

Enseñando Geometría: Geogebra 3D en la formación para maestros

María José Madrid
Universidad de Córdoba

Resumen: *GeoGebra y más particularmente su vista gráfica 3D presentan un infinito número de posibilidades para trabajar con cuerpos geométricos. Por eso aprovechando el enorme potencial de esta herramienta, se plantean en este trabajo una serie de sencillas actividades para realizar en el aula que favorecerán no solo que los maestros en formación comprendan correctamente los contenidos y las conexiones entre ellos y otros campos, si no que les aportarán ideas para su futuro trabajo en una aula de Educación Primaria.*

Palabras clave: *Geometría, Formación de maestros, Educación Primaria, GeoGebra 3D*

Teaching geometry: GeoGebra 3D to teach trainee teachers

Abstract: *GeoGebra and more particularly its 3D graphic view shows an infinite number of possibilities to work with geometric figures. Due to the enormous potential of this software, this work presents some easy activities to do in the classroom that not only will help trainee teachers to understand the contents and the connections between them and other fields, but also they will give them ideas for their future job in a classroom of Primary Education.*

Keywords: *Geometry, Trainee teachers, Primary Education, GeoGebra 3D*

INTRODUCCIÓN

En el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria dentro del área de matemáticas se recogen los contenidos:

- Cuerpos geométricos: elementos, relaciones y clasificación.
- Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas. Tipos de poliedros.
- Cuerpos redondos: cono, cilindro y esfera.

Sin embargo, estos contenidos plantean diversas dificultades a un gran número de alumnos en todos los diferentes niveles educativos; los consideran algo abstracto y de poca utilidad en el mundo real, son incapaces de ir más allá del aprendizaje memorístico de las distintas definiciones y fórmulas, no visualizan las representaciones en dos dimensiones de los cuerpos geométricos que se presentan en los libros y en definitiva no logran darse cuenta que estos cuerpos forman parte de cada momento de nuestra vida.

El software libre GeoGebra es un excelente simulador de problemas matemáticos, modifica el entorno educativo tanto en su dimensión espacio-temporal como metodológica, es además, un instrumento de trabajo para el profesor a la hora de plantear cuestiones y problemas a los alumnos cuya respuesta puede ser comprobada inmediatamente, y a su vez constituye un importante instrumento de trabajo para el alumno, que puede utilizarlo para prever o comprobar el resultado de los ejercicios o problemas que se le planteen, para diseñar experimentos y para realizar tareas de investigación adecuadas a su nivel de conocimiento de la materia (Hernández, 2010). Las múltiples ventajas de este software han motivado su utilización durante los últimos años en numerosas experiencias en el aula en distintos niveles educativos para favorecer la comprensión de distintos contenidos como por ejemplo la proporcionalidad geométrica en segundo de la ESO (Sáenz, Lasa y Wilhelmi, 2010) o las distribuciones estadísticas en la enseñanza universitaria (Gámez y Marín, 2010).

En su nueva versión GeoGebra 5.0 incluye la versión definitiva de su Vista Gráfica 3D, esta aporta infinidad de posibilidades para trabajar contenidos geométricos. Además, incluye entre sus posibilidades mostrar la vista gráfica en dos dimensiones junto con la 3D, permitiendo a los alumnos interactuar con ambas vistas.

Este artículo presenta una propuesta para trabajar la geometría en tres dimensiones poniendo énfasis en el uso de las herramientas que ofrece GeoGebra 3D y de las infinitas posibilidades que estas presentan; se pretende con ella favorecer el proceso de aprendizaje de los contenidos y la capacidad para realizar conexiones entre este y otros temas. Con este objetivo se proponen diversas actividades que favorecerán que los alumnos conozcan y dominen algunos contenidos de geometría, utilicen adecuadamente GeoGebra para trabajar con cuerpos geométricos en tres dimensiones e incluso pueden favorecer el aprendizaje significativo mediante la visualización de los conceptos a través de un software dinámico como es GeoGebra.

Las actividades se han propuesto para alumnos del grado en Educación Primaria pues la importancia de un aprendizaje significativo cobra mayor valor en estos alumnos. Ellos tendrán la tarea de explicar por primera vez estos conocimientos a las nuevas generaciones favoreciendo una correcta y completa comprensión de los conceptos y de sus conexiones con otros temas; sin embargo si ellos mismos no los comprenden de forma completa y correcta no facilitarán a sus futuros alumnos su aprendizaje.

En definitiva, esto hace necesario que los futuros maestros conozcan los contenidos pero también las posibilidades que ofrecen las tecnologías de la información y la comunicación y concretamente en este caso el software GeoGebra en el proceso de enseñanza de los mismos. De hecho, estudios de caso realizados con futuros maestros de Educación Primaria muestran que estos consideran que la utilización de GeoGebra 3D en el aula contribuirá positivamente al aprendizaje de los alumnos (Baltacı y Yildiz, 2015).

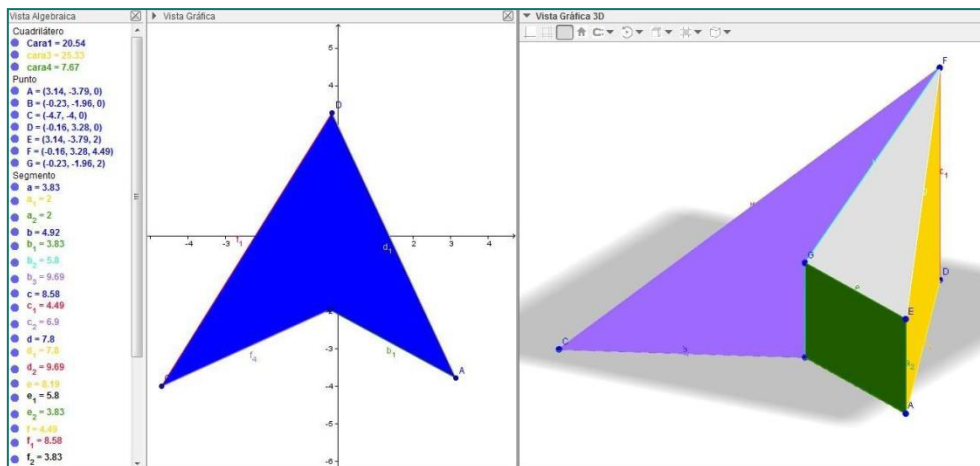


Figura 1. Ejemplo de la construcción de un poliedro utilizando polígonos.

ACTIVIDADES

Conociendo los poliedros y sus elementos.

La utilización de la Vista Gráfica en dos dimensiones y la vista Gráfica 3D complementadas con la Vista Algebraica favorecerá la comprensión del concepto de poliedro y de los distintos elementos de un poliedro cualquiera.

Para ello cada alumno a través de la definición dada: los poliedros son cuerpos geométricos limitados por polígonos, representará un poliedro y ayudado por la Vista Algebraica fijará cuáles son sus caras, sus aristas y sus vértices (figura 1).

Se trata de un poliedro creado únicamente a través de polígonos que permitirá darse cuenta que no cualquier construcción poligonal es un poliedro, además se observará como estos polígonos son las caras del poliedro, y los segmentos y vértices de los polígonos serán respectivamente aristas y vértices del poliedro.

Los prismas y las pirámides. Áreas, volúmenes y desarrollos planos.

Aprovechando las herramientas de GeoGebra se representarán de forma sencilla el cubo y el tetraedro. Se analizarán sus elementos, se calcularán su área y volumen y se realizará su desarrollo plano (figuras 2 y 3).

Finalmente, partiendo de la consideración de que tanto el cubo como el tetraedro son casos particulares de prismas y pirámides, se pedirá a los alumnos que realicen la construcción de otro prisma y otra pirámide distintos y que analicen sus elementos, su área y volumen y realicen su desarrollo plano.

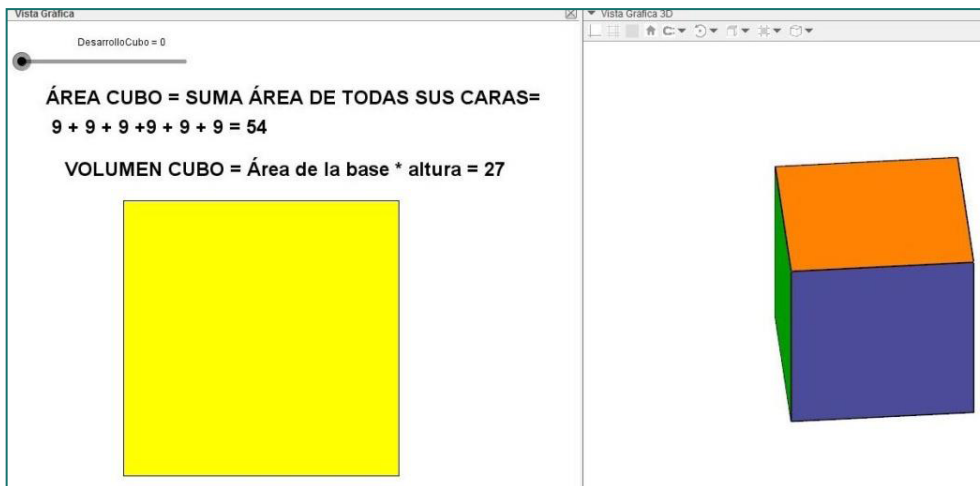


Figura 2. El cubo.

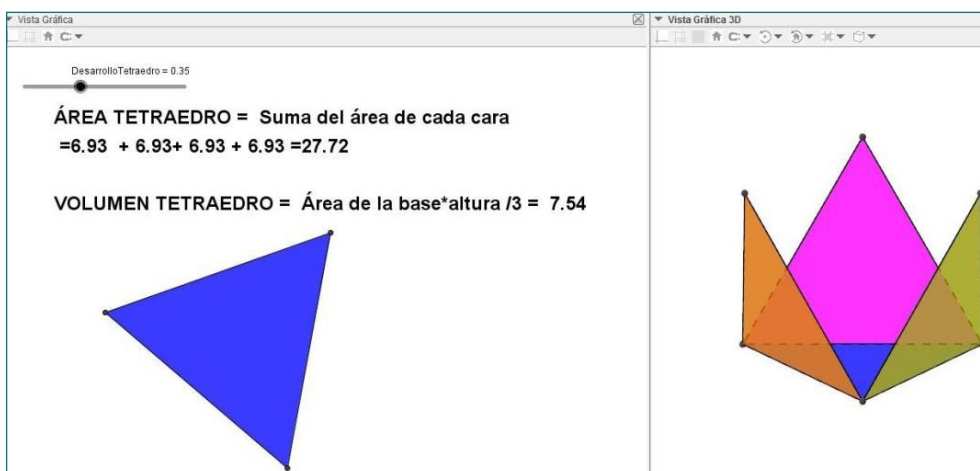


Figura 3. El tetraedro.

Creando las superficies de revolución: el cilindro y el cono.

Siguiendo la definición de cilindro (cuerpo de revolución engendrado por un rectángulo al girar sobre uno de sus lados como eje) y cono (cuerpo de revolución engendrado por un triángulo rectángulo al girar sobre uno de sus catetos como eje) construir a través de la herramienta rastro ambos cuerpos (ver figuras 4 y 5).

Una vez realizado esto, utilizando las herramientas de GeoGebra se representará otro cilindro y otro cono para estudiar sus elementos, su área, su volumen y su desarrollo plano.

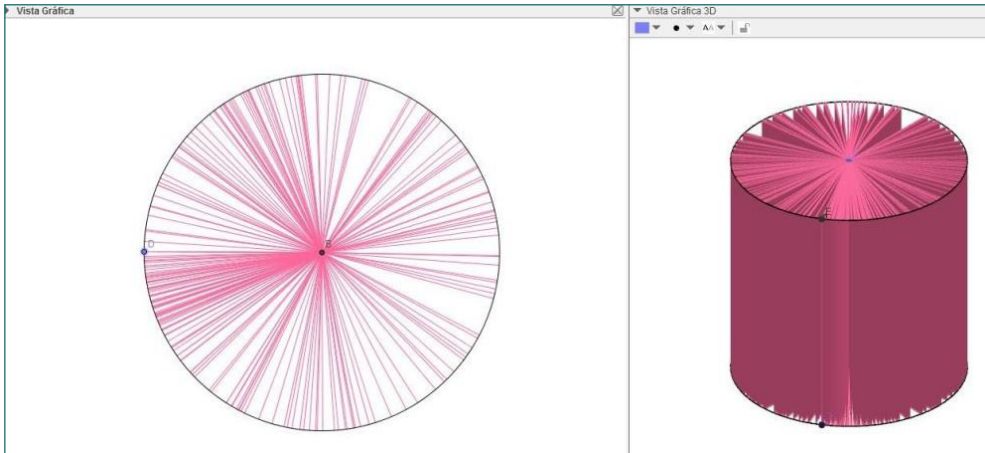


Figura 4. Superficie de revolución. El cilindro.

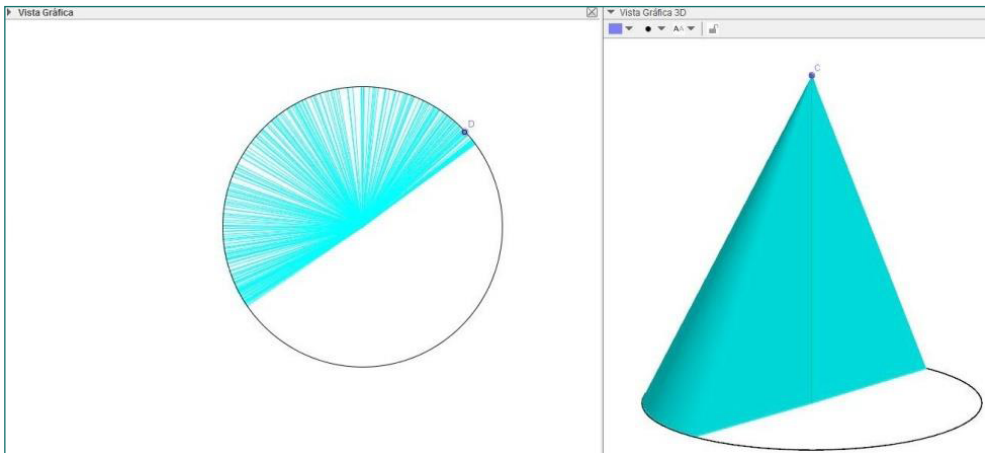


Figura 5. Superficie de revolución. El cono.

Además, siguiendo con el mismo esquema se puede plantear también la construcción de una esfera a partir de su definición como superficie de revolución. A continuación se identificaría sus elementos, su área y volumen. E incluso se podría debatir sobre si es o no posible representar su desarrollo plano y el porqué.

Desarrollos planos y papiroflexia.

En las actividades previas se han realizado los desarrollos planos de diversos poliedros y cuerpos de revolución, partiendo de esa consideración del paso de las tres dimensiones al plano, se planteara la consideración contraria, la papiroflexia nos lleva del papel en 2

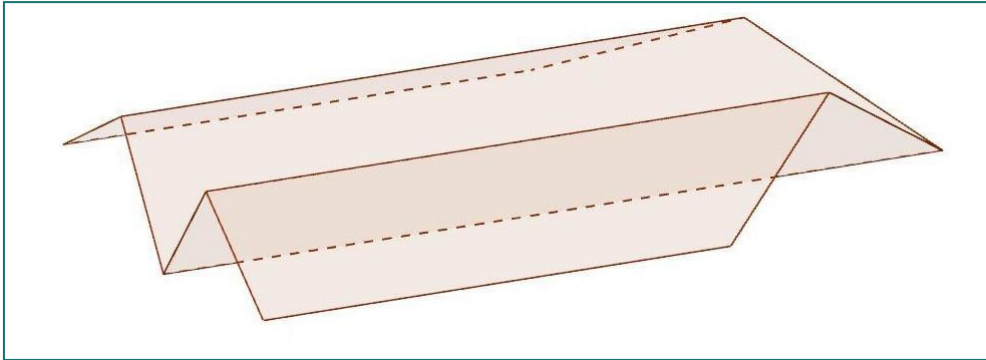


Figura 6. Avión de papiroflexia construido con GeoGebra.

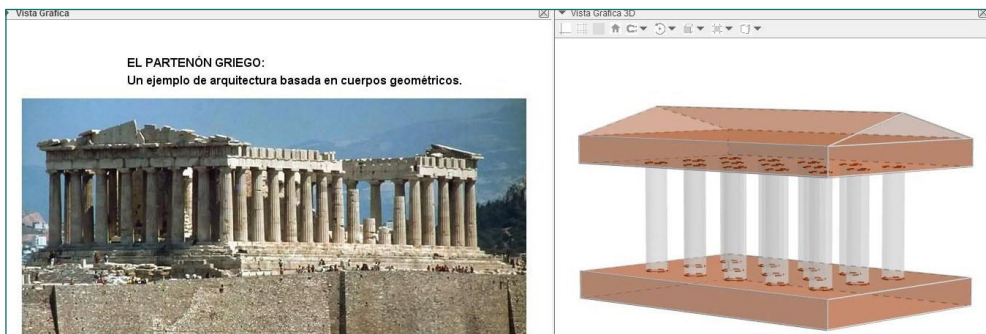


Figura 7. Reconstrucción con GeoGebra del Partenón Griego.

dimensiones al objeto tridimensional, por eso utilizando GeoGebra y complementándolo con hojas de papel si fuera necesario se recrearán algunos movimientos de figuras, como el avión.

Construyendo la realidad

La estructura de numerosos objetos, edificios, esculturas, etc. se basa en cuerpos geométricos, por ejemplo estos pueden encontrarse en el Partenón de Atenas en Grecia, mostrando un ejemplo de la importancia de la geometría en el arte. A través de GeoGebra se realizará una sencilla reconstrucción de este edificio potenciando la conexión entre arte y matemáticas.

Resolución de problemas con GeoGebra

La correcta resolución de un problema resulta en muchas ocasiones difícil para los alumnos, a través del uso de GeoGebra es posible reconstruir el enunciado del problema y visualizar más fácilmente su solución. Por ejemplo el siguiente problema:

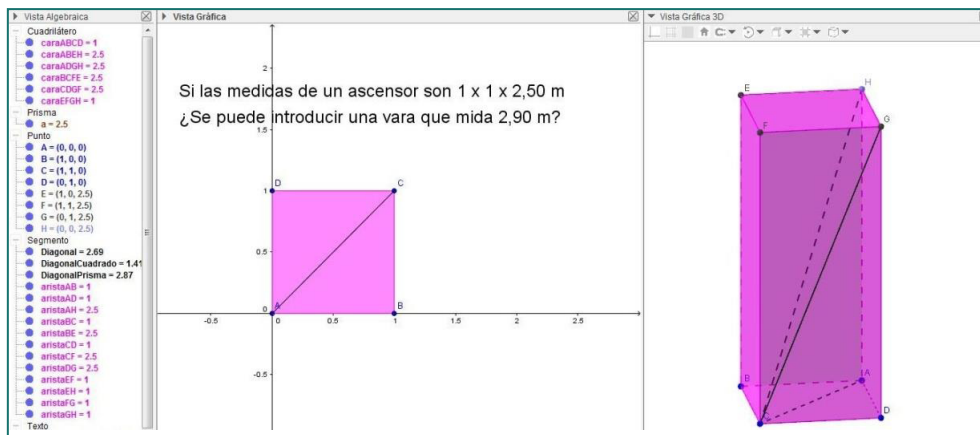


Figura 8. Problema del ascensor.

Si las medidas de un ascensor son $1 \times 1 \times 2,50$ m. ¿Se puede introducir un palo que mida $2,90$ m?

Para resolverlo basta con construir el ascensor, un prisma, y ver el tamaño de los segmentos que pueden introducirse en este “ascensor”. Así es posible ver que el palo es mayor que la diagonal del cuadrado, que la diagonal del rectángulo y que la diagonal del poliedro por lo tanto será imposible introducirlo.

Otro problema que podría plantearse para su resolución con GeoGebra es:

Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2 . Hemos de embaldosarlo con baldosas cuadradas de 25cm de lado. ¿Cuántas son necesarias?

CONCLUSIONES

El trabajo en el aula con la geometría suele realizarse a través del aprendizaje memorístico de conceptos y la realización diferentes ejercicios y problemas rutinarios que impiden en muchas ocasiones que el alumno alcance un aprendizaje significativo y sea capaz de conectar estos contenidos matemáticos con otros temas. A lo largo de este trabajo se presentan una serie de actividades variadas que combinadas en el aula con las actividades habituales, favorecerán tanto el aprendizaje de los contenidos y aportarán a los maestros en formación ideas para llevar a cabo con sus futuros alumnos.

Estas actividades representan una pequeña parte dentro del inmenso número de posibilidades que presenta GeoGebra, pero favorecerán que los alumnos manejen con soltura los conceptos del bloque de geometría relativos a los cuerpos geométricos, comprendan los cálculos de áreas y volúmenes, utilizan el software dinámico GeoGebra adecuadamente a la hora de trabajar con cuerpos geométricos valorando además las tecnologías de la información y la comunicación de forma adecuada y beneficiosa para el proceso de enseñanza-aprendizaje y comprendiendo las ventajas que proporciona GeoGebra de cara a fomentar el aprendizaje significativo mediante la visualización de los conceptos.

REFERENCIAS

- Baltacı, S. & Yildiz, A. (2015). GeoGebra 3D from the perspectives of elementary pre-service mathematics teachers who are familiar with a number of software programs. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 10(1), 12-17.
- Gámez, A. y Marín, L.M. (2010). Distribuciones estadísticas: un ejemplo de uso de GeoGebra en enseñanza universitaria. *Epsilon*, 74, 33-42.
- Hernández, J.L. (2010). GeoGebra, un cambio radical en el entorno de aprendizaje. *Epsilon*, 74, 53-65.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, BOE, 52, 1 de marzo de 2014, 19349-19420. Extraído el 28 de Julio de 2015 desde <http://www.boe.es/boe/dias/2014/03/01/pdfs/BOE-A-2014-2222.pdf>
- Sáenz, A., Lasa, A. y Wilhelmi, M.R. (2010). Utilización de GeoGebra en proporcionalidad geométrica en 2º ESO. *Epsilon*, 74, 21-32.