



LA DEMOSTRACIÓN Y LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Christiane Ponteville^{1,2}-Myriam Nuñez²

1. Instituto Superior del Profesorado "Joaquín V. González". Argentina

2. Facultad de Farmacia y Bioquímica. Universidad de Buenos Aires. Argentina

chponteville@gmail.com

Nivel educativo: Terciario –Universitario

Resumen

En la educación superior una asignatura de Probabilidades y Estadística en genérico no satisface la demanda de las diferentes y diversas áreas de estudio. Diferentes investigaciones evidencian claramente la necesidad de realizar una revisión no sólo de cómo se enseña sino también de qué se enseña en los diferentes cursos vinculados con las probabilidades y la estadística. Este trabajo busca formar parte del impulso por comprender el proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y estadística en el nivel superior.

Las argumentaciones lógicas y las demostraciones han desempeñado un papel importante tanto en el desarrollo de la matemática, como en su fundamentación y enseñanza. El conocimiento matemático se sustenta básicamente en dos modos de comprensión y expresión: uno se realiza de forma directa, y corresponde a la intuición y el otro se lleva a cabo de forma reflexiva, es decir lógica. Sin embargo, a lo largo de la historia, las concepciones relacionadas con las demostraciones no se han mantenido estáticas, sino que han cambiado notablemente reflejando características de los escenarios socioculturales en los que se desarrollaron. La enseñanza de las pruebas de hipótesis es un buen ejemplo para este hecho. Si recorremos libros de texto, apuntes, cursos, etc. en los cuales se enseñen diferentes pruebas de hipótesis veremos que el tipo de argumentaciones varían desde un punto de vista epistemológico. Dentro de este marco, se propone comenzar una reflexión socioepistemológica del papel que cumplen las argumentaciones matemáticas como generadoras de conocimiento estadístico.

Introducción

El desarrollo en los últimos tiempos de la tecnología, las ciencias y los medios de comunicación han producido una irrupción de los métodos estadísticos en las prácticas habituales de diversas áreas: decisiones políticas, estratégicas, económicas, científicas, sociales, educativas entre otras se fundamentan a través del análisis de datos. De esta forma la incorporación de contenidos vinculados con las probabilidades y la estadística a la educación formal se ha hecho imprescindible ya que es necesario una cultura estadística básica en los ciudadanos que participan desde los dos extremos del proceso estadístico: como generador de información y como usuario de las decisiones que toma la sociedad a través de esta información. Un buen ejemplo de esto, es la utilización de la medicina basada en la evidencia instalada en las ciencias de la salud.

Así, el conocimiento estadístico se ha establecido en todos los niveles de la educación. En lo que respecta a la educación básica en diferentes países un análisis rápido de sus planes de estudio evidencia claramente este hecho. Sin embargo, la simple incorporación de contenidos no ha alcanzado para incorporar conocimientos estadísticos de forma eficiente. Por ejemplo, en la educación superior hace tiempo que una asignatura en genérico no satisface la demanda de las diferentes y diversas áreas de estudio. Diferentes investigaciones evidencian claramente la necesidad de realizar una revisión no sólo de cómo se enseña sino también de qué se enseña en los diferentes cursos vinculados con las probabilidades y la estadística. Esta revisión se debe hacer teniendo en cuenta el notable aumento de ideas estadísticas en diferentes disciplinas y el doble rol de técnica auxiliar y de generador de conocimientos de la estadística.



Junto con el impulso que está teniendo la informática, estas ideas han hecho que la estadística sea una ciencia con un veloz y diversificado desarrollo que plantea grandes desafíos en los aspectos vinculados con su enseñanza.

Las pruebas de hipótesis como parte de un proceso

Hay dos tipos de tendencias predominantes en la enseñanza de la estadística: interpretar las pruebas de hipótesis como modelos matemáticos excluidos del contexto sin tener en cuenta observaciones pertinentes al campo que será aplicada o como la simple aplicación de un algoritmo, olvidándose del contexto para saber cómo los números pueden relacionarse con las mediciones y con el modelo matemático. Cualquiera de las dos involucra una falla en la generación del concepto pues no tiene en cuenta su verdadera naturaleza. En la primera postura, se observa que hay una ausencia de vinculación entre el tópico de estocásticos y las experiencias intuitivas de los estudiantes dando prioridad a requerimientos puramente matemáticos. En la segunda, no hay aspectos de su surgimiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje, reduciéndose al manejo algorítmico de datos y generando la idea que los softwares estadísticos pueden resolver cualquier problema.

En general, en las pruebas de hipótesis no hay aspectos de su surgimiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje, reduciéndose al manejo metodológico de reglas y símbolos. Las pruebas de hipótesis deben ser vistas desde una doble perspectiva, teórica y experimental. La presencia de aspectos matemáticos, históricos, filosóficos, didácticos, informáticos ponen de manifiesto la complejidad del significado de este concepto. Un ejemplo de la complejidad de adquisición de este concepto es la confusión que se presenta entre estadístico y parámetro. Esto surge por la dificultad de concebir, por ejemplo, a la media muestral como una variable aleatoria y esto arrastra confusión a la hora de interpretar correctamente el nivel de significación de una prueba. Pues en general, no se profundiza sobre la conexión entre el estudio del modelo probabilístico y el análisis de datos empíricos, por lo que los modelos matemáticos pierden su objetivo si no se relacionan con los datos que se quieren modelar. Dado el impresionante desarrollo de la informática los alumnos llegan a un manejo razonable de estas herramientas y a realizar correctamente cálculos aislados. Sin embargo, cuando se trata de poner en correspondencias diferentes elementos del significado de lo calculado para tomar una decisión se plantean muchas dificultades.

De esta forma, vemos que se presenta un exagerado énfasis en los elementos simbólicos, algebraicos y numéricos. Estos elementos forman parte de la transposición didáctica que han sufrido las pruebas de hipótesis a la largo de libros, cursos, utilización práctica.

Otra de las complejidades es que el concepto de variable aleatoria queda implícito en el de prueba de hipótesis, siendo este tratado de manera implícita ya que aquí se evidencia en los alumnos, en general, el pensamiento determinístico sobre el probabilística generando un obstáculo a su comprensión.

Reflexión socioepistemológica sobre las pruebas de hipótesis

Este trabajo busca formar parte del impulso por comprender el proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad y estadística en el nivel superior. Se propone en este trabajo una reflexión socioepistemológica sobre el significado de de las pruebas de hipótesis que se espera que posean los alumnos. Creemos que el marco teórico brindado por la matemática educativa es pertinente pues considera una diversidad de los puntos antes mencionados en la identificación de aspectos vinculados con las cuatro componentes fundamentales que considera en la construcción del conocimiento: el plano cognitivo, el didáctico, su naturaleza epistemológica y su dimensión sociocultural.

Estos cuatro componentes se analizarán desde el punto de vista de la educación superior en carreras no matemáticas teniendo en cuenta el papel de la estadística al servicio de otros dominios científicos y de otras prácticas de referencia intentando reconocer les diferentes



aspectos a ser tenidos en cuenta al diseñar estrategias de aprendizaje. Dentro de este marco, se propone comenzar un análisis del papel que cumplen las argumentaciones matemáticas como generadoras de conocimiento estadístico.

Un punto de análisis puede ser que históricamente no ha sido fácil la construcción de un modelo adecuado a partir de los datos observados, de modo que esta vinculación entre la realidad y la utilización de una prueba de hipótesis (como modelo matemático) puede presentarse como obstáculo.

Argumentaciones y demostraciones

Las argumentaciones lógicas y las demostraciones han desempeñado un papel importante tanto en el desarrollo de la matemática, como en su fundamentación y enseñanza, pudiendo afirmarse que es usual relacionar estrechamente el concepto de lógica con el de matemática. Durante siglos, la matemática ha sido considerada como la ciencia deductiva por excelencia, en la que la verdad de las afirmaciones se sustenta en el carácter deductivo de la lógica. El conocimiento matemático se sustenta básicamente en dos modos de comprensión y expresión: uno se realiza de forma directa, y corresponde a la intuición y el otro se lleva a cabo de forma reflexiva, es decir lógica. Sin embargo, a lo largo de la historia, las concepciones relacionadas con las demostraciones no se han mantenido estáticas, sino que han cambiado notablemente reflejando características de los escenarios socioculturales en los que se desarrollaron (Crespo Crespo, 2007).

En este sentido, la postura socioepistemológica considera que la matemática no es una ciencia que surge aislada de la sociedad, sino inmersa en ella y por lo tanto recibe influencias fuertemente basadas en el pensamiento, las necesidades y características del escenario en que se desarrolla. En el aula de matemática de los diferentes niveles, las argumentaciones desempeñan distintas funciones en las que se ponen en juego habilidades propias del pensamiento racional. Estas habilidades se van construyendo a través de los diversos niveles de la enseñanza, a lo largo de un extenso proceso. En este proceso, como en todo aprendizaje, el alumno recibe influencias de factores diversos que varían según el escenario en el que se encuentre. Teniendo en cuenta el marco de las argumentaciones como productos sociales, este trabajo busca introducirnos en el papel que cumple el concepto de demostración dentro de la enseñanza de la estadística.

Las preguntas que nos hacemos es: ¿qué tipo de argumentaciones utilizan los alumnos cuando trabajan con pruebas de hipótesis? ¿Qué buscan demostrar?

Las demostraciones ocupan una posición central en la actividad matemática, ya que constituyen el método de prueba de las afirmaciones de esta ciencia, en contraposición, por ejemplo de lo que ocurre en la física o en otras ciencias experimentales o sociales, en las que el método de verificación de las afirmaciones consiste en su contraste con la realidad. La estadística se convierte en un lazo entre estas dos posturas, debiendo tener en cuenta estas ideas en su desarrollo: basta pensar en el desarrollo básico de una prueba de hipótesis.

La demostración matemática es básicamente un proceso validativo que siguen los matemáticos para justificar las propiedades de sus teorías. Aunque existen otras opciones, el modelo actual dominante de demostración, dentro de la institución matemática, es la demostración lógico-formal. Sin embargo, esta no es la única, ni la más importante de las funciones de la demostración en matemática. Algunos autores (de Villiers, 1993), presentan un modelo en el que se evidencian diferentes funciones. Este modelo busca exponer algunas de las funciones de la demostración dentro de la actividad matemática científica permitiendo vislumbrar las posibilidades de modificar algunas prácticas vinculadas con la demostración en el aula evitando caer en la función formalista de verificación que se reconoce generalmente en la enseñanza de la matemática en los diferentes ámbitos de la enseñanza (Crespo Crespo y Ponteville, 2005).

El planteo de las diferentes funciones de la demostración que utilizaremos es:



- *Verificación o convicción*
- *Explicación*
- *Sistematización*
- *Descubrimiento o creación*
- *Comunicación*

Es importante aclarar que estas funciones no resultan para nada clasificatorias, o sea que en una misma demostración pueden presentarse en diferentes grados diferentes funciones.

Un análisis de las pruebas de hipótesis

Proponemos a continuación identificar algunas demostraciones que cumplan con estas funciones en las demostraciones vinculadas con las pruebas de hipótesis.

En el caso de la función de **verificación o convicción** se establece la verdad de una afirmación. Normalmente se busca la demostración después de haber tenido la convicción de validez. Esta es la función más conocida en la matemática no probabilística. Por ejemplo, se presentan diferentes aspectos para la comprensión del concepto de nivel de significación sin analizar que constituye el que establece la verdad de las afirmaciones explicitadas por las pruebas.

En el caso de la función de **explicación** debe exhibir los por qué de la verdad. En resultados evidentes o apoyados en evidencia cuasiempírica, la demostración explica causas. La elección y la aceptación del estadístico que se utilizará en la prueba nos explica la relación con la hipótesis a ser sometida a prueba.

La **sistematización** organiza diversos resultados en un sistema deductivo con conceptos básicos y teoremas. Esta función ayuda a identificar inconsistencias y razonamientos circulares. Simplifica teorías integrando conceptos y proporcionando una visión global de la estructura subyacente. La presentación de un test de hipótesis en este contexto puede considerarse como una organización de resultados respetando este principio de sistematización. O sea, trabajar con suposiciones produce una sistematización en la organización de los contenidos que forman una prueba.

La siguiente función se apoya en la idea de que no todas las propiedades se descubren por intuición sino que algunas pueden ser el producto de la demostración misma. La denominamos **descubrimiento o creación**. La creación de nuevas reglas de decisión, o sea la creación de nuevas pruebas; acompañan esta idea.

Por último, la **comunicación** transmite el conocimiento matemático. En este punto se considera a las demostraciones como forma de discurso, de intercambio basado en significados compartidos. La obtención del nivel justo de significación en un test de hipótesis es un aporte claro a la comprensión de su función en una argumentación estadística.

Conclusiones

En conclusión, teniendo en cuenta que la enseñanza de las pruebas de hipótesis debe reflejar la naturaleza de esta ciencia y su ejercicio profesional y que los alumnos requieren de actividades significativas para su desarrollo, se requiere una mirada y un proceso más comprensivo de las funciones y del papel de la demostración que el que se le da en forma tradicional en las aulas.

Con este panorama, en los últimos años la didáctica de la probabilidad y la estadística se presenta como un desafío para la comunidad vinculada con estas ciencias. Muchos profesores que se dedican a estos tópicos se han preocupado por encontrar un fundamento para su trabajo y poder obtener resultados mejores en su enseñanza. Al intentar crear un cuerpo teórico estadísticos, psicólogos, pedagogos, investigadores en didáctica de la matemática entre otros se han dado cuenta de la falta de investigaciones que respalden esa labor (Batanero,



2000). Este panorama hace que surjan una gran cantidad de interrogantes y se hace necesaria la promoción de la investigación en los diferentes ámbitos de pertenencia para poder desarrollar su validez como disciplina científica.

Referencias bibliográficas

Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G. y Truran, J. (2000). *Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias*. En Statistical Education Research Newsletter 1(2).

Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.

Crespo Crespo, C. y Ponteville, Ch. (2005). Las funciones de la demostración en el aula de matemática. En J. Lezama (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen 18* (pp. 307-312). México: Clame.

de Villiers, Michael (1993). *El papel y la función de la demostración en matemáticas*. En *Épsilon*, 26 (pp.15-30).