

UMA PROPOSTA DIDÁTICA INSPIRADA NA OBRA *TREATISE ON ALGEBRA* (1842, 1845) DE GEORGE PEACOCK

Marta Figueredo dos Anjos – Mércia de Oliveira Pontes
martafigueredo@yahoo.com.br – merciaopontes@gmail.com
UFRN/Brasil – UFRN/Brasil

Tema: Relações entre a História da Matemática e Investigação em Educação Matemática (VII.1)

Modalidade: Comunicação breve

Nível educativo: Universitário

Palavras-chave: História da Matemática; Ensino de Matemática; George Peacock.

Resumo

*A formação de professores de Matemática requer uma discussão acerca da epistemologia do conhecimento matemático. A disciplina de História da Matemática, por promover o acesso crítico à História dessa área do conhecimento, permiti ao aluno ampliar sua compreensão acerca da natureza da Matemática. Possibilita, ainda, identificar os problemas enfrentados pelos matemáticos na construção e sistematização do conhecimento matemático. Tal conhecimento contribui com a identificação e compreensão das dificuldades enfrentadas pelos alunos na atualidade. Diante do exposto e ancorados nos estudos que apresentam como alternativas metodológicas o uso de fontes originais e de atividades inspiradas nessas fontes, apresentamos nesse trabalho uma proposta didática elaborada a partir da obra *Treatise on Algebra* do matemático inglês George Peacock (1791–1858), um marco na História da Matemática, pois, imprime à Álgebra uma estrutura lógica comparável à postulada em *Os Elementos de Euclides* (330 a. C). A proposta didática tem por objetivo evidenciar o papel histórico da referida obra, bem como proporcionar a compreensão dos artifícios matemáticos usados pelo autor, que repercute numa mudança de perspectiva conceitual diante da Matemática.*

***Treatise on Algebra*: um breve estudo de suas potencialidades pedagógicas**

A História da Matemática figura-se atualmente como ramo emergente da Educação Matemática e tendência para o ensino crítico dessa disciplina. (Miguel, 1993) em seus estudos detém-se na relação entre História da Matemática – HM e Educação Matemática. Apresenta as potencialidades da HM para promover o ensino e a aprendizagem dessa disciplina, apontando argumentos reforçadores e questionadores. Ancoramo-nos em alguns desses argumentos para justificar a escolha da obra *Treatise on Algebra* de George Peacock (1791–1858) como base da nossa pesquisa.

Em relação aos argumentos reforçadores destacamos a possibilidade da HM ser fonte para a seleção de problemas que podem ser incorporados ao ensino e sua função enquanto instrumento para a promoção de pensamento independente e crítico e de

conscientização epistemológicas. Os quatro argumentos questionadores apresentados pelo autor – ausência de literatura adequada, natureza imprópria da literatura disponível, elemento histórico como um fator complicador, ausência do sentido de progresso histórico no aluno – direcionaram-nos para pensarmos nas possíveis formas de introduzir a referida obra no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, dada a sua inquestionável importância histórica-epistemológica, justificando, por sua vez, fortes potencialidades pedagógicas, as quais discutiremos em seguida. Nessa inserção estaremos atentas às especificidades apontadas por (Fauvel & Maanen, 2000) decorrentes do nível de ensino, uma vez que os estudantes da educação básica e do ensino superior possuem necessidades e possibilidades diferentes de aprendizagem.

Para compreendermos a importância histórica mencionada, observemos que na obra *Treatise on Algebra*, George Peacock (1791–1858), publicado inicialmente em 1830, apresenta grande contribuição para a Matemática, por imprimir à Álgebra uma estrutura lógica superando, a tendência conservadora inerente à Álgebra durante o Século XIX. A obra introduz o pensamento postulacional na Aritmética e na Álgebra e é, posteriormente, ampliada para dois volumes, *Treatise on Algebra – Arithmetical Algebra* e *Treatise on Algebra – On symbolical algebra, and its applications to the geometry of position*, respectivamente, em 1842 e 1845, fazendo surgirem a Álgebra Aritmética e a Álgebra Simbólica.

O primeiro volume, Peacock (1842), foi completamente dedicado à exposição dos princípios da Aritmética, da sua aplicação para a teoria dos números e de processos aritméticos. No segundo volume, Peacock (1845), a Álgebra é considerada como um cálculo não-interpretado, pois os símbolos são manipulados segundo regras previamente estipuladas. Portanto, a Álgebra Simbólica é concebida como um sistema formal, gerando ampla mudança conceitual, em especial nos critérios de aceitação dos números negativos. De acordo com (Fossa, 2007, p. 52), “[...] a sua intenção foi criar uma álgebra ampliada que não somente contemplaria os números positivos, mas também os números negativos”.

A intencionalidade de Peacock ao apresentar o tratado indica um certo distanciamento ao apelo à intuição para justificar as proposições matemáticas o que, por sua vez, levou a um apuramento do processo formal. Como consequência dessa postura as regras de sinais, impossíveis dentro do estatuto matemático vigente até então, foram aceitas, pois passaram a ser concebidas como consequências das leis fundamentais da aritmética que,

por meio do *principio das formas equivalentes* passam a valer para Álgebra Simbólica, garantindo assim, liberdade a esses entes ao mesmo tempo em que garante a essência lógica.

Conforme (Fossa, 2001), na nova visão da matemática os axiomas são pontos de partida arbitrários, dos quais os matemáticos começam a fazer suas deduções. Portanto, a Matemática supera a questão da verdade das suas proposições, preocupando-se apenas com a validade das deduções e/ou a adequação dos axiomas para a tarefa específica sob consideração, seja ela teórica ou aplicada.

Conforme (Anjos, 2012), tal caracterização do conhecimento matemático tende a ver a Matemática como manipulação de símbolos, predominando o rigor sobre a intuição. Assim, a dicotomia Rigor *versus* Intuição pode ser compreendida como elemento presente no movimento natural do caminho da construção do conhecimento humano.

A possibilidade de sistematizar o conceito de número pela axiomatização trouxe consequências significativas ao modo de compreender e abordar os conceitos matemáticos. De acordo com (Servidoni, 2006), até então, a matemática era concebida e construída com base na observação e na experiência. As novas descobertas fizeram com que o eixo temático se deslocasse dos problemas entre o conhecimento do mundo externo para o problema da dinâmica e da cognição. Consequentemente, matemáticos começaram a refletir sobre suas próprias construções mentais.

O apuramento do referido processo eventualmente levou à ruptura com o conceito aristotélico de axiomatização, que, de acordo com (Fossa, 2001), considerava os axiomas como proposições intuitivamente verdadeiras. Essa postura perdurou até o século XIX, quando vários acontecimentos levaram os matemáticos a desenvolverem uma nova concepção acerca do conhecimento matemático. Esse fato culminou, por exemplo, na chamada “aritmetização da análise”, o que contribuiu para a visão da matemática como uma “ciência” formal. Além disso, a descoberta das geometrias não-euclidianas mostrou que consistência não é sinônimo de verdade. Mais tarde, os paradoxos da Teoria dos Conjuntos vieram a fortalecer a nova atitude.

De fato, como podemos observar pelas características apresentadas anteriormente *Treatise on Algebra* é uma obra muito relevante historicamente, pois evidencia uma postura que rompe com o estatuto matemático vigente e promove uma nova forma de pensar os objetos matemáticos. Tais características a tornam de grande relevância pedagógica. Observamos diante do exposto, suas potencialidades pedagógicas.

A proposta didática

Na formação inicial de professores, cada vez mais tornam-se necessários componentes curriculares que promovam a discussão acerca do processo de construção do conhecimento, evidenciando os elementos didáticos bem como os filosóficos e os históricos, com seus dilemas e embates. O contato com fontes originais é a oportunidade de lidar com a maneira genuína do pensamento defendido por determinado autor. Como apontado anteriormente, emerge da obra de Peacock (1842, 1845) características que podem ajudar o licenciando a compreender o processo de consolidação de uma ideia revolucionária. Diante disso, o texto de Peacock apresenta-se como fonte rica de potencialidades pedagógicas.

Nessa perspectiva, identificamos nas disciplinas de Fundamentos Epistemológicos da Matemática e Tópicos de História da Matemática, que compõem a matriz curricular da Licenciatura em Matemática da UFRN, espaço propício para a introdução do estudo de partes da obra de Peacock e/ou de atividades elaboradas a partir dela. As ementas e os objetivos propostos para essas disciplinas apresentados a seguir corroboram essa afirmação.

Fundamentos Epistemológicos da Matemática possui os seguintes temas em sua ementa: a epistemologia e a ontologia da matemática; principais correntes filosóficas do pensamento matemático; pensamento contemporâneo; conjuntos numéricos; o conceito de função. Quanto aos objetivos: identificar os fundamentos filosóficos e epistemológicos que norteiam a criação e reformulação das ideias matemáticas; discutir os princípios filosóficos e epistemológicos da Matemática e suas implicações no ensino dessa disciplina na formação escolar; compreender o pensamento contemporâneo e suas implicações na organização do conhecimento matemático sob uma perspectiva disciplinar; compreender conjuntos numéricos como extensão do campo numérico a partir de uma perspectiva epistemológica embasada no pensamento contemporâneo da matemática; analisar o conceito de função como uma implicação do pensamento contemporâneo da matemática e seus desdobramentos na explicação do pensamento matemático.

Os conteúdos indicados na ementa de Tópicos da História da Matemática são: natureza dos problemas da matemática; aspectos da história da matemática relacionados com o conteúdo matemático de ensino básico; matemática contemporânea. Seguem os objetivos elencados para esse componente: levar o aluno a uma compreensão do que é

história, de seus métodos de investigação e da sua relação com a matemática; promover o acesso à história da matemática, permitindo ao aluno melhorar sua compreensão acerca da natureza da matemática em geral e da matemática que vai ensinar; reconhecer e analisar ideias matemáticas contextualizadas às sociedades das quais fazem parte; identificar os problemas enfrentados na produção e sistematização do conhecimento matemático para melhor compreensão das dificuldades apresentadas pelos alunos; apontar as relações da matemática com as outras áreas do conhecimento; conhecer de que forma a história da matemática pode ser utilizada como recurso pedagógico.

Dentre as várias potencialidades pedagógicas existentes na obra de Peacock faremos uso de duas para ilustrar seu papel didático na formação de professores de Matemática. Inicialmente ressaltamos que o texto de Peacock, pode ser fio condutor para o estudo das correntes filosóficas uma vez que podem ser identificadas nele características da concepção formalista da Matemática em oposição a outras correntes. Essa discussão ganha espaço no estudo acerca da crise dos fundamentos da Matemática iniciada em meados do Século XIX que obteve seu auge no início do Século XX abordados nas duas disciplinas mencionadas.

Outro aspecto com grande possibilidade pedagógica a ser considerado na obra de Peacock é o caráter inovador decorrente da linguagem lógica presente no sistema axiomático proposto por ele e decisivo para a aceitação dos números inteiros. Essa característica de sua obra será evidenciada nas atividades a serem elaboradas, na tentativa de colaborarmos com a preparação de futuros professores acerca das maneiras de utilização de investigação histórica da matemática como agente de cognição matemática, sugerida por (Mendes, 2006).

As atividades a serem lançadas aos alunos baseiam-se em (Fauvel & Maanen, 2000), que apresentam uma série de ideias e exemplos de possíveis maneiras de implementar História na aula de Matemática. As sugestões estão agrupadas em 13 categorias das quais destacamos, como as que mais se adequam ao contexto exposto, as denominadas pelos autores de: projetos de pesquisa de estudantes com base em textos de história; atividades matemáticas experimentais, em especial dois tipos, argumentos e métodos.

Na primeira categoria que apontamos – Projetos de pesquisa de estudantes com base em textos de história – segundo (Fauvel & Maanen, 2000), os alunos são convidados a fazerem projetos em matemática nos quais considerem aspectos da natureza e da estrutura da matemática como uma ciência, focando, principalmente, nos seus métodos,

teorias e organização, de forma a elucidarem questões filosóficas, desenvolvimentos históricos ou o papel social da Matemática.

Nas atividades matemáticas experimentais do tipo *Argumentos*, o professor inicialmente apresenta uma determinada pergunta, ou problema, a partir da História da Matemática e explica sua importância para a comunidade científica no passado. Em seguida, incentiva os alunos a pensarem sobre o que foi apresentado, discutirem o assunto em sala de aula em pequenos grupos sob sua supervisão e/ou trabalhem em casa sozinhos e, posteriormente, discutirem em grupos suas descobertas e opiniões. No tipo *Métodos*, os alunos são convidados a fazerem uso de métodos antigos apresentados pelo autor e por antecessores ou contemporâneos, que estejam relacionados ao mesmo conteúdo, por exemplo, as justificativas apresentadas para a multiplicação de dois números negativos e o sistema axiomático proposto por Peacock.

Considerações finais

A discussão epistemológica acerca do conhecimento matemático necessária à formação de professores de Matemática pode ser contemplada por experiências como a que nos propomos. As atividades por nós pensadas podem promover o acesso crítico à História dessa área do conhecimento, permitindo que o estudante amplie sua compreensão sobre a natureza da Matemática.

Nessa perspectiva, consideramos que a aproximação dos alunos com aspectos relacionados à construção do conhecimento matemático presentes na obra de Peacock configura-se um momento fecundo que ratifica a ideia defendida por autores que apontam a possibilidade de melhoria do ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da integração da História da Matemática no processo educacional.

Consideramos que nossa proposta de utilização da obra *Treatise on Algebra* evidencia o seu papel na mudança de perspectiva conceitual diante da Matemática, bem como proporciona a compreensão dos artifícios matemáticos usados pelo autor. Portanto, pode contribuir com: a aprendizagem da Matemática, o desenvolvimento de pontos de vista sobre a natureza da Matemática e da atividade matemática e, ainda, a valorização da Matemática como um empreendimento cultural humano.

Referências bibliográficas

- Anjos, M. (2012). Um estudo histórico-epistemológico do conceito de número negativo. In: Fossa, J. A. (org). *Arquivo para a história da teoria dos números e da lógica*. Natal, RN: EDUFRRN.
- Fossa, J. (2001). *Ensaio sobre a educação matemática*. Belém: EDUEPA.
- Fossa, J. (2007). Uma pequena história dos números inteiros. In: Fossa, J. A. *Cabelos negros, olhos azuis e outras feições das matemáticas puras e aplicadas*. Natal: EDUFRRN.
- Fauve, J & Maanen A. (2003). *History in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Mendes, I., Fossa, J. & Valdés, J. (2006). *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina.
- Miguel, A. (1993). *Três estudos sobre História e Educação Matemática*. Tese de doutorado, FE/DEME/UNICAMP.
- Peacock, G. (1842). *Treatise on Algebra*. V. I. London: J. & J. J. Deighton.
- Peacock, G. (1845). *Treatise on Algebra*. V. II. London: J. & J. J. Deighton.
- Servidoni, M. (2006). *A axiomatização da aritmética e a contribuição Hermann Günther Graßmann*. Pontifícia Universidade Católica – PUC. São Paulo (Dissertação de Mestrado).