



LA MATEMÁTICA PUEDE AYUDAR A LA EDUCACIÓN AMBIENTAL, CON LOS RESULTADOS DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN ATMOSFÉRICA

MSc.Prof. Elisa S. Oliva – MSc.Prof. María I. Ciancio – Ing.Esp.María R. Belbruno –
MSc.Prof. Sonia E. Capdevila

Departamento de Geofísica y Astronomía – Fac. de Ciencias Exactas Físicas y Naturales–
Universidad Nacional de San Juan –Argentina

Dirección electrónica: eoliva@iinfo.unsj.edu.ar – elisaoliva65@gmail.com

Nivel Educativo: Universitario

Palabras clave: Ecuación, Modelo de Difusión, Predicción de contaminación, Educación Ambiental

Resumen

Los problemas ambientales han adquirido gran importancia debido a que atañen a toda la población del planeta. No son cuestiones cuya solución pueda ser encontrada por una persona, sino por el trabajo de grupos de investigación interdisciplinarios. La educación ambiental está orientada a enseñar cómo funcionan los ambientes naturales y en particular como los seres humanos podemos cuidar los ecosistemas para vivir de modo sostenible, minimizando la degradación, la contaminación del aire, agua o suelo, y las amenazas a la supervivencia de otras especies. A través de ella se busca sensibilizar a la población promoviendo comportamientos adecuados, rescatando valores para desarrollar una verdadera ética ambiental, a fin de alcanzar un cambio social urgente para dar respuestas firmes a la crisis ambiental actual.

En el presente trabajo, se presenta parte de la investigación matemática que se viene desarrollando dentro del proyecto “Valoración numérica de impactos ambientales por efluentes gaseosos”- 21/E 840 del Departamento de Geofísica y Astronomía de la Fac. de Ciencias Exactas., Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan; por medio del cual se evalúa la dispersión de gases contaminantes provenientes de la combustión interna del horno de una empresa minera, a distancias considerables de la fuente de emisión, utilizando el modelo de la Ecuación de Difusión. Integrando al modelo, las condiciones climatológicas de donde se ubica la industria, las características de la chimenea, se obtiene información numérica sobre cómo se dispersan los contaminantes en el penacho emitido por la fuente puntual.

INTRODUCCION

La Educación Ambiental es la educación orientada a enseñar como funcionan los ambientes naturales y en particular como los seres humanos pueden cuidar los ecosistemas para vivir de modo sostenible, minimizando la degradación, la contaminación del aire, agua o suelo, y las amenazas a la supervivencia de otras especies. Con la Educación Ambiental se trata de concienciar a la población acerca de las problemáticas ambientales que están dando lugar al agotamiento de los recursos, a la distribución sin equidad de los mismos en el planeta y, el Cambio Climático como un fenómeno ya evidente, el deterioro de los ecosistemas naturales; pero, también, la limitada protección de los espacios y la construcción indiscriminada de nuevas estructuras que no se encuentra correctamente legislada y controlada, por ejemplo. La sensibilización de la población buscada por las iniciativas de Educación Ambiental promueve comportamientos adecuados, valores y ética ambiental y, acciones individuales y colectivas destinadas a alcanzar un cambio social urgente para dar respuestas firmes a la crisis ambiental actual.

Los problemas ambientales han adquirido gran importancia actualmente debido a que atañen a toda la población del planeta; no son problemas cuya solución pueda ser encontrada ni realizada por una persona o un grupo pequeño, sino por el trabajo de grupos de investigación



interdisciplinarios. Algunos de tales problemas tienen un gran contenido relacionado con la física y la matemática, al menos por dos razones: por una parte, tienen su fuente en agentes físicos como la radiación, el sonido, distribución de masa; esto supone, para su estudio, la aplicación de un modelo matemático. Por otra parte, existe la necesidad, dada la magnitud de los problemas o por su complejidad, de hacer experimentos numéricos con fines predictivos; esto también supone la aplicación de esquemas matemáticos. La matemática y el medio ambiente no están tan alejadas como pudiera parecer. Esta proximidad es bastante evidente, pues casi todas las ciencias relacionadas con el medio ambiente (Biología, Geología, Química, Física, Ingeniería, Economía, Medicina...) necesitan instrumentos matemáticos para su desarrollo. La modelación matemática puede aplicarse a gran cantidad de situaciones, incluyendo las ambientales y ecológicas: Los modelos pueden ser variados: por ejemplo, ecuaciones diferenciales ordinarias, en diferencias o en derivadas parciales, ecuaciones integrales con o sin retardo, sistemas de ecuaciones diferenciales lineales o no lineales, etc.; tales modelos pueden atacarse con métodos analítico-numéricos. Un ejemplo de modelación puede ser el estudio de la dinámica de los contaminantes en aguas, suelos y atmósfera.

Conocer la composición del aire es un dato de gran importancia en la protección del medio ambiente. Con el objeto de disponer de mediciones que informen sobre la concentración de gases emitidos desde empresas caleras ubicadas en diferentes zonas de la provincia de San Juan. Desde la investigación matemática que se viene desarrollando dentro del proyecto "Valoración numérica de impactos ambientales por efluentes gaseosos"- 21/E 840 del Departamento de Geofísica y Astronomía de la Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan; se evalúa la dispersión de estos gases industriales utilizando un modelo de difusión atmosférica, el cual permite conocer el comportamiento de las concentraciones de dióxido de nitrógeno en la columna de humo emitida desde la chimenea y su radio de acción.

El presente trabajo, analiza las concentraciones del contaminante, proveniente de la combustión interna del horno de una empresa minera, a distancias considerables de la fuente de emisión.

Integrando al modelo de difusión, las condiciones climatológicas del ambiente donde se ubica la industria, las características de la chimenea (altura, diámetro de la boca, tasa de gases emitidos por el horno y velocidad de salida, etc.), se obtiene información numérica sobre cómo se dispersan los contaminantes en el penacho emitido por la fuente puntual.

MATERIALES Y METODOS

Al enfoque euleriano aplicado a los modelos atmosféricos que se dedican al estudio de los gases emitidos por una fuente fija a una cierta distancia de la superficie, se le integran las condiciones meteorológicas del ambiente, las características de ubicación de la chimenea en relación con la dirección del viento dominante, la naturaleza química de los contaminantes, presenta la difusión longitudinal de la dispersión de los contaminantes. Se hacen estudios, bajo condiciones extremas de las características atmosféricas; como por ejemplo, la ocurrencia de vientos de poca velocidad (hecho muy frecuente, en verano, en la zona de radicación de las empresas de estudio), lo cual trae aparejado que la dispersión de los contaminantes, sea irregular e indefinida, lo cual es importante para presentar episodios de contaminación.

Se analiza el "campo de vientos", que representa un factor decisivo en la dispersión de los contaminantes, con las direcciones dominantes del Sur y la Sureste, con velocidades medias muy variables de acuerdo a la estación del año. También los registros de temperaturas, muestran la presencia de elevadas temperaturas extremas, las que unidas a la falta de humedad, determinan para la provincia un clima de tipo continental árido seco.

Como consecuencia de la importancia que tienen las principales características atmosféricas para obtener un modelo apropiado que estudie la dispersión, se fijan los parámetros atmosféricos de Pasquill – Gifford – Turner, citados en (de Nevers, N-1997) que influyen en la clasificación de la estabilidad atmosférica.



Junto a especialistas del área química que integran el equipo de trabajo se realiza la descripción de los principales contaminantes atmosféricos que son producto de la combustión interna de la actividad minera; se analizan los efectos entre ellos y con la atmósfera. Se analizan los límites permitidos en las concentraciones de los contaminantes del aire, fijando como parámetros límites: las NAAQS (National Ambient Air Quality Standards), valores actuales de la EPA (Agencia de Protección del Medio Ambiente de Estados Unidos) y los estipulados por las reglamentaciones vigentes para la República Argentina, se analiza la ley N° 20284 (1973), y en particular para la Provincia de San Juan se utiliza la ley N° 24585.

Las empresa caleras, cuyas emisiones son objeto de este estudio están localizadas en el departamento Albardón, ubicado al norte de la capital de San Juan; y aunando los datos sobre el funcionamiento del horno de calcinación, características de las chimeneas, más la velocidad de salida de los gases desde la boca de la chimenea, densidad de cada contaminante y velocidad de deposición, de cada uno de ellos en un rango entre 0,001 y 0,1 m/seg; se pueden predecir las concentraciones de gases emitidos: dióxido de nitrógeno y de material particulado vertido a la atmósfera

MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA

La teoría de transporte de contaminantes atmosféricos se basa en el modelo de difusión turbulenta, que implica a su vez el concepto de la "longitud de mezclado".

La ecuación básica del modelo, denominada Ecuación de Difusión – Advección (o también Ecuación de Balance de Masa) (Fletcher, C. -1991), cuya expresión es:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(\bar{u} C_i) = \text{div}(D \nabla C_i)$$

donde: C_i es la especie contaminante considerada

$\bar{u} = (u, v, w)$ es el viento actuante

$D = (K_H, K_H, K_V)$ es el coeficiente de difusividad donde:

K_H = coeficiente de difusividad horizontal

K_V = coeficiente de difusividad vertical

Para solucionar este planteo matemático tan complejo, se seleccionan algunas hipótesis simplificadoras, por ejemplo:

- El viento solo actúa en la dirección horizontal "x".
- En consecuencia, solo se considera dispersión (convección) a lo largo del eje x, descartando la difusividad en ese eje. Es un problema de TIPO ESTACIONARIO.

Por las hipótesis anunciadas, la ecuación general de Balance de Masa, determina ahora, variaciones de concentraciones en el espacio, y su expresión es:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K_H \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_V \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}; \quad K_V \text{ y } K_H \text{ constantes}$$

esta ecuación es también conocida como Ley de Fick. Para el caso de tener K_H y K_V variables, adquiere la forma:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

Los coeficientes de difusividad horizontal K_H y vertical K_V , pueden ser determinados por varios métodos experimentales: (Reynolds, S et al.-1973)- (Kiely, G-1999)- (Arya, S-1995)-.

Para el coeficiente de difusividad horizontal K_H , se asume un valor constante:

$$K_H = 50 \text{m}^2 \cdot \text{seg}^{-1}.$$

Se delimita la zona de trabajo, que consiste en un semiespacio, con una distancia de 6 km desde la base de la chimenea (valor que fue variando en el programa), para la altura de la capa de mezclado se consideran 1000m, y para el eje y una distancia de 3 km (también variables). Se tomaron pasos adecuados en extensión para barrer la grilla de nodos obtenida.

A la ecuación $u \frac{\partial C}{\partial x} = K_H \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial C}{\partial z} \right)$, con K_v y K_H variables, se adjuntan las

siguientes condiciones:

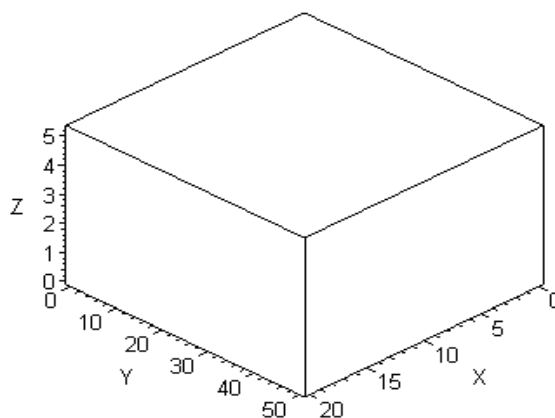
- Condición Inicial (no temporal): $C(0, y, z) = Q_i \cdot \alpha(z - h_i) \alpha(y - y_i)$
donde Q_i es la potencia total de emisión del contaminante.
 - Condiciones de Borde
- $K_v \frac{\partial C}{\partial z}(x, y, 0) = V_d C(x, y, 0)$; (relacionada con los flujos de deposición superficial); V_d
(velocidad de deposición o de depositación)
- $K_v \cdot \frac{\partial C}{\partial z}(x, y, H) = 0$; (no hay flujo másico por encima de la capa de mezclado)
- $K_H \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0; y=L_y} = 0$; (el comportamiento de la variación de las concentraciones es suave)

Para la resolución del problema, se separa dicha ecuación en un par de ecuaciones donde cada una de ellas es localmente unidimensional (Método Split o LOD) analizados en (Bulirsch, R-1991)-(Lapidus, L-1982) - (Morton, K-2008). Para cada ecuación unidimensional, se utiliza el proceso de “discretización”, por medio de la aplicación de “diferencias finitas”(Marshall, G-1986) - (Roache, P-1996). Para la solución computacional del problema, se selecciona el software MAPLE el cual permite obtener la solución aproximada del problema.

RESULTADOS Y DISCUSION

Al finalizar la etapa del modelado matemático, con la aplicación software MAPLE, permite visualizar rápidamente resultados.

- Las distintas presentaciones que se mostrarán seguirán el formato de la (Figura 1), el rango representado en el eje X corresponde a la distancia a la fuente (chimenea). En el eje Y se representa la amplitud de la nube y en el eje Z, se presenta la concentración de NO_2 (ppb y / o ppm).
- Se obtienen los valores, para los picos de concentración de NO_2 (ppb) en diferentes condiciones de trabajo.



En la (Figura 2) se muestran las concentraciones de NO_2 para una altura efectiva de la chimenea de $H = 45\text{m}$; en la (Figura 3) se muestran las concentraciones para una altura $H = 70\text{m}$.

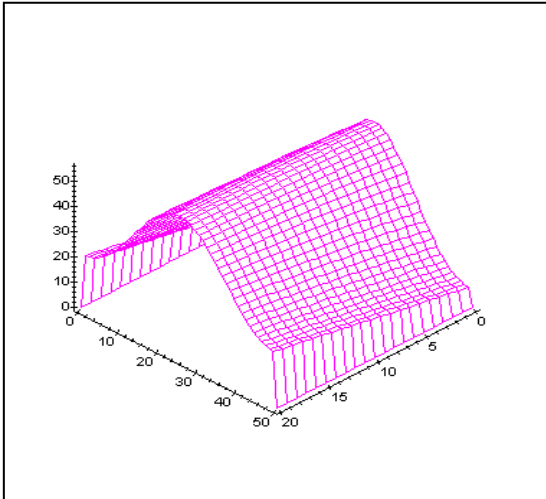


Figura 2: Concentraciones de NO_2 para $H=45\text{m}$

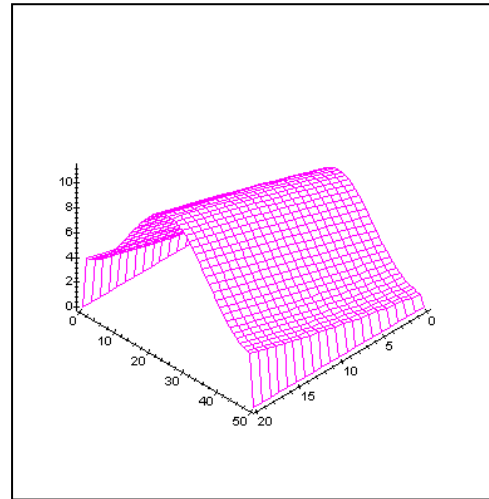


Figura 3: Concentraciones de NO_2 para $H=70\text{m}$

- En la (Figura 4) se muestran las concentraciones para una altura $H = 100\text{m}$.

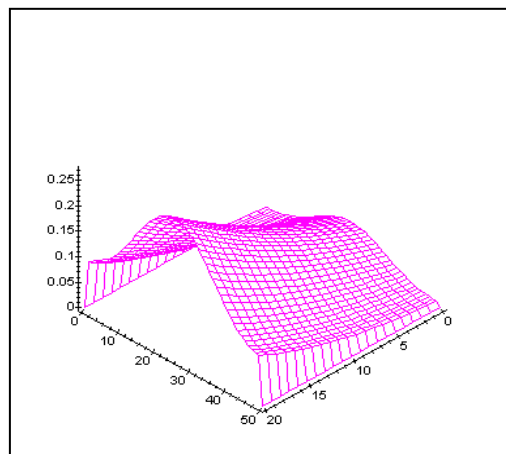


Figura 4: Concentraciones de NO_2 para $H=100\text{m}$

- Se obtienen los valores, para los picos de concentración de NO_2 (ppb) en diferentes condiciones de trabajo. En la (Figura 5) se muestran las concentraciones de NO_2 para una altura fija de chimenea de $H = 45\text{m}$ con velocidad de viento de 0.28 m/seg y en la (Figura 6) se muestran las concentraciones para la misma altura con una velocidad de viento de 14 m/seg .

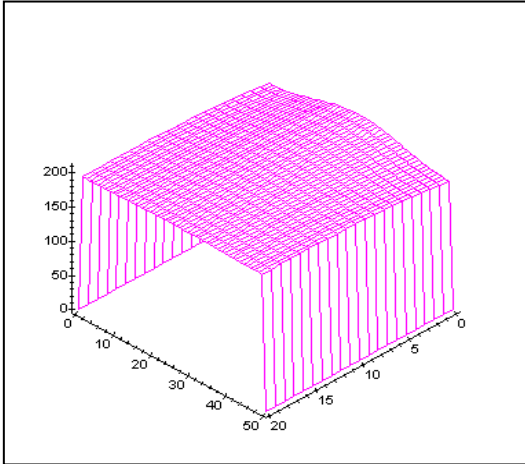


Figura 5: Concentraciones de NO_2 , si $V_d=0.28$ m/seg

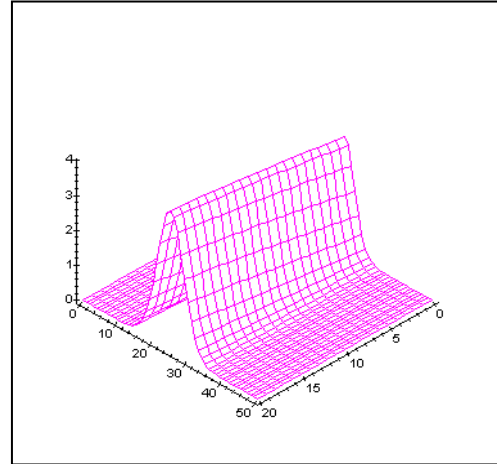


Figura 6: Concentraciones de NO_2 , si $V_d=14$ m/seg

- ❖ De los resultados numéricos obtenidos se observa que seleccionar los coeficientes de difusividad variables (funcionales) y no valores constantes, los valores de los picos de concentración se aproximan mejor a los valores reales.
- ❖ Una situación similar ocurre, con las modificaciones realizadas en el campo de viento y la estabilidad atmosférica.
- ❖ La altura efectiva de la columna de humo es una variable de ajuste importante en el modelado, por cuanto un aumento real de la altura de la chimenea, resulta en una disminución de los picos de concentración en las proximidades de la misma.
- ❖ Aumentos en la velocidad del viento influyen en las distancias de acarreo de los contaminantes.
- ❖ El material particulado, cuya velocidad de deposición es mayor que la de los gases, muestran los picos máximos de concentración muy cercanos a la base de la chimenea.

CONCLUSIONES

- Los resultados enumerados están justificados por la solución analítica del problema de Gauss.
- Esta acción de educar ambientalmente, las aportaciones que se pueden hacer desde la matemática, son de un tono diferente de la ecología y la misma biología; su aporte numérico a través de un correcto modelado de la realidad permite que los especialistas de ciencias biológicas puedan explicar y predecir procesos ambientales.
- La matemática es un poderoso medio de comunicación para representar, explicar y predecir; y si pretendemos facilitar a nuestros alumnos su integración en la sociedad, debemos esforzarnos no sólo en enseñarles matemáticas, sino en que sepan hacer uso de ellas en situaciones reales.
- Esto muestra que es de gran importancia la Matemática en la formación general de la persona, como así también sus especialistas para formar equipos interdisciplinarios en proyectos Científicos y de Educación



- Este aporte que se brinda desde este equipo de trabajo, permite predecir en un entorno de la empresa, la concentración de los gases emitidos, los que pueden ser cotejados con los estándares de la legislación provincial de protección ambiental para la actividad minera y los índices internacionales de calidad de aire, a fin de aportar criterios para el proceso de toma de decisiones ambientales y la aplicación de políticas ambientales tendientes a garantizar el control de actividades para que no se produzcan impactos notables sobre el ambiente que afecten a la comunidad.

BIBLIOGRAFIA

- Arya, S. (1995). Modeling and parametrization of near - source. Diffusion in weak wind. Journal of Applied Meteorology 34, Págs.1112 – 1122.
- Bulirsch, R. & Stoer, J. (1991). Introduction to numerical analysis - Ed. Springer-Munchen.
- de Nevers, N. (1997). Air pollution control engineering- Volumen 1 - Mc Graw Hill-México.
- Fletcher, C. (1991). Computational Techniques for Fluid Dynamics. Volume 1. Second Edition. Springer-Verlag.
- Kiely, G. (1999). Ingeniería Ambiental. Fundamentos, entornos, tecnologías y sistemas de gestión -Mc Graw Hill- España.
- Lapidus, L. & Pinder, P. (1982). Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering . -Wiley Interscience- EEUU.
- Marshall, G. (1986). Solución numérica de ecuaciones diferenciales- Tomo 2- Editorial Reverté S.A.- Argentina.
- Morton, K. & Mayers, D. (2008). Numerical Solution of Partial Differential Equations- Cambridge University Press-EEUU.
- Reynolds, S., Roth, P. & Seinfeld, J. (1973). Mathematical modeling of photochemical air pollution - I. Formulation of the model. Atmospheric Environment V 7, Págs. 1033 – 1061.
- Roache, P. (1996). Computational Fluid Dynamics. Vol I. Ed. Hermosa. México.