

MOSAICOS: CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Lenise de Abreu Cardoso – Ana Maria Redolfi Gandulfo
leniseac@gmail.com - gandulfo@uol.com.br
Universidade de Brasília – UnB – Brasil

Tema: IV.2 - Formación y Actualización del Profesorado.

Modalidade: Póster (P)

Nível educativo: Formação y actualización docente

Palavras chave: polígonos; mosaicos; material didático.

Resumo

A vivência geométrica na escola é uma experiência de grande valor se a aprendizagem está fundamentada em atividades construtivas motivadoras e lúdicas. Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da Matemática e são utilizados na explicação de fenômenos naturais, de conceitos e na resolução de problemas. O ensino de Geometria serve ao aluno na análise e conhecimento do mundo físico e de seu entorno habitual assim como na interpretação e conhecimento de conceitos e propriedades matemáticas que lhe facilitem o desempenho nesse ambiente. Os mosaicos ou pavimentações do plano são uniões de um conjunto de figuras planas que recobrem o plano sem superposições e sem espaços vazios entre elas. Os polígonos construídos com diferentes tipos de materiais são ferramentas úteis para a construção de pavimentações do plano e o estudo de seus elementos, representações e aplicações: mosaico unicelular, mosaico lado-lado, mosaicos regulares, mosaicos semirregulares ou arquimedianos, mosaicos irregulares, mosaicos não lado-lado, mosaicos periódicos, mosaicos não periódicos. O estudo e construções das pavimentações do plano, seus elementos, classificações e propriedades é tema importante na programação escolar pelo seu apelo dinâmico, lúdico e estético para o desenvolvimento de capacidades e habilidades no ensino-aprendizagem da Geometria.

Introdução

Trabalhar conceitos geométricos na escola é uma experiência importante se a aprendizagem está inserida em atividades construtivas motivadoras e lúdicas. Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da Matemática, sendo utilizados na explicação e aplicação de conceitos geométricos e também na resolução de problemas.

O ensino de Geometria serve ao aluno na análise e conhecimento do mundo físico e do mundo que o cerca, sendo auxiliador na interpretação e conhecimento de conceitos e propriedades matemáticas que lhe facilitem o desempenho nesse ambiente.

Os mosaicos são recobrimentos do plano por meio de peças chamadas de ladrilhos, que não podem ser sobrepostas e não há espaço vazio entre elas. Procura-se por meio da construção dos mosaicos aplicar conceitos geométricos, como as propriedades das figuras planas, dos movimentos rígidos no plano, dos distintos tipos de mosaicos

periódicos e não periódicos, onde se destaca a importância desses temas quando se trabalha com interdisciplinaridade. O meio ambiente constitui hoje, como na antiguidade, motivo de estudo e de desenvolvimento da capacidade criadora da humanidade e é a Geometria que oferece maiores possibilidades na hora de experimentar mediante materiais adequados.

Elementos dos mosaicos

Um mosaico ou pavimentação P do plano é a união de um conjunto enumerável de figuras planas que recobrem o plano sem superposições e sem espaços vazios entre elas, isto é, P é a união das figuras planas $\{P_1, P_2, P_3, \dots\}$, chamadas de ladrilhos ou peças do mosaico.

Consideramos os mosaicos formados por regiões poligonais e para simplificar chamamos essas figuras simplesmente de polígonos. Assim, duas peças de um mosaico podem ter como intersecção um segmento ou um ponto ou elas são disjuntas. No primeiro caso chamamos ao segmento de lado do mosaico e dizemos que as peças concorrem nesse lado, no segundo caso o ponto é um vértice do mosaico e os lados concorrem nesse vértice. Os vértices, lados e ladrilhos de uma pavimentação do plano são os elementos do mosaico. Mosaico unicelular é uma pavimentação do plano formada com cópias congruentes de uma mesma figura, chamada célula. Mosaico lado-lado é um mosaico onde os polígonos da pavimentação coincidem em um lado ou em um vértice ou eles têm intersecção vazia; caso contrário, é um mosaico não lado-lado.

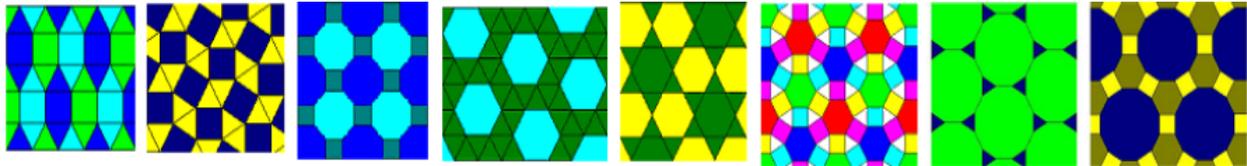
Mosaico Regular

É um mosaico unicelular lado-lado cuja célula é um polígono regular. Há somente três mosaicos regulares.



Mosaico semirregular

É uma pavimentação, lado-lado do plano, com polígonos regulares de dois ou mais tipos diferentes, de lados congruentes, onde em cada vértice concorrem as mesmas figuras e na mesma ordem. Observando-se que a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares que concorrem em cada vértice é igual a quatro retos.

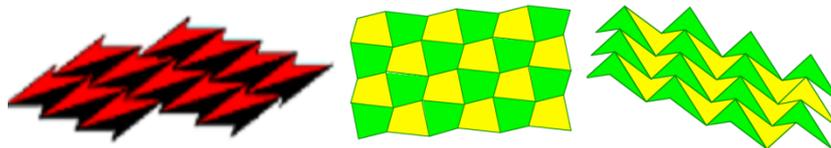


Mosaico irregular

É um mosaico unicelular lado-lado cuja célula é um polígono irregular. Todo triângulo e todo paralelogramo formam mosaico lado-lado unicelular.

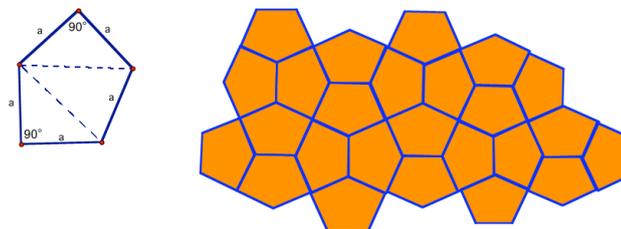


Todo quadrilátero, convexo ou não-convexo forma mosaico unicelular lado-lado. Observando que esta situação não se estende a todos os polígonos irregulares.



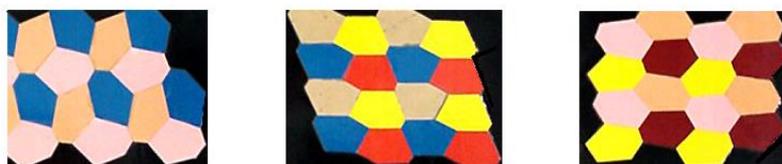
Mosaicos com pentágonos

Apesar de não haver pavimentações semirregulares ou regulares com pentágonos regulares existem com pentágonos irregulares, como pode ser verificado abaixo:



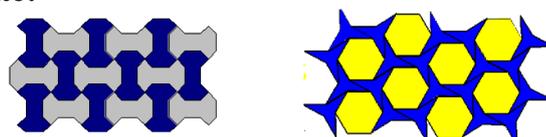
Mosaicos com hexágonos

Somente três tipos de hexágonos convexos irregulares que formam mosaico unicelular lado-lado:

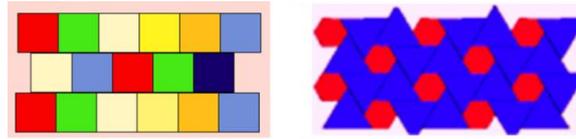


K. Reinhardt mostrou, em 1927, que polígonos convexos com sete ou mais lados não podem formar mosaico unicelular lado-lado.

Mosaicos irregulares com polígono não convexo e com polígono convexo e não convexo, respectivamente:



Mosaico não lado-lado com polígonos regulares:

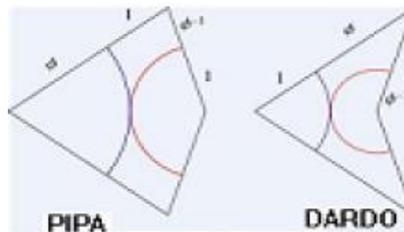


Mosaicos periódicos

Mosaicos periódicos são as pavimentações do plano, tais que se são transladadas em duas direções não paralelas e certa distância então eles coincidem novamente. Os mosaicos considerados acima são mosaicos periódicos.

Mosaicos não-periódicos

Roger Penrose, em 1973, construiu um mosaico não-periódico usando somente duas figuras geométricas diferentes, chamadas dardo e pipa, obtidos a partir de um losango com ângulos medindo 72° e 108° . Uma construção para o dardo e a pipa consiste em dividir a diagonal maior do losango em dois segmentos, sendo que o segmento maior sobre a diagonal tem por comprimento a razão áurea ϕ , isto é, aproximadamente 1,618 vezes o segmento menor, e logo unir o ponto áureo aos vértices dos ângulos de 108° .



Cada um dos ladrilhos de Penrose separadamente forma mosaico unicelular periódico porque ambos são quadriláteros; portanto, certas regras devem ser estabelecidas para determinar como eles têm que ser dispostos para garantir que formam um mosaico não-periódico. John Conway facilitou esta tarefa pintando dois arcos coloridos em cada peça. Cada arco corta os lados como também o eixo de simetria na razão áurea. A regra consiste em unir a curva azul (vermelha) de uma peça a outra curva azul (vermelha) de um dardo ou de uma pipa para formar uma curva azul (vermelha) contínua no mosaico.



Considerações Finais

O estudo e construções das pavimentações do plano, seus elementos, classificações e propriedades são importantes para o desenvolvimento de capacidades e habilidades no ensino-aprendizagem da Geometria. Esses conceitos podem ser aplicados em inúmeras situações do cotidiano e também na arte, na arquitetura, em apreciações da natureza, etc. O trabalho com materiais lúdicos em sala de aula proporciona a professores e alunos uma abordagem interativa e motivadora dos assuntos tratados, tendo uma importante contribuição no resultado da aprendizagem como um todo.

MOSAICOS: CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Lenise de Abreu Cardoso, Ana Maria Redolfi Gandulfo
 e-mail: leniseac@gmail.com, gandulfo@uol.com.br

INTRODUÇÃO

A vivência geométrica na escola é uma experiência de grande valor se a aprendizagem está fundamentada em atividades construtivas motivadoras e lúdicas. Os modelos pedagógicos têm importante papel no ensino-aprendizagem da Matemática e são utilizados na explicação de fenômenos naturais, de conceitos e na resolução de problemas.

O ensino de Geometria serve ao aluno na análise e conhecimento do mundo físico e de seu entorno habitual assim como na interpretação e conhecimento de conceitos e propriedades matemáticas que lhe facilitem o desempenho nesse ambiente. No tratamento dos temas serão utilizados diferentes tipos de materiais didáticos.

OS MOSAICOS

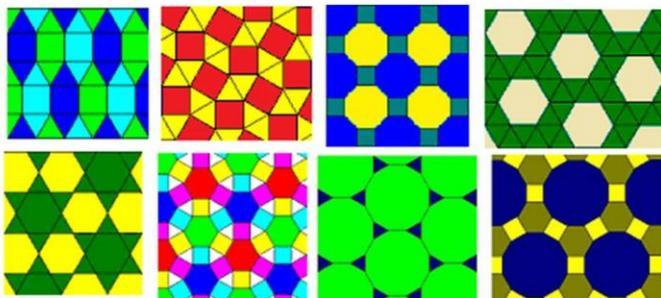
Mosaico ou *pavimentação do plano* é a união de um conjunto de figuras planas que recobrem o plano sem superposições e sem espaços vazios entre elas.

Mosaico unicelular é uma pavimentação do plano formada com cópias congruentes de uma mesma figura, chamada *célula*. *Mosaico lado-lado* é um mosaico onde os vértices e os lados dos polígonos da pavimentação coincidem; caso contrário, é um *mosaico não lado-lado*.

Mosaico regular é um mosaico unicelular lado-lado cuja célula é um polígono regular. Somente existem três mosaicos regulares.



Mosaico semirregular é uma pavimentação lado-lado do plano com polígonos regulares de dois ou mais tipos diferentes, de lados congruentes de modo que em cada vértice concorrem as mesmas figuras e na mesma ordem. A soma dos ângulos internos dos polígonos regulares que concorrem em cada vértice é igual a quatro retos.



Mosaico irregular é um mosaico unicelular lado-lado cuja célula é um polígono irregular. Todo triângulo e todo paralelogramo formam mosaico lado-lado unicelular.



Todo quadrilátero, convexo ou não-convexo forma mosaico unicelular lado-lado.



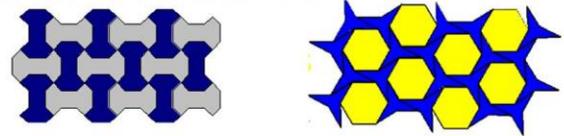
Esta situação não se estende a todos os polígonos irregulares.

Somente três hexágonos convexos irregulares formam mosaico unicelular lado-lado.

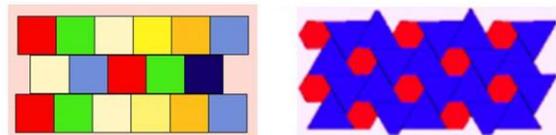


K. Reinhardt mostrou, em 1927, que *polígonos convexos com sete ou mais lados não podem formar mosaico unicelular lado-lado*.

Mosaicos irregulares com polígono não convexo e com polígono convexo e não convexo.



Mosaico não lado-lado com polígonos regulares.



Mosaicos periódicos são as pavimentações do plano tais que se são transladadas em duas direções não paralelas e certa distância então eles coincidem novamente. Todos os mosaicos considerados acima são mosaicos periódicos.

MOSAICOS NÃO PERIÓDICOS

Roger Penrose, em 1973, construiu um mosaico não-periódico usando somente duas figuras geométricas diferentes, chamadas *dardo* e *pipa*, obtidos a partir de um losango com ângulos medindo 72° e 108° .



CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo e construções das pavimentações do plano, seus elementos, classificações e propriedades é tema importante na programação escolar pelo seu apelo dinâmico, lúdico e estético para o desenvolvimento de capacidades e habilidades no ensino-aprendizagem da Geometria.

REFERÊNCIAS

- Alsina, C. et al. (1998). *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Graó, 227 p.
 Alsina, C. (2008). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicos-manipulativos*. 3ª ed. Madrid: Lavel, 156 p.
 Grünbaum, B., Shephard, G. C. (1987). *Tilings and patterns*. New York: W. H. Freeman, 700 p.

Referências Bibliográficas

Alsina, C. et al. (1998). *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Graó.

Alsina, C. (2008). Desarrollo de competencias matemáticas com recursos lúdicos-manipulativos. 3ª ed. Madrid: Level.

Alsina, C., Burgués, C., e Fortuny, J. M. (1991). *Materiales para construir la Geometria*. Madrid: Síntesis.

Grünbaum, B., Shephard, G. C. (1987). *Tilings and patterns*. New York: W. H. Freeman.

Martin, G.E. (1982). *Transformation geometry. An introduction to symmetry*. New York: Springer-Verlag.