Épsilon - *Revista de Educación Matemática* **2015, Vol. 32(3), nº 91, 61-68**

La funcion de distribución como un juego

África Ruiz-Gándara
Universidad de Córdoba

Resumen: *Dada la dificultad con la que nos encontramos a la hora de estudiar los conceptos estadísticos más básicos y la importancia que la estadística va adquiriendo a lo largo del tiempo, es útil y necesario desarrollar mecanismos educativos que faciliten su comprensión y motiven el interés al alumno. En este trabajo se desarrolla un método divertido, real y útil para entender, construir y estudiar la función de distribución de una variable aleatoria.*
Palabras claves: *Educación estadística, Ideas de aula, Función de distribución*

The distribution function as a game

Abstract: *Given the difficulty that we found when study the most basic statistical concepts and the importance of statistics is acquired over time, it is useful and necessary to develop educational mechanisms that help understanding and encourage the student's interest. In this paper develops a fun, real and useful method to understand, build and study the distribution function of a random variable.*
Keywords: *Education statistics, Ideas classroom, distribution function*

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística ha cobrado una gran importancia. Ello ha impulsado la investigación y el desarrollo curricular en este campo específico. Ejemplos de proyectos curriculares de este tipo son, los del Schools Council Project on Statistical Education en el Reino Unido (1957-1981) y el Quantitative Literacy Project (1985-98) y Data Driven Mathematics (1996-2000) en Estados Unidos. Los materiales didácticos, el software educativo, investigaciones, revistas, reuniones y congresos sobre la enseñanza de la estadística han crecido espectacularmente en los últimos años.

Las razones para el interés hacia la enseñanza de la estadística han sido desarrolladas por diversos autores, Holmes (1980) señala que la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, es útil para la vida laboral, ayuda al desarrollo personal y facilita la comprensión de los restantes temas del Curriculum. Por otro lado, Fischbein (1975) apoya la necesidad de mostrar al alumno una imagen más equilibrada de la realidad, en la que hay una fuerte presencia de fenómenos aleatorios.

Así mismo, Begg (1997) señala que la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de ordenadores, trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da gran importancia en los nuevos currículos.

Además, la probabilidad y la estadística pueden ser aplicadas a la realidad tan directamente como la aritmética elemental puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas. Por sus muchas aplicaciones, proporcionan una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes las aplicaciones de la matemática para resolver problemas reales, siempre que su enseñanza se lleve a cabo mediante una metodología heurística y activa, enfatizando la experimentación y la resolución de problemas.

Como afirma Batanero (2001) la naturaleza interdisciplinar de la estadística hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como ciencias sociales, biología, geografía, etc., haciendo necesario que los alumnos adquieran un buen conocimiento de ellos para poder interpretarlos correctamente.

En la enseñanza, la simulación cobra un papel importante, ya que ayuda al alumno a conocer las diferencias entre la probabilidad experimental y la teórica, y ayuda a través de un sencillo experimento a asimilar conceptos teóricos estadísticos claves que a menudo al alumno le cuesta entender y manejar (Cobo y Batanero, 2000) como pueden ser, función de probabilidad, probabilidad (Gómez-Torres, Batanero y Contreras, 2014),, función de distribución, o variable aleatoria que Heitele (1975) propuso como una idea fundamental dentro de la enseñanza escolar. Esta simulación ayuda a su vez, a que el alumno conozca la parte aplicada a la vida real de la estadística. A continuación se expone una actividad-simulación para ayudar a la asimilación de los conceptos citados.

LA ACTIVIDAD

Se les propone a los alumnos realizar un experimento, a través del cual van a ir estudiando conceptos elementales de la estadística que resultan de difícil comprensión para ellos de manera teórica. El experimento puede ser cualquiera que trate de un fenómeno aleatorio, en nuestro caso vamos a realizar el lanzamiento de tres monedas y a estudiar los resultados. Cada alumnos tomará tres monedas las lanzará y observará el resultado obtenido. Una vez los alumnos realicen este experimento podrán comprobar que a cada uno de ellos les ha salido un resultado diferente siendo todos los resultados lógicos, se les definirá que esto es lo que ocurre con una variable aleatoria, de esta forma entenderán el sentido y significado de algo tan importante en estadística como es el concepto de Variable Aleatoria. A continuación tenemos que definir esa variable aleatoria y determinar su comportamiento (función de probabilidad y función de distribución).

Para ello, le diremos al alumno que le demos un nombre a este experimento, ese nombre será X. Definimos, por tanto, la variable aleatoria X = “número de caras en el lanzamiento de tres monedas". Esto ayudará al alumno a familiarizarse con la notación científica, con la que debemos trabajar en todo momento.

Una vez tengamos determinada la variable aleatoria tenemos de definir sus posibles resultados, los propios alumnos irán analizando que resultados son

Posibles resultados (espacio muestral) Ω = {(ccc), (ccx), (cxc), (xcc), (cxx), (xcx), (xxc), (xxx)}

En este punto, tenemos que recordar que nuestra variable aleatoria era el número de caras obtenido en el lanzamiento, por lo tanto, tendremos que contar en esos posibles resultados cuantas caras hay en cada caso.

(ccc)®3 caras, (ccx)®2 caras, (cxc)®2 caras, (xcc)®2 caras, (cxx)®1 cara, (xcx)®1 cara, (xxc)®1 cara, (xxx)®0 caras

Por tanto, la variable X que hemos definido tomará los valores; 0,1,2,3 .

Para definir la función de probabilidad de la variable tenemos que calcular la probabilidad de que la variable tome los distintos valores.

- P[X=0], esto sería obtener el resultado (xxx), y la probabilidad es de 1/8, esta probabilidad les saldrá de manera innata lo que aprovechamos para definir la probabilidad como casos favorables (posibles resultados que contengan 0 caras) entre casos posibles (todos los resultados estudiados en el espacio muestral definido).
- P[X=1], esto sería obtener (cxx), (xcx), (xxc) y la probabilidad de 3/8
- P[X=2], esto sería obtener (ccx), (xcc), (cxc) y la probabilidad de 3/8
- P[X=3], esto sería obtener el resultado (ccc), y la probabilidad es de 1/8

De esta manera, queda definida la función de probabilidad

Tabla 1. Función de Probabilidad

X	**0**	**1**	**2**	**3**
P[X=x]	0.125	0.375	0.375	0.125

Una vez tenemos la variable definida, hemos de construir la función de distribución, que a pesar, de no ser más que la acumulada de la anterior, su construcción para el alumno presenta muchas dificultades, es aquí donde tenemos que desarrollar un método fácil, divertido y ameno.

Para ello, vamos a proponer al alumno que representemos la variable aleatoria definida como el número de caras, en nuestro caso, pero que sería extensible a cualquier tipo de variable que tengamos, como un coche (sería válido cualquier otra cosa que se nos ocurra), este coche lo vamos a llamar X. Imaginamos que el coche debe recorrer una carretera cualquiera, esa carretera debe tener tantas estaciones de peaje como valores distintos pueda tomar nuestra variable, en nuestro caso serán 4 puntos de peaje, cada uno de estos peajes tomará el valor que tomaría la variable aleatoria, es decir, peaje 0, peaje 1, peaje 2 y peaje 3. En cada uno de estos peajes tendremos que pagar el valor de la probabilidad calculada en cada caso, es decir, en el peaje 0 pagaremos 0.125 unidades monetarias, en el peaje 1 pagaremos 0.375 um, en el peaje 2 pagaremos 0.375 um y por último, en el peaje 3 pagaremos 0.125 um. Tenemos que dejar muy claro que para recorrer la carretera que trazamos tan sólo disponemos de 1 unidad monetaria, por lo que el precio final invertido en los peajes al final de la carretera no podrá superar esa cantidad.

El juego consiste en describir en cada momento donde está el coche y que gasto llevamos.

En un primer momento la situación sería la que se describe en la siguiente figura

Figura 1.

En este punto nos preguntamos ¿cuánto hemos gastado? ¿Y donde estamos? La respuesta sería que hemos gastado 0 euros (rojo) y no hemos llegado al peaje 0 (azul), esto lo expresamos matemáticamente: 0 si $x<0$ (Con el signo menor "<" indicamos que no hemos llegado al peaje 0)

Empezamos a recorrer el camino, y analizamos cada uno de los puntos de la carretera, en cada ocasión las preguntas a realizar son las mismas, ¿Cuánto hemos gastamos? ¿Dónde estamos?

Figura 2.

En la situación que se muestra en la figura2, hemos gastado 0.125€ y estamos entre el peaje 0 y el peaje 1 (por el peaje 0 ya hemos pasado, esto lo indicaremos añadiendo un igual al signo de menor "≤"), expresado de forma matemática sería: 0.125 si $0 \leq x < 1$

En la figura 3. Volvemos a formular las mismas preguntas y en esta ocasión contestaremos, hemos gastado 0.125 en el peaje 0 y 0.375 en el peaje 1, por tanto, llevamos gastado 0.5, y nos encontramos entre el peaje 1 (por el que ya hemos pasado) y el peaje 2. Se expresará como: 0.5 si $1 \leq x < 2$

En esta ocasión (Figura 4.), llevamos gastado 0.125 del peaje 0, 0.375 del peaje 1 y 0.375 del peaje 2, que hacen un total de 0.875 gastado, y nos encontramos entre el peaje 2 (ya pasado) y el peaje 3. De manera que lo expresamos como: 0.875 si $2 \leq x< 3$

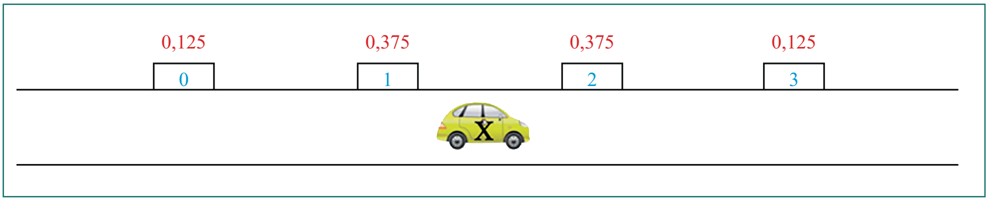

Figura 3.

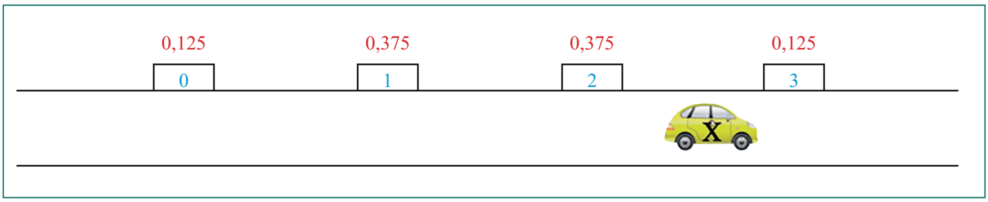

Figura 4.

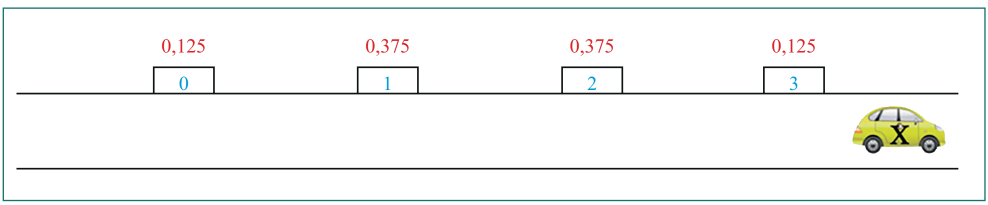

Figura 5.

Por último, diremos que hemos gastado 0.125 del peaje 0, 0.375 del peaje 1, 0.375 del peaje 2 y 0.125 del peaje 3, esto debe ascender a un euro, ya que dijimos que el gasto no supondría más de esa cantidad, (esto nos servirá de comprobación a que las probabilidades han sido bien calculadas). Y estamos pasado el peaje 3, de manera que la última expresión será: 1 si $x \geq 3$

Una vez realizado el trayecto, para darle "forma" lo que tenemos es que expresar todas las "situaciones" en una única, de la siguiente manera:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ 0.125 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.5 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.875 & si \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & si \quad x \geq 3 \end{cases}$$

Esta función que hemos construido con el juego del coche representa a la variable aleatoria inicial que habíamos definido, X= "número de caras en el lanzamiento de tres monedas".

Su interpretación no es otra que la función acumulada de la función de probabilidad que se definió en la tabla1. Por ejemplo: 0 si $x < 0$ significa que tenemos una probabilidad 0, es decir, que es imposible que al lanzar tres monedas obtengamos un número de caras inferior a 0. La expresión 0.5 si $1 \leq x < 2$ significa que la probabilidad de obtener cero o una cara al lanzar tres monedas es de 0.5. En el caso de la última expresión 1 si $x \geq 3$ nos indica que al lanzar tres monedas tenemos una probabilidad de 1 de obtener 3 o menos caras, es decir, que al lanzar tres monedas seguro obtenemos un número de caras de 3 o menos.

En este trabajo hemos utilizado el ejemplo de un coche que recorre una carretera, pero serían válidos cualquier otro ejemplo que utilicemos, tantos como nuestra imaginación sea capaz de definir, podría ser el montaje de un árbol de navidad (el árbol es X) y las bolas a colgar en él los valores de la variable aleatoria que estemos estudiando y el precio de cada bola la probabilidad asociada, de manera que tenemos 1 u.m. para decorar nuestro árbol, otro podría ser la elaboración de un ramo de flores, de la misma manera tenemos tantas flores como valores de la variable aleatoria y el precio de las mismas el valor de la probabilidad asociada. En el ejemplo expuesto se ha utilizado una variable aleatoria discreta, pero sería posible también elaborar una actividad similar en el caso de una variable continua.

REFLEXIONES FINALES

Al utilizar un método atractivo para el alumno a través del cual trabajar conceptos estadísticos como el ejemplo presentado, se provoca una motivación en el mismo y despierta su interés por la asignatura. Esto es muy importante, dado que la estadística está presente en casi todas las materias y carreras universitarias, y es necesario que el alumno adquiera los conceptos básicos que le ayudaran a comprender el resto. Sin embargo, a menudo nos encontramos con un alumno cerrado a su comprensión y estudio dado el rechazo que muchos traen hacia la asignatura.

Desde el aula, y desarrollando actividades fáciles, amenas, divertidas y cotidianas, podemos romper esa barrera que existe por parte del alumno y fomentar así la empatía que se puede llegar a conseguir a través de actividades similares. Es posible que tras la actividad al alumno le cueste formalizar el concepto, dada la dificultad del lenguaje matemático, sin embargo, es perfectamente capaz de desarrollarlo y explicarlo, entiendo con ello su utilidad y aplicación. Esto nos lleva a fomentar el interés en la materia; en el momento que un alumno entiende los conceptos y los relaciona con su vida cotidiana, despierte sus ganas de aprender más.

REFERENCIAS

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística (disponible en http://www.ugr.es/local/batanero).

Begg, A. (1997). *Some emerging influences underpining assessment in statistics*. En I. Gal. y J. Garfield (Eds.), The assessment challenge in statistics education. Amsterdam: IOS Press. Cobo.

Cobo, B. y Batanero, C. (2000). *La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo*. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Barcelona. Editorial Graó, 23, 85-96.

Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

Gómez-Torres, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Epsilon, Revista de Educación matemática, 31*(2), 85-42.

Heitele, D. (1975). *An epistemological view of fundamental stochastic ideas.* Educational Studies in Mathematics, Vol. 6, No.2 (Jul. 1975), pp. 187-205. Publisher by: Springer. (disponible en http://www.jstor.org/stable/3481874).

Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics* 11 -16. Sloug: Foulsham Educational.