tecnologia e teoria), identificando a concepção de área adotada em cada tarefa (numérica, geométrica e grandeza), assim como as situações que dão significado ao conceito (comparação, medida e produção). Iremos analisar, também, a organização didática proposta nas duas obras.

## **Análise dos Resultados**

Para melhor compreensão dividiremos essa análise em três momentos: a análise do livro A conquista da Matemática (que chamaremos de L1); a análise do Projeto Araribá (L2); e a comparação entre as organizações matemáticas e didáticas dos dois livros.

O livro L1 apresenta o conteúdo de área de figuras planas na unidade *Medindo comprimentos e superfícies*, cujos capítulos são *unidades de medida de superfície e áreas das figuras geométricas planas*. Inicia o capítulo com uma sessão “*explorando*”, na qual solicita que os alunos contem quantos quadradinhos cabem no interior de uma figura. Em seguida, solicita que se contem quantos triângulos cabem no interior de outra figura, mas não faz nenhuma relação entre a medida de área das duas figuras, definindo

esse conceito como “o número que você encontrou chama-se medida de uma superfície da figura ou área da figura”(p. 271). Entendemos que essa abordagem reforça a concepção numérica da grandeza área, uma vez que o *primeiro encontro* dos alunos com o conceito acontece por meio de medidas. Além disso, não colabora para a construção da ideia de grandeza, associando área à superfície.

A constituição do ambiente tecnológico-teórico começa pela contagem de quadradinhos, em que o LD apresenta o metro quadrado como unidade padrão da grandeza área e relaciona todos os seus múltiplos e submúltiplos, realizando o processo de transformação de unidades de medida. Em seguida, o LD explora as medidas agrárias mais usuais e deduz as fórmulas por meio da decomposição e da composição das figuras. Percebemos que na medida em que vai ampliando o conteúdo, o LD vai ao mesmo tempo institucionalizando o conceito, ou seja, o momento do *ambiente tecnológico-teórico* confunde-se com o momento da *institucionalização*. Também não fica claro o momento da *avaliação*, mas acreditamos que, como as atividades propostas retomam o que foi apresentado anteriormente, o professor que adota esse livro poderá utilizá-las no processo avaliativo.

Em relação à *exploração dos subtipos de tarefa e elaboração de técnicas*, o LD expõe um quadro com as transformações das unidades de medida de superfície apresentando os múltiplos e submúltiplos do  $m^2$ . Em seguida apresenta exemplos, nos quais é necessário transformar as medidas indicadas em  $m^2$ , por meio da técnica de multiplicar ou dividir por 100. Para apresentar a fórmula do retângulo e do quadrado (em  $cm^2$ ), o LD explora a possibilidade de quadricular as figuras, assim o aluno poderá utilizar a técnica, anteriormente explorada, de contagem. As fórmulas da área do paralelogramo, triângulo e trapézio são apresentadas por meio de composição e decomposição da figura, de forma a formar um retângulo ou paralelogramo. Percebemos que a *exploração da técnica* (contagem, transformações ou uso de fórmulas) acontece nas atividades propostas.

Em relação à organização matemática, identificamos cinco tipos de Tarefas: calcular a medida da área de uma superfície ( $T_1$ ); comparar medidas de área ( $T_2$ ); comparar áreas ( $T_3$ ); transformar unidades de medida de área ( $T_4$ ) e calcular a medida de uma dimensão da figura a partir da medida da área ( $T_5$ ). As técnicas (t) utilizadas consistem na contagem de quadradinhos, aplicações das operações fundamentais, transformação de unidades de medidas, aplicação de fórmulas. Apenas para  $T_3$  é usada a sobreposição e a equidecomposição como técnica de resolução. A tecnologia ( $\theta$ ) e a teoria ( $\Theta$ ) que

justificam e validam o conhecimento estão baseadas no próprio conceito de área. Majoritariamente, a concepção de área adotada nesse livro é a numérica, cujas situações concentram-se nas medidas de área.

O segundo livro analisado foi o L2, que trabalha em um único capítulo os conceitos de área e perímetro. No entanto, os conceitos são trabalhados de forma separada e sem nenhuma relação entre eles. Inicia-se o capítulo com uma charge em que se pergunta: o bode está comendo o gramado da superfície ou do contorno do campo de futebol? No entanto essa indagação não é respondida, nem se retoma posteriormente a essa situação.

O momento do *primeiro encontro* com o conceito de área acontece por meio de situações de medidas, tanto para a definição “é a medida de uma superfície”, como para as atividades iniciais, nas quais é tomado o quadradinho como unidade de medida para determinar a área de figuras. Na sequência, anuncia-se o  $\text{cm}^2$  como unidade de medida de superfície e são apresentadas algumas figuras desenhadas em uma malha quadriculada (1cm x 1cm). Essa abordagem reforça a concepção numérica de área, uma vez que uma associação precoce da superfície a um número favorece a confusão entre diferentes grandezas (DOUADY & PERRIN-GLORIAN, 1989). Da mesma forma que no LD1, área não é vista como uma grandeza, na medida em que é apresentada como “a medida de uma superfície”.

O *ambiente tecnológico-teórico* confunde-se com a *institucionalização* do conceito de área, ou seja, na medida em que amplia o conhecimento, o LD 2 imediatamente formaliza o conceito. Inicia esse ambiente definindo área, explora situações que envolvem contagem na malha quadriculada, expõe brevemente um processo de composição e decomposição para o cálculo da medida de área e apresenta sem justificativas as fórmulas do retângulo e do quadrado. Aqui, a técnica de aplicar as fórmulas é apenas esboçada. Em seguida, o LD institucionaliza o metro quadrado como unidade padrão da grandeza área e relaciona os múltiplos e submúltiplos mais usuais. Posteriormente, são exploradas as medidas agrárias mais usuais.

A *exploração dos subtipos de tarefa e elaboração de técnicas* acontece basicamente quando são anunciadas as medidas de áreas agrárias e nas atividades propostas. Há uma ampliação da técnica de contagem de quadradinhos em malhas para o uso de fórmulas, no entanto não há uma *exploração da técnica* e sim um esboço. Quanto à *avaliação*, não percebemos momentos dedicados a esse processo no texto inicial, mas acreditamos que como as atividades propostas retomam o que foi apresentado anteriormente, elas poderão servir como instrumentos avaliativos.

Em relação à organização matemática, identificamos sete tipos de Tarefas diferentes: (T<sub>1</sub>) Calcular a medida da área de uma superfície; (T<sub>2</sub>) calcular a medida de uma dimensão da figura a partir da medida da área; (T<sub>3</sub>) comparar medidas de áreas; (T<sub>4</sub>) produzir uma figura dada a medida da sua área; (T<sub>5</sub>) comparar áreas; (T<sub>6</sub>); transformar unidades de medida de área e (T<sub>7</sub>) identificar a unidade de medida mais adequada a uma superfície. As técnicas (t) utilizadas variam de tarefa para tarefa; as mais comuns são: contar quadradinhos, compor e decompor figuras, utilizar as fórmulas, fazer tentativas, aplicar operações fundamentais, desenhar verificando a medida dos lados, transformar as unidades de medidas de área, sobrepor e equidecompor. A tecnologia ( $\theta$ ) e a teoria ( $\Theta$ ) que justificam e validam o conhecimento estão baseadas no próprio conceito de área.

Apesar de percebermos a presença das três situações significativas para a construção do conceito de área definidos por Baltar (1996) e Bellemain e Lima (2002), ou seja, situações de comparação, de medida e de produção, ainda existe uma presença muito forte das situações de medidas, levando a uma concepção de área como número.

Ao compararmos os livros analisados percebemos alguns pontos de convergência e outros de divergência na abordagem do conceito de área. Em relação à organização didática, os dois livros iniciam o conceito por meio de situações de medida, inclusive definem área do mesmo modo. No entanto, divergem na ampliação do conceito. Enquanto o L1 dá mais destaque às transformações de unidades de medida, o L2 dá ênfase a atividades que envolvem produção de figuras e comparação de áreas. Os momentos de institucionalização e avaliação acontecem da mesma maneira em ambos os livros. Do mesmo modo, é dada maior ênfase à concepção numérica de área nos dois livros.

Quanto à organização matemática, percebemos que o L2 apresenta mais tipos de tarefas do que o L1, ou seja, além das que são apresentadas no L1 ele ainda explora o trabalho com produção de figuras dada a medida da área e a identificação da unidade de medida mais adequada à superfície. No L1 são deduzidas e apresentadas as fórmulas de diversas figuras (retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo e trapézio), enquanto que no L2 as fórmulas do retângulo e do quadrado são simplesmente apresentadas ao aluno. Em ambos os livros, as técnicas quase sempre são apenas esboçadas.

## Considerações Finais

O nosso objetivo foi de analisar as praxeologias matemática e didática de livros escolares de matemática, adotados em escolas públicas do Estado de Pernambuco, Brasil, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Percebemos que, apesar de os livros serem de editoras e de autores diferentes, eles apresentam semelhanças e diferenças em sua abordagem; no entanto, ambos enfatizam uma concepção numérica de área. As situações que dão sentido ao conceito de área são exploradas, em sua totalidade, apenas em um dos livros.

## Referencias bibliográficas

- Baltar, P. M. (1996) *Enseignement et apprentissage de la notion d'Aire de surface planes: Une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au colite*. Tese. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Bellemain, P.; Lima, P. (2002) *Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental*. Ed. Geral: John A. Fossa – Natal: SBHMat.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspective apportées par une approche anthropologique. In: *Recherches en didactique de mathématiques*, vol. 12, p. 73-112.
- \_\_\_\_\_ (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19. n.2, p.221-265.
- Douady, R.; Perrin- Glorian, M.J. (1989). Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 20, n.4, p. 387-424.
- Santos, M.R.; Bellemain, P.M.B. (2007). A área do paralelogramo no livro didático de matemática. *Educação Matemática em Revista*. SBEM. Ano 13, n.23. Recife.
- Souza, J.C. (2004). *Análise de estratégias de resolução de problemas de grandezas geométricas em avaliações institucionais em larga escala de redes públicas do Estado de Pernambuco*. Dissertação Mestrado. UFRPE, Recife.