RECURSO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO USANDO MODELADO Y VISUALIZACIÓN

Gemignani, María Alicia – Gandulfo, María Itatí – Benitez, I. Manuela – Brandolin, J. Rafael – Ramírez, Roxana – De Zan, Maricel – Musto, Diana

alicia.gemignani@gmail.com – mariagandulfo@gmail.com
manybenitezmartinengo@gmail.com – jbrandol@enersa.com.ar
roxanaguadaluperamirez@yahoo.com.ar – maricelvdezan@yahoo.com.ar
dcmusto@gmail.com

Universidad Tecnológica Nacional- Facultad Regional Paraná- Argentina

Tema:V.4 - Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Terciario – Universitario.
Palabras clave: Visualización- Modelización- Resolución de problemas.

Resumen

Uno de los objetivos proyecto "Diseño de estrategias para la enseñanza del Álgebra Lineal y del Cálculo en ingeniería con elementos de modelización. Articulación con Nivel Medio" que se lleva a cabo en la Facultad Regional Paraná perteneciente a la UTN, es buscar remediar las dificultades que presentan los alumnos ingresantes y que condicionan el aprendizaje de la matemática universitaria, la cual requiere habilidades del razonamiento científico esenciales para abordar las carreras de ingeniería. El desarrollo de las TIC´s ha permitido la producción de numerosos recursos audiovisuales basados en applets haciendo hincapié en el carácter manipulable de estas aplicaciones que permiten visualizar conceptos abstractos, acrecentando la motivación. En este trabajo se presenta una propuesta didáctica para el estudio de funciones basada en el proyecto Descartes, implementado por el Ministerio de Educación de España, que surgió con el objetivo principal de promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de la Matemática integrando las TIC´s en el aula como herramienta didáctica. Mediante el planteo de problemas de ingeniería se incentiva la modelación matemática y posterior representación y solución con los simuladores. Se evalúa la experiencia y se analizan otras herramientas audiovisuales.

Desarrollo

La enseñanza de las ciencias en general, y de la matemática en particular, se beneficia cuando se apoya en información visual que se le hace llegar a los alumnos para favorecer la comprensión de los fenómenos en estudio. Sabemos que para los estudiantes, la modelización matemática es uno de los temas más difíciles de adquirir en el aprendizaje de la matemática, ya que dada una situación, generalmente en un contexto físico, se requieren de diferentes tipos de habilidades y conocimientos para poder llegar a su modelado desde el punto de vista matemático. En referencia a la modelización matemática, Confrey y Maloney (2007, p. 61), exponen que: la modelación matemática es el proceso de encontrarse con una situación indeterminada, problematizarla y traerla a investigación, razonamiento y estructuras matemáticas para llevar a transformar la situación. El resultado del proceso de modelación es una descripción o una representación de la situación.

En términos específicos, la modelización matemática frecuentemente solicita la búsqueda de una función como modelo matemático que permite analizar el fenómeno y explicarlo a través de ese modelo.

En los últimos años, muchos investigadores en el campo de las ciencias de la educación han estado incorporando el término visualización, cada vez con mayor frecuencia. Para Zimmerman y Cunningham la visualización describe “los procesos de producción o uso de representaciones geométricas o gráficas de conceptos matemáticos, principios o problemas, ya sea dibujados a mano o generados por computadora” y Gilbert enfatiza que “toda visualización es de, y produce, modelos, por lo que juega un rol central en el aprendizaje de las ciencias”.

Los estudiantes que se enfrentan la asignatura Análisis Matemático I del ciclo básico en las Ingenierías de la Regional Paraná, requieren un alto nivel de abstracción para la formalización de muchos conceptos contenidos en la misma. Proponemos en este trabajo relacionar la función seno con el modelo físico del Movimiento Armónico simple. El caso de la amplitud, período, frecuencia, desfasaje y ángulo de fase inicial en la función seno y coseno, asociados a un Movimiento Armónico Simple, enfrenta al alumno a las dificultades asociadas al aprendizaje de la física, íntimamente relacionadas con la formación de estos conceptos matemáticos. En el campo de la física, estas expresiones matemáticas, trascienden la mera utilización de fórmulas para la resolución de problemas, donde las propias características que dificultan su aprendizaje, o específicamente aquellas relacionadas con el nivel de abstracción de conceptos básicos, son las que hacen que el uso de simulaciones computacionales puedan tener implicaciones en el aprendizaje. Por esa razón es de esperar, que los recursos que apoyen o favorezcan el proceso de formación de estos conceptos, redunden en una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, y deberían ser incluidos en las estrategias didácticas diseñadas para lograr los objetivos de la asignatura.

Propuesta de enseñanza

Para una mejor comprensión de los conceptos matemáticos que requieren de grandes niveles de abstracción se propone la aplicación de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje, planteadas en función de la visualización de estos conceptos, relacionándolos con su representación en modelos físicos, enriquecidos por las simulaciones que se logran con los software basados en lenguajes de alto nivel, como Java o Flash.

El problema propuesto está diseñado para una mejor comprensión de las funciones trigonométricas, sus derivadas y sus aplicaciones.

Problema

Los pistones en el motor de un automóvil, se mueven hacia arriba y hacia debajo de manera repetida para hacer girar el cigüeñal tal Determine la altura del punto P por encima del centro O del cigüeñal en función del ángulo θ. ¿Cuál será la velocidad del punto P?, ¿cuál será su aceleración?,¿Qué relación tiene el largo de la manivela con la carrera del pistón? ¿Cuál es la relación entre la velocidad del pistón y la del punto P?

Para la representación de este problema se presenta el siguiente simulador:

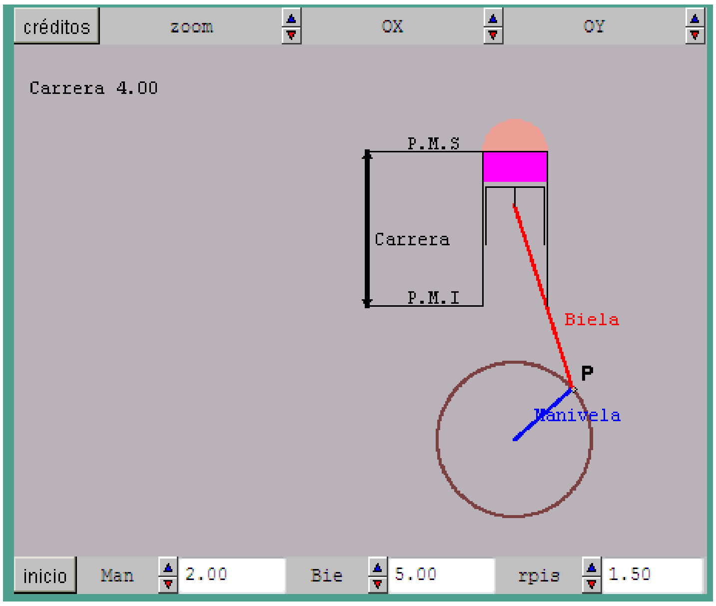

Figura 1: Mecanismo biela-manivela

En esta escena se puede modificar las longitudes de la manivela, biela y del radio del pistón.

Consideraciones Generales

Se pretende que el alumno observe la representación del Movimiento Armónico Simple, identificando en la ecuación de la función seno las principales magnitudes que en él intervienen, y visualice los valores que éstas toman en distintos casos, así como las variaciones que experimentan en diversos instantes y posiciones.

- Identificar a la función seno como modeladora de un MAS
- Visualizar un cuerpo que describe un MAS.
- Definir e identificar las principales magnitudes físicas que intervienen en un M.A.S. relacionadas a la función seno.
- Visualizar e interaccionar con las gráficas que representan dichas magnitudes.
- Visualizar la relación existente entre el MAS y el Movimiento Circular Uniforme.

Un movimiento se llama **periódico** cuando a intervalos regulares de tiempo se repiten los valores de las magnitudes que lo caracterizan. Un movimiento periódico es **oscilatorio** si la trayectoria se recorre en ambas direcciones. Un movimiento oscilatorio es **vibratorio** si su trayectoria es rectilínea y su origen se encuentra en el centro de la misma.

El movimiento **Armónico** es un movimiento repetitivo en el tiempo en el que la posición, velocidad y aceleración se pueden describir mediante funciones senoidales. De todos los movimientos armónicos, el más sencillo es el Movimiento Armónico Simple, que es al que nos referiremos de aquí en adelante.

El **Movimiento Armónico Simple** es aquel en el que la posición del cuerpo viene dada por una función del tipo: $\boxed{y = Asen(\omega t + \varphi)}$

Donde:

Elongación (y): es la distancia del móvil al origen (O) del movimiento en cada instante.

Amplitud (A): es la elongación máxima que se alcanza.

Periodo (T): tiempo en que tarda en realizarse una oscilación completa.

Frecuencia (f): número de oscilaciones completas realizadas en la unidad de tiempo.

Es la inversa del período: $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

Pulsación o velocidad angular (ω): $\boxed{\omega = 2\pi \ f = \frac{2\pi}{T}}$

Fase inicial o corrección de fase (φ): su valor determina la posición del cuerpo en el instante inicial t = 0.

Para simplificar en un principio, se supone el caso particular en el que no hay desfase, es decir φ=0. En este caso la ecuación del movimiento toma la forma: $y = Asen(\omega t)$

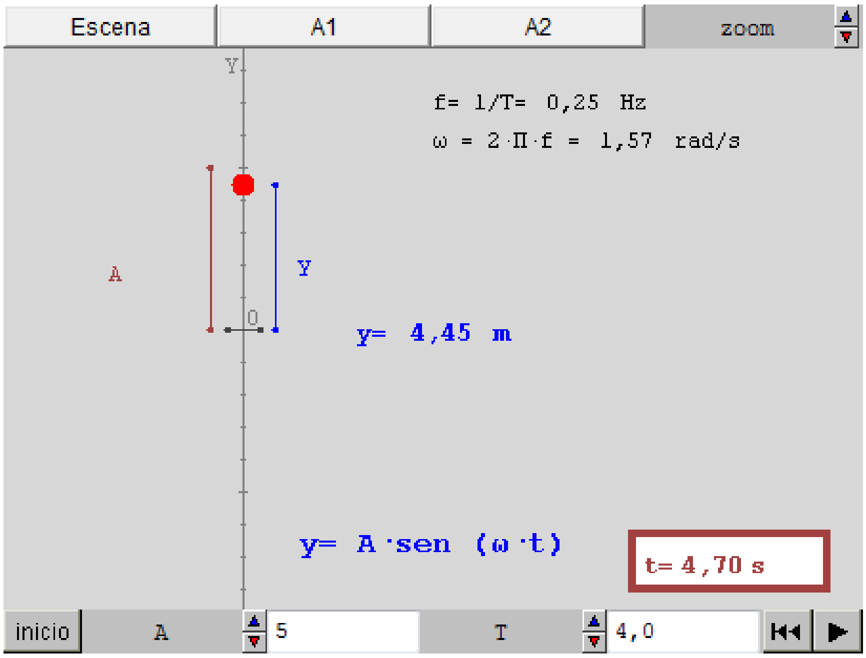

Figura 2: Posición del punto P en función del tiempo

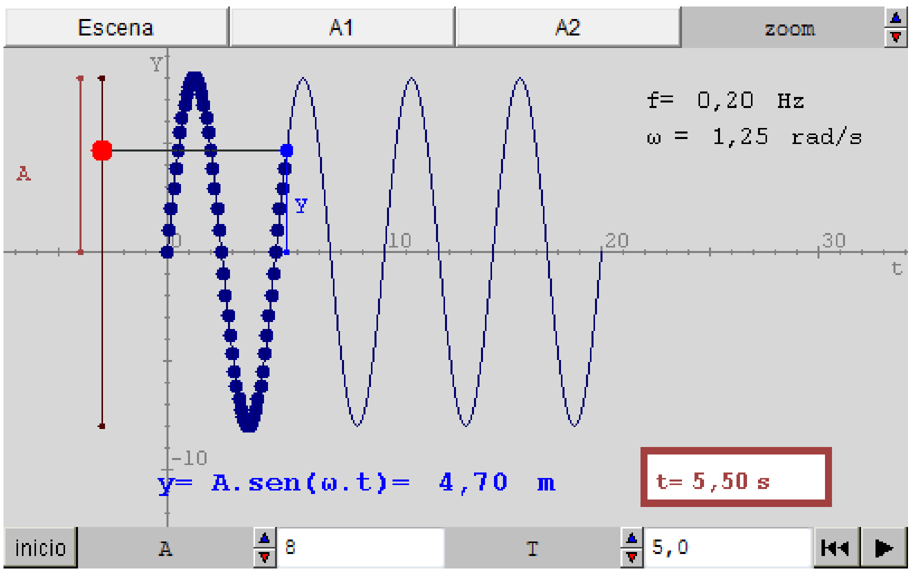

Figura 3: Descripción del movimiento del pistón en función del tiempo

La velocidad v del móvil que describe un M.A.S. se obtiene derivando la posición respecto al tiempo: $\boxed{v = \dfrac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi)}$

El caso más simple, en el que **el desfase φ=0,** la ecuación se simplifica:

$$\boxed{v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t)}$$

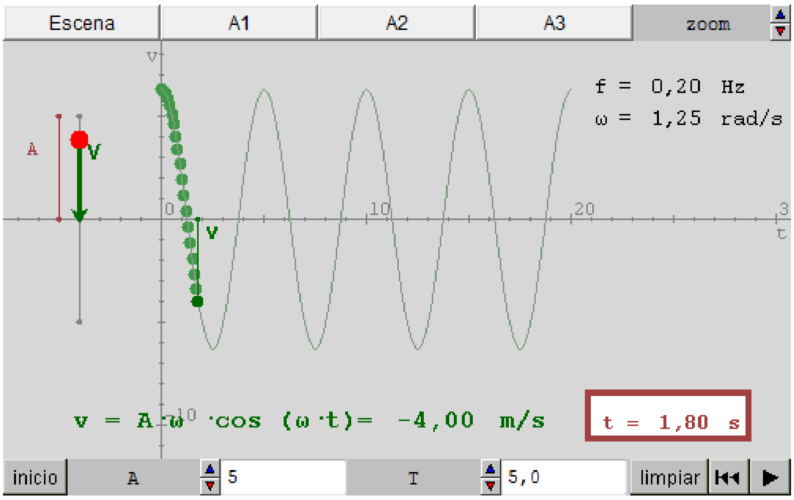

Figura 4: Descripción de la velocidad en función del tiempo

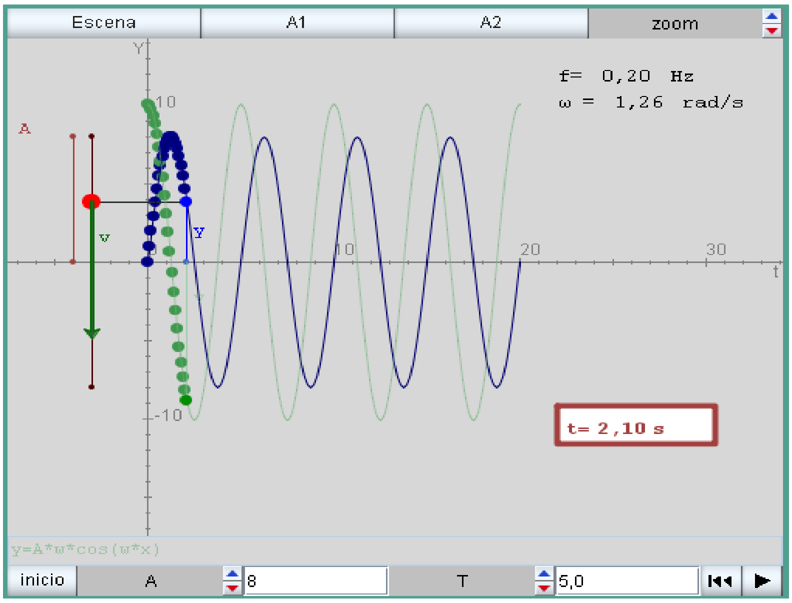

Figura 5: Descripción de posición y velocidad en función del tiempo

Al ser el M.A.S. un movimiento rectilíneo no posee aceleración normal. Así, la aceleración total coincide con la aceleración tangencial y, por tanto, puede obtenerse derivando el módulo de la velocidad: $\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi)}$

En el caso más simple, el desfase es nulo (φ = 0) y la ecuación toma la forma: $\boxed{a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 sen(\omega t)}$

En la siguiente escena se puede observar la gráfica aceleración-tiempo de un M.A.S. Al ser el M.A.S. un movimiento rectilíneo no posee aceleración normal. Así, la aceleración total coincide con la aceleración tangencial y, por tanto, puede obtenerse derivando el módulo de la velocidad:

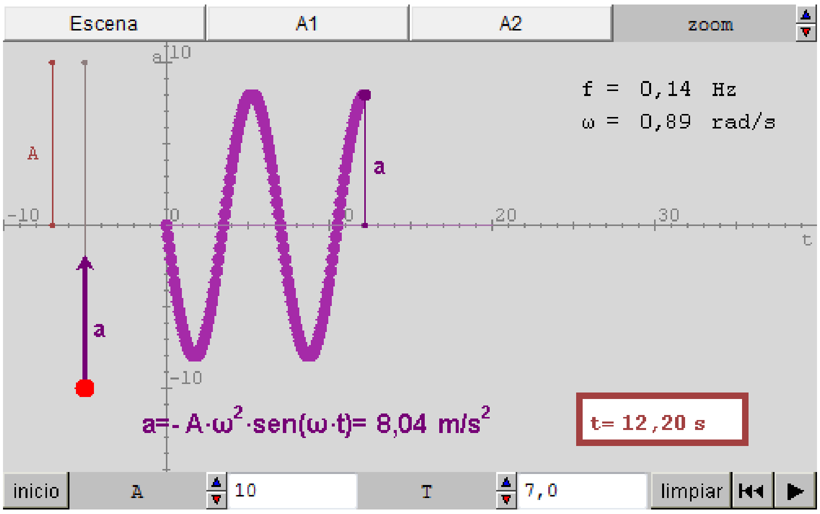

Figura 6: Descripción de la aceleración en función del tiempo

El M.A.S. de un **cuerpo real** (representado en rojo en el applet) se puede considerar como el movimiento de la "*proyección*" (sombra que proyecta) de un **cuerpo auxiliar** (representado en verde en el applet) que describe un movimiento circular uniforme (M.C.U.) de radio igual a la amplitud A y velocidad angular ω, sobre el diámetro vertical de la circunferencia que recorre.

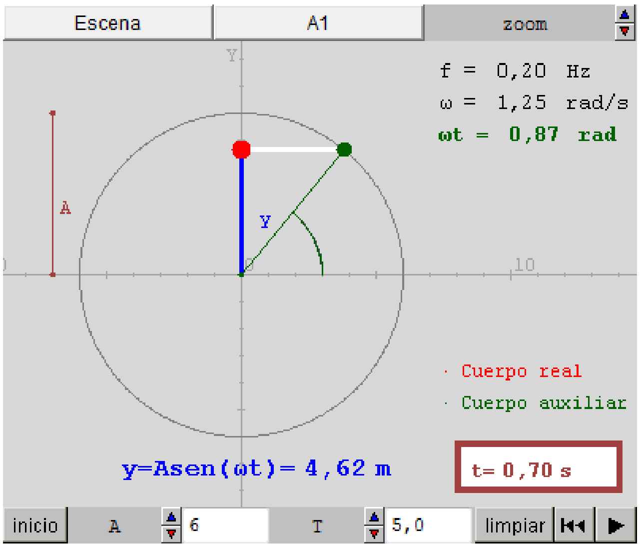

Figura 7: Relación entre movimiento circular uniforme y MAS

Conclusiones

El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permite dar un significado concreto a los conceptos matemáticos. Por esta razón es necesario el diseño de nuevos materiales utilizando esta nueva metodología, que muestre su uso efectivo en el aula. El uso de la visualización asociada a entes físicos a través de modelos matemáticos que los representan favorece la interpretación de los resultados obtenidos.

Es primordial que los docentes utilicen estas herramientas para ayudar a los alumnos a visualizar los conceptos y a comprobar los resultados obtenidos en la realización de sus trabajos prácticos.

Las escenas presentadas para el desarrollo del problema planteado se adecuan fácilmente para la resolución de otros problemas que se modelan con las funciones sinusoidales (como son la variación de tensión, la variación de la corriente, entre otros). Se perciben como un complemento para la comprensión de conceptos y permite especialmente relacionar los parámetros de la función con los fenómenos físicos involucrados plasmándolos automáticamente en las gráficas.

El fenómeno de la periodicidad, que muchas veces no llega a ser comprendido por los estudiantes en su totalidad mas allá de entenderse como proceso, (Shama, 1998), se describe visualmente y aparece en el problema formulado en forma natural, planteando el desplazamiento lineal como argumento del fenómeno periódico.

Al presentar los problemas, se deben plantear interrogantes disparadores que permitan efectuar análisis, establecer analogías, formular conjeturas para luego comprobarlas visualmente en los simuladores que generalmente provocan discusiones grupales enriquecedoras.

Referencias bibliográficas

Cabero, J., Cebrián, M., Duarte, A. y otros (coods). (2000) *Y continuamos avanzando. Las nuevas tecnologías para la mejora educativa.* Sevilla: Kronos.

D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Diaz Barriga, F. (2003). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5 (2).

Hitt, F. (1998): *Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum.* Revista de Educación Matemática, Vol. 10 Num. 2, pp. 23-45.

Proyecto Descartes del Ministerio de Educación Cultura y Deportes de España. *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/.* Consulta permanente.

Ross, S. (1999). *Simulación.* México: Prentice Hall.

Shama, G. (1998). *Understandig Periodicity as a Process With a Gestalt Structure.* Educational Studies in Mathematics, Vol 35, 255-281.