



ENSEÑANZA DE TRIANGULOS UTILIZANDO SOPORTE INFORMÁTICO

María J. Rey Genicio, Liliana R. Tapia, Clarisa Hernández, Héctor R. Tarifa
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy. Argentina
tresm@imagine.com.ar

Nivel educativo: Nivel Medio

Palabras Clave: Triángulo, enseñanza, secuencia, didáctica

RESUMEN

Mediante este taller se pretende brindar a los profesores de Nivel Medio una Secuencia didáctica para el abordaje de Triángulos, utilizando como soporte informático el Software CABRI.

Tradicionalmente la geometría es enseñada utilizando papel y lápiz, lo que dificulta reconocer, en algunos casos, las propiedades de las figuras. A través de esta secuencia el alumno investiga si es posible la construcción de triángulos que cumplen determinadas características, puede explorar de forma interactiva, conjeturar y, en algunos casos demostrar, las propiedades de los ángulos interiores y exteriores, la propiedad correspondiente a los lados y las rectas y puntos notables de un triángulo.

INTRODUCCIÓN

La actualidad en nuestro país muestra que los alumnos parecen aprender cada vez menos. Esto se debe a diversos y complejos factores, algunos relacionados con las dificultades que se les presentan en las clases, en particular en las de matemática. Si pretendemos que el alumno recupere el gusto por ir a la escuela, debemos proponer experiencias de aprendizaje que le provoquen el placer de aprender y descubrir otros aspectos del conocimiento matemático, además de promover en ellos la convicción de que sí pueden aprender matemática. Contamos en la actualidad con diversos recursos, entre ellos el software Cabri, que permiten que el alumno tenga un papel activo en las clases y descubra que puede construir conceptos matemáticos mediante actividades más agradables y acordes a la realidad en que está inserto.

MARCO TEÓRICO

Esta propuesta didáctica se sostiene en un Proyecto de Investigación que busca el desarrollo de estrategias innovadoras en la enseñanza de la matemática. El proyecto se nutre teóricamente de las contribuciones de la Psicología constructivista del aprendizaje y de la Didáctica. Desde estos marcos se toman aportes relevantes, que se presentan sintéticamente a continuación.

De la fuente psicológica tomamos en especial las teorías cognitivas, las que en general entienden que el aprendizaje efectivo requiere que el estudiante participe activamente en la construcción del conocimiento y que aquel es mediado por los procesos de pensamiento, de comprensión y de dotación de significado (Constructivismo psicogenético, la Teoría Socio-Histórica de Vigotsky y el Aprendizaje Significativo de Ausubel).

Tenemos entonces que la actividad de los alumnos es base fundamental para el aprendizaje en tanto que la acción del docente es intervenir aportando las ayudas necesarias, estableciendo los esquemas básicos sobre los cuales éstos pueden explorar, observar, y reconstruir conocimientos. En esos esquemas se articulan la información (aportada por el docente, los textos, los materiales y los alumnos) con las acciones cognitivas de los sujetos.



De esta misma fuente se toma el concepto de Interacción Socio-Cognitiva, entendiendo que la cognición humana óptima se lleva a cabo con la colaboración de otras personas y de objetos físicos y simbólicos que potencian las capacidades individuales. De allí sostenemos que los procesos grupales de construcción de conocimientos se constituyen en medios altamente eficaces para el logro de un aprendizaje significativo. Si embargo en ellos se hace necesaria una intervención muy cuidadosa del docente tendiente a optimizar las actividades, supervisando cada grupo, facilitando los intercambios de tipo cognitivo, recuperando oportunamente lo producido en cada uno y logrando una reorganización final de los conocimientos trabajados.

Por otra parte, de la fuente didáctica tomamos en primer lugar el concepto de estrategia didáctica de Bixio (1998). que designa al conjunto de las acciones que realiza el docente con clara y explícita intencionalidad pedagógica. Algunas de sus componentes son el estilo de enseñanza, la estructura comunicativa de la clase, el modo de presentar los contenidos, las consignas, los objetivos y su intencionalidad, la relación entre materiales y actividades, los criterios de evaluación, etc. Las estrategias deben apoyarse en las construcciones de sentido previas de los alumnos (significatividad), orientar la construcción de conocimientos a partir de materiales adecuados y ser factibles de desarrollarse en el tiempo planificado, con la cantidad de alumnos con que se cuenta y con la carga horaria destinada.

En segundo lugar, la propuesta se apoya en la «*ingeniería didáctica*» (Douady, 1996), por lo que se elaboró un conjunto de actividades concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo para efectuar un proyecto de aprendizaje sobre el tema mencionado. En los análisis preliminares se tuvieron en cuenta: las dificultades y los errores más frecuentes de estos aprendizajes, las prácticas habituales de los docentes para el tratamiento de este tema y los diferentes enfoques que presentan los libros de texto sobre el mismo.

MODALIDAD DEL TALLER

El Taller se realizará en dos encuentros de 2 hs de duración cada uno, en los cuales se trabajará la Secuencia didáctica planteada con el uso de software.

Primer encuentro

Se trabajará clasificación de triángulos, ángulos exteriores y sus propiedades, y propiedad triangular, para ello se realizarán las siguientes actividades:

Actividad 1: Revisión de la clasificación de triángulos

Se presenta una figura con un triángulo escaleno y se pide que la modifiquen a efectos de obtener, siempre que sea posible, un triángulo a) acutángulo, b) rectángulo, c) obtusángulo. Se realiza la misma actividad, pero ahora con un triángulo isósceles y luego con un triángulo equilátero

Actividad 2: Suma de los ángulos interiores de un triángulo.

l) En base al triángulo ABC dado

a) Indica cuánto vale la suma de los ángulos interiores

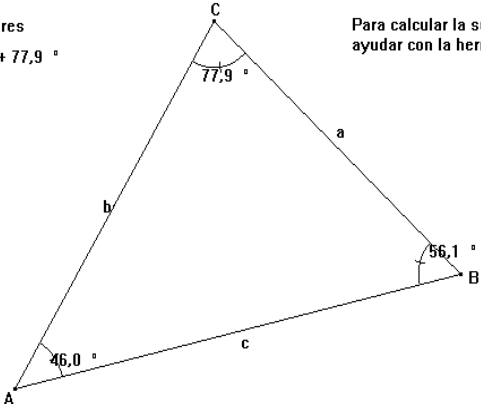
b) Modifica los lados y ángulos del triángulo y vuelve a calcular la suma de los ángulos interiores. Compara con el valor obtenido en la parte a)

c) En base a lo obtenido en los 2 ítems anteriores, escribe una propiedad referida a la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Archivo Edición Opciones Ventana Ayuda

Suma de los ángulos interiores
 $A + B + C = 46,0^\circ + 56,1^\circ + 77,9^\circ$

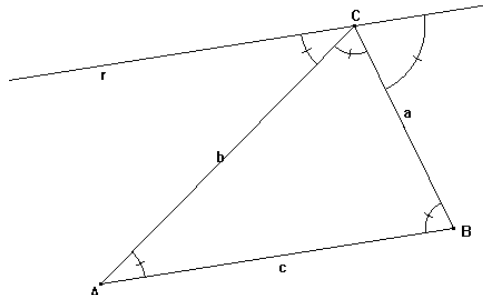
Para calcular la suma te puedes ayudar con la herramienta "Calcular"



II) Utiliza el triángulo dado para justificar que $A+B+C=180^\circ$

Archivo Edición Opciones Ventana Ayuda

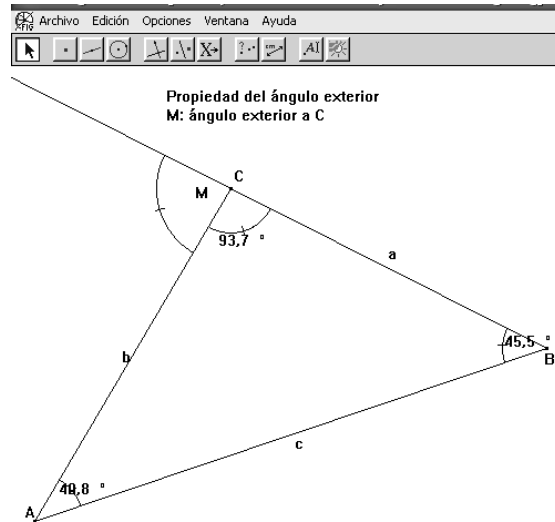
Suma de los ángulos interiores
 r : recta paralela al lado c
 $A + B + C = 180^\circ$



Actividad 3: Propiedad de los ángulos exteriores de un triángulo.

I) En base a la figura responde

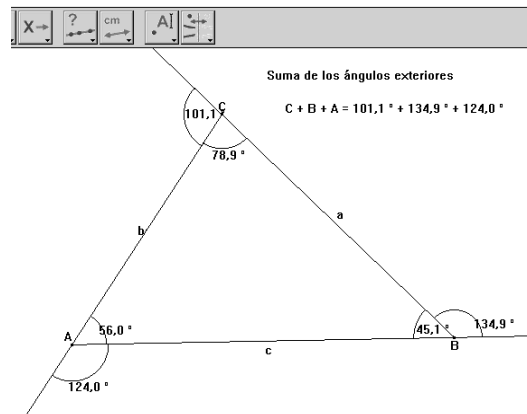
- ¿El ángulo M es opuesto por el vértice al ángulo C? Justifica tu respuesta
- ¿El ángulo M es suplementario a C? Justifica tu respuesta.
- ¿El ángulo M es complementario a C? Justifica tu respuesta.
- ¿Los ángulos M y C son adyacentes?, y los ángulos M y A ?, y M y B?
- Calcula el valor del ángulo M de dos maneras distintas. ¿Qué propiedad usaste en cada caso para calcularlo?.
- Comprueba el resultado obtenido en e) usando la herramienta de Cabri.
- Modifica los ángulos del triángulo, moviendo cualquiera de los vértices. Sigue siendo válido el método que utilizaste en el ítem e) para calcular el valor del ángulo M?
- Construye otro ángulo exterior, mídelo y determina si se cumple lo observado en el ítem e)
- Modifica los ángulos del triángulo. ¿Sigue valiendo la misma conclusión?.
- Expresa tu conclusión utilizando el lenguaje simbólico.



Actividad 4: Propiedad de los ángulos exteriores.

En base a un triángulo ABC dado:

- Indica cuánto vale la suma de los ángulos exteriores
- Modifica los lados y ángulos del triángulo y vuelve a calcular la suma de los ángulos exteriores. Compara con el valor obtenido en la parte a).
- Justifica el porqué del valor obtenido en b)
- En base a lo obtenido en los ítems a) y b), escribe una propiedad referida a la suma de los ángulos exteriores de un triángulo.



Actividad 5: Propiedad triangular.

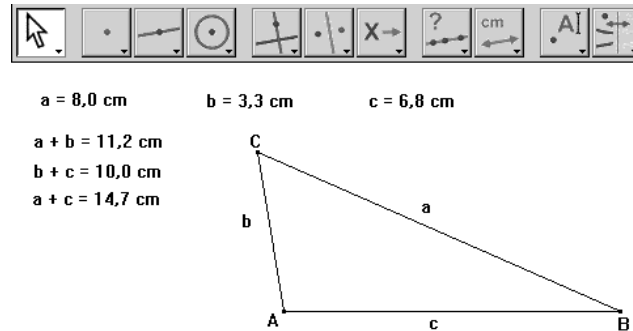
l) a) En base al triángulo ABC mostrado en la figura, completa la línea de puntos con $<$, $>$ ó $=$, según corresponda:

i) $a + b$ c ii) $a + c$ b iii) $b + c$ a

b) Modifica el triángulo ABC para obtener el triángulo que se indica en cada inciso. En cada caso vuelve a completar los incisos del apartado a).

i) Un triángulo acutángulo ii) Un triángulo obtusángulo iii) Un triángulo isósceles iv) Un triángulo equilátero

c) En base a lo obtenido en los 2 puntos anteriores, escribe una propiedad que resuma lo obtenido.

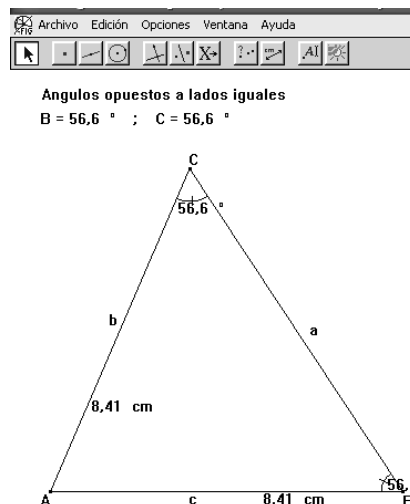


II) Se realiza una actividad similar para determinar la propiedad referida a la diferencia de la medida de dos lados con respecto al tercero

Actividad 6: Propiedad de los ángulos opuestos a lados iguales

Dado al triángulo isósceles, ABC mostrado en la figura, contesta los siguientes ítems:

- Qué valor tienen el ángulo que se opone al lado b? . Qué valor tienen el ángulo que se opone al lado c? . ¿Cómo son estos dos ángulos?.
- Modifica el lado c del triángulo y contesta nuevamente el ítem a)
- Si el triángulo es rectángulo se sigue manteniendo lo observado?
- Escribe una propiedad que resuma lo observado



Segundo encuentro

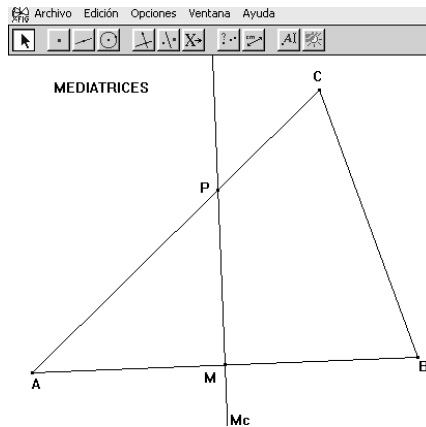
En el segundo encuentro se continuará trabajando con los conceptos de medianas, baricentro, mediatrices, circuncentro, alturas, ortocentro, bisectrices, incentro y finalmente recta de Euler.

A modo de ejemplo se especifica una actividad para mediatrices de un triángulo y circuncentro

I) En el triángulo que se observa en la figura se dibujó la mediatriz (M_c) correspondiente al lado c. Para determinar qué propiedades cumple ésta recta determina:

- Distancia (A, M), distancia (B, M) y compara los valores obtenidos

b) El valor de los ángulos AMP y BMP



II) Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Qué es el punto M respecto del segmento AB (lado c)?
- ¿Cómo es la recta Mc con respecto a lado c?
- Modifica el triángulo y observa si se sigue cumpliendo lo indicado en los ítems c) y d)
- En base a las propiedades que cumple la mediatriz (Mc) correspondiente al lado c del triángulo intenta dar una definición de mediatriz de un triángulo.

III) Traza las mediatrices correspondientes a los otros lados del triángulo y responde a las siguientes preguntas.

- ¿Las mediatrices se intersecan o no?
- Si la respuesta anterior es afirmativa, ¿ en cuánto puntos se intersecan?.
- Valdrá la misma respuesta para cualquier otro triángulo (rectángulo, obtusángulo, acutángulo, escaleno, isósceles y equilátero)?.

IV) En la figura que obtuviste llama **R** al circuncentro y contesta:

- ¿El circuncentro puede estar fuera del triángulo? ; b) ¿El circuncentro puede ser un vértice? ; c) ¿El circuncentro puede estar dentro del triángulo? ; d) Teniendo en cuenta la clasificación de un triángulo según sus ángulos, donde se sitúa el circuncentro?

- Calcula la medida de los segmentos **AR**, **BR** y **CR** e indica cómo son éstas medidas ;
- Si modificas el triángulo sigue valiendo lo observado en a) ; b) Indica qué propiedad tiene el circuncentro ; c) Traza la circunferencia que tiene como centro el punto **R** y como radio la medida del segmento **AR** ; d) ¿Por qué crees que el punto **R** recibe el nombre de circuncentro?

Finalmente, para culminar el segundo encuentro, se llevará a cabo una actividad de familiarización de todos los conceptos vistos.

BIBLIOGRAFIA

- Abdala, C. y Real, M. (2001). *Carpeta de matemática 1*. Argentina: Aique.
- Berté, A. (1996). *Matemática de EGB 3 al Polimodal*. Argentina: A-Z Editora.
- Berté, A. (1993). *Matemática dinámica*. Argentina: A-Z Editora.
- Bixio, C (1998). Enseñar y aprender. Bs. As: Homo Sapiens.



- Bruno de Marti, M. (1997). *Matemática 2001*. Argentina: Novelibro S. A.
- Carretero, M. (2000) *Introducción a la psicología cognitiva*. Buenos Aires: Aique.
- Chemello, G. y Díaz, A. (1997). *Matemática, metodología de la enseñanza*. Argentina: Prociencia.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (2000). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, España: Horsori.
- Douady, R., Artigue, M., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá, Colombia: Iberoamericana.
- Garaventa, L. y Rodas, P. (2001). *Carpeta de matemática 7*. Argentina: Aique.
- Kaczor, P. y Machiunas, V. (2002). *Matemática EGB 8*. Argentina: Santillana.
- Ponce, H. (2005). *Enseñar y aprender matemática*. Argentina: Novedades educativas.
- Vilella, J. (2002). *Didáctica de la matemática*. Argentina: UNSAM.
- Giménez, S. (2004). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona, España: Grao.