Básico (7-12 años) y Medio (13-17 años)

¿JUGAMOS?...MMM…SI!...PENSEMOS!

Mabel Alicia Slavin
Instituto Superior de Formación Docente Nº 10.Tandil. Argentina.
mabelslavin@hotmail.com
Nivel Educativo: Inicial, Nivel E.P.B. 1º Ciclo y 2º Ciclo, Nivel E.S.B.
Palabras Clave: Rompecabezas, Jugar, Superficie, Calcular

RESUMEN

El escaso conocimiento sobre la geometría con el que ingresan los estudiantes al nivel terciario, debido a la “ausencia” de la misma en la formación secundaria, posibilita realizar algunas reflexiones sobre la necesidad de su aprendizaje para poder incorporarla nuevamente a la vida cotidiana escolar. Por ello se debe aprender a manejar la visualización y sus técnicas, ya que la geometría, sus ideas y métodos, están inmersos en un mundo de imágenes y representaciones cuyo uso es necesario a la hora de resolver problemas.
Este trabajo consiste en una propuesta basada en dos rompecabezas que surgen a partir de un único cuadrado.
La idea es que las piezas de los rompecabezas conserven la superficie del cuadrado original, “perdiendo” el perímetro. Un rompecabezas tiene piezas limitadas por curvas mientras que el otro conserva los perímetros limitados por segmentos de recta.
Los dibujos que cubren ambas caras de los rompecabezas son teselas generadas también a partir del cuadrado básico. Aquí aparece el concepto de cubrimiento del plano dando lugar al surgimiento del concepto de fracción .Por superposición de las piezas de los rompecabezas se generan raros volúmenes que son posibles de calcular. Se aprovechan de esta forma los sentidos, se pone en juego la interdisciplinariedad ya que se puede hacer referencia al arte actual e incursionar en lo histórico fomentando de esta forma la participación colectiva.
Estos rompecabezas permiten su uso desde el nivel inicial hasta el último año de la E.S.B., posibilitando el desarrollo de diferentes capacidades adecuadas al nivel en cuestión.

INTRODUCCION

Esta propuesta tiene como objetivo presentar una situación audazmente intuitiva y visual que permita disfrutar del color, que sirva para informar, que ayude a la reflexión, que pueda entretener, divertir, asombrar, plantear dudas y proponer caminos de descubrimiento y de invención.
Aquí aparece la idea del *juego* como un recurso pedagógico, deliberadamente propuesto para orientar al niño y/o al adolescente en la adquisición de saberes y prácticas curriculares valiéndose de una actividad cercana a ellos y elegida por ellos (Aizencang, 2005).
Aquí es donde el *juego* que presenta una combinación interesante de símbolos y signos convencionales sirve de intermediario entre lo real y la ficción. La utilización de *juegos* con algunas características que les permitan adaptarse a las necesidades de los alumnos, posibilitan la instalación de situaciones imaginarias.
Esto facilita el abordaje de diferentes temáticas en forma indirecta, exteriorizar conflictos o disconformidades y, fundamentalmente, ponerse en el lugar del otro. Es mediante la simulación que implica el *jugar* que se pueden aprender o modificar conductas y/o conceptos que permitan organizar situaciones a futuro.

Desde esta visión de *juego* es que se lo utilizará para promover el desarrollo de habilidades específicas, favorecer el aprendizaje de contenidos, introducir nuevos temas, afianzar saberes ya adquiridos y promover la socialización de los niños y/o adolescentes.

CONSIDERACIONES SOBRE LA PROPUESTA

La propuesta de jugar conlleva en sí misma un cierto orden para su desarrollo que se combina con cierto grado de incertidumbre y de azar que movilizan al sujeto hacia una resolución y le exigen un determinado esfuerzo para alcanzar el éxito que se propone. Para Vigotsky esta situación es el desarrollo de un nuevo proceso psicológico que dista de ser consciente: la imaginación. En estos ámbitos lúdicos los alumnos aprenden a dominar ámbitos del saber y del saber-hacer complejos, preservando su significado cultural. Planteada de esta forma, la situación lúdica implica una actividad mental comprometida desde el punto de vista del alumno, y resulta educativamente útil cuando promueve formas de pensamiento y de aproximación al conocimiento cada vez más avanzadas.

La propuesta consiste en trabajar con dos *rompecabezas* de 64 piezas cada uno, armados sobre pizarrones magnéticos para facilitar el trabajo vertical. Cada una de las piezas surge de otro *rompecabezas* formado por cuatro triángulos rectángulos y un cuadrado. Con ellas se puede obtener un cuadrado que será el "origen" de todo el *juego* .Las modificaciones de este cuadrado dan lugar a las piezas de los *rompecabezas* y también a las cuatro configuraciones que lo ilustran.

Las prácticas pedagógicas en las que se involucra el juego facilitan la transferencia de hábitos y saberes a nuevas situaciones sociales. Vigotsky considera que trabajo y juego difieren solamente en el carácter de los resultados. En el primero se concreta un producto previsto y objetivo, y en el segundo se resuelve subjetivamente, produciendo el goce del jugador por el juego ganado. Salvo estas diferencias, ambas actividades coinciden en su naturaleza psicológica, se puede decir que el juego es una forma natural de la actividad infantil que constituye una preparación para la vida futura.

El juego es un elemento valioso mediante el cual se puede crear un ambiente de cooperación en el aula donde los alumnos trabajen juntos e interactúen unos con otros, contribuyendo a la construcción de conceptos, ya que se verán obligados a defender sus ideas ante las alternativas que presenten los otros.

Pero como hacer matemática es, básicamente, resolver problemas, ya sea que provengan del interior o del exterior de la misma, el diseño de este tipo de situaciones que resultan problemas para los alumnos, desarrolladas en un contexto familiar a ellos como es el *juego*, les generará entusiasmo por aprender (Bixio, 2006) y aplicar los nuevos hallazgos a distintas situaciones, esto los llevará a la progresiva incorporación de las formalidades y el rigor propio de la disciplina.

Armar los *rompecabezas* para obtener las diferentes teselaciones propuestas, para encontrar las fracciones que subyacen en las mismas, para encontrar las formas pedidas, es sólo cuestión de percepción espacial, de aplicar ciertos desplazamientos sencillos y no perder de vista el modelo, pero la percepción espacial no es una simple actividad de copia de la realidad sino que es el resultado de la organización y la codificación de informaciones sensoriales.

La posibilidad de actuar, accionar manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos crearía la motivación necesaria, aunque no suficiente ni única que despertará la curiosidad que generará el entusiasmo que permita resolver el problema.

La curiosidad es el primer impulso para saber, es el placer de experimentar lo nuevo, de descubrir, de superar el desafío; es el componente fundamental de la motivación intrínseca (Bixio, 2006). Por lo tanto la clase se debe convertir en un grupo cooperativo en el que docente y alumnos utilicen este recurso: *jugar* para construir conocimientos a partir de diferentes alternativas de discusión, decisión y ejecución.

Es decir, la sola resolución de problemas no es suficiente para la construcción de conocimientos transferibles a situaciones nuevas. Es necesaria la reflexión sobre lo realizado, la comparación de los distintos procedimientos de resolución utilizados; la puesta en juego de argumentaciones acerca de la validez de los procedimientos llevados a cabo y de las respuestas obtenidas y la intervención del docente para que establezca las relaciones entre lo construido y el saber matemático y para que formalice el conocimiento construido por el alumno (Diseño Curricular para ESB).

El docente no puede ser un sujeto pasivo como así tampoco lo será el alumno, hacia quien está dirigida fundamentalmente la propuesta de *jugar*, los conocimientos escolares que surgirán del *juego* serán interesantes, significativos y con valor social.

Esto les brindará la posibilidad de explorar, conjeturar, volver con una mirada crítica sobre los datos para resolver los problemas, diseñar técnicas y estrategias para obtener soluciones, detectar errores proponiendo momentos de autoevaluación y discutir sus producciones con sus compañeros.

Las discusiones entre pares constituyen una etapa de la comprensión matemática y un punto de partida para la formalización de los conceptos. Además, promueven en el alumno la necesidad de buscar argumentos sólidos para sostener sus hipótesis en el intercambio entre pares. El docente deberá estar atento a lo que dicen los alumnos en estas discusiones, ya que las mismas dan la posibilidad de tomar contacto con los conocimientos y los errores de los participantes.

Se debe rescatar el sentido lúdico que tiene el enseñar y el aprender, por eso los *rompecabezas* propuestos permitirán armar y desarmar, y volver a armar solos o entre varios el deseo de aprender la matemática.

La manipulación de material concreto, hará despertar mejor los sentidos y agudizará la mente para resolver un problema y así alcanzar ese objetivo central en matemáticas que es la generalización. Los *rompecabezas* propuestos se transforman así en una situación que le permitirá proceder a la solución explicitando sus conocimientos en un lenguaje que debe ser comprendido por los demás, además de justificar ante sus pares las herramientas implícitas que ha utilizado en ese acto.

La idea es empezar con algo muy concreto para luego pasar a lo abstracto. La abstracción comienza a producirse cuando el alumno llega a captar el sentido de las manipulaciones que hace con el material. Estas manipulaciones son un paso fundamental para motivar que los alumnos descubran conceptos matemáticos observando relaciones de regularidades y formando generalizaciones.

La filosofía constructivista (Sadosky, 2006) también propone, que para los alumnos no hay aventura más apasionante que la del descubrimiento y que la mejor manera de disfrutarla es cuando él mismo ha sido capaz de experimentar dicho descubrimiento.

Entonces la actividad de los alumnos, en este caso el *juego*, es base fundamental para el aprendizaje mientras que la acción del docente es aportar las ayudas necesarias, estableciendo esquemas básicos (situaciones problemáticas) sobre los cuales explorar, observar, y reconstruir conocimientos.

Se toma aquí el concepto de Interacción Socio Cognitiva: la cognición humana óptima se lleva a cabo con la colaboración de otras personas y de objetos físicos y simbólicos que potencian las capacidades individuales (Baquero, 2001). Por otra parte, se toma el concepto de estrategia didáctica de Bixio (1995): conjunto de las acciones que realiza el docente con clara y conciente intencionalidad pedagógica, o sea, de lograr un aprendizaje en el alumno.

Las estrategias deben apoyarse en los conocimientos previos de los alumnos (significatividad) para orientar la construcción de conocimientos a partir de materiales adecuados y deben poder desarrollarse en el tiempo previsto.

En el campo de la Didáctica de la Matemática, la propuesta se apoya en la “ingeniería didáctica” (Douady; 1996): elaboración de un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo para efectuar un proyecto de aprendizaje.

Así, la llamada “Situación fundamental”, dada por las situaciones “adidácticas” (Brousseau,

1988), enfrenta a los alumnos a un conjunto de problemas que evolucionan de manera tal que el conocimiento que se quiere que aprendan es el único medio eficaz para resolverlos. Intervienen las "variables didácticas" para que el conocimiento evolucione en niveles crecientes de complejidad, y las "recontextualizaciones" de los conceptos tratados en los marcos geométrico y algebraico le otorgan significatividad a la propuesta.
Para ello, el docente les brindará la posibilidad de explorar, conjeturar, volver con una mirada crítica sobre las actividades que se vayan desarrollando, procesar la información y obtener de ella los datos para resolver los problemas, diseñar técnicas y estrategias para obtener soluciones, detectar errores proponiendo momentos de autoevaluación y discutir sus producciones con sus compañeros.(Villela,2001)
Las discusiones entre pares constituyen una etapa de la comprensión matemática y un punto de partida para la formalización de los conceptos. Además, promueven en el alumno la necesidad de buscar argumentos sólidos para sostener sus hipótesis en el intercambio entre pares. El docente deberá estar atento a lo que dicen los alumnos en estas discusiones, ya que las mismas dan la posibilidad de tomar contacto con los conocimientos y los errores de los participantes.
Por esto la apuesta es enseñar "en" y "para" el *juego* para que los niños y/o adolescentes vean facilitado su trabajo, que se puedan modificar algunas de las dificultades que suelen surgir en el aprendizaje, con una última finalidad: comprender y mejorar las prácticas de enseñanza.

USO DEL MATERIAL

El material preparado para esta propuesta consiste en dos *rompecabezas* formados cada uno de ellos por sesenta y cuatro piezas de igual superficie. Estas piezas surgen de un mismo cuadrado por lo que conservan la superficie pero modifican su perímetro.
El cuadrado básico, (es el que genera las piezas) surge de un *rompecabezas* de cinco piezas, cuatro triángulos rectángulos y un cuadrado que al ensamblarse dan lugar a un cuadrado y a dos configuraciones de pentominós, uno con forma de **T** y otro con forma de **U.**
Uno de los rompecabezas posee todas sus piezas con borde curvo y el otro tiene sus piezas con bordes rectos. Estas piezas surgen de diferentes configuraciones que se obtienen al considerar al cuadrado como un eneaminó.
Cada uno de los *rompecabezas* presenta dos fases ; uno de ellos tiene una cara pavimentada con el pentominó **T** surgido a partir del cuadrado originante y la otra está cubierta con un pentágono equilátero, pero no equiángulo, que al ensamblarse diseña un hexágono no regular (el pentágono surge al cortar dos triángulos en el cuadrado originante de todas las piezas).El otro tiene una cara cubierta con el pentominó **U** (también surgido del cuadrado base) y la cara opuesta se cubre con teselas formadas con peces surgidos al fraccionar el cuadrado en cuartos y ,por cortes y rotaciones se obtienen mitades de peces.
Para facilitar el ensamble de las piezas de cada *rompecabezas* se les asocia a cada uno un pizarrón magnético que permitirá jugar y/o visualizar en posición vertical.
Está prevista la superposición de ambos rompecabezas de esta manera se facilitará la obtención de "huecos" a partir de los cuales se visualiza la tesela inferior; contribuyendo a la idea de "fracción".
Cada tesela representa la unidad o una fracción de ella, al igual que cada una de las piezas de los rompecabezas.

INTENCIONES PEDAGÓGICAS

- Descubrir las simetrías y sus consecuencias.
- Diferenciar entre figura geométrica (abstracta) y su representación material.
- Diferenciar perímetro de superficie.
- Establecer relaciones parte-todo.
- Armar y calcular volúmenes.

- Identificar figura-fondo.
- Abstraer conceptos y relaciones.
- Integrar el lenguaje propio del pensamiento visual.
- Utilizar gráficos, esquemas y dibujos.
- Facilitar la concentración, debido a la situación de *juego*. (Aizencang, 2005)
- Generar iniciativas y dejar de lado el aburrimiento.
- Facilitar el intercambio con otros.
- Favorecer el placer al superar obstáculos.
- Fomentar la tolerancia al error, esto evitará frustraciones.
- Diferenciar entre medio y fin, el proceso es más relevante que el resultado por alcanzar.
- Anticipar funciones relevantes que le permiten realizar transformaciones para resolver el conflicto.
- Respetar reglas impuestas por el grupo.

IMPLEMENTACION

La versatilidad del material nos permite la utilización del mismo desde la sala de 5 (cinco), del Nivel Inicial hasta el último año de la E.S.B. (3º año).
Algunas sugerencias para el uso del material (cada docente establecerá el esquema que le convenga de acuerdo con los conocimientos y dificultades de su grupo de alumnos):

NIVEL INICIAL

Algunas sugeridas por Cerquetti (1994)
(Desde sala de 5) Posibilidad de construir un sólido por ensamblaje de otros sólidos.
(Desde sala de 5) Buscar la mayor cantidad posible de ensamblajes.
(Todas las salas) Apilamientos libres.
(Desde sala de 5) Formar la tesela de peces.
(Desde sala de 5) Reconocer simetrías.
(Desde sala de 5) Reconocer figuras en los *rompecabezas*.
(Desde sala de 5) Reconocer traslaciones.
(Desde sala de 5) Reconocer letras más comunes.
(Desde sala de 5) Contar y sumar.
(Desde sala de 5) Noción de fracción. Reconocimiento de mitad y de cuarto.

E.P.B.

Algunas contempladas en los Diseños Curriculares vigentes

PRIMER CICLO

(Desde 1º año) Reconocimiento de figuras.

(Desde 1º año) Reconocer fracciones en un mismo lado del *rompecabezas* ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$)

(Desde 1º año) Encontrar equivalencias de fracciones entre diferentes partes del *rompecabezas.*
(Desde 1º año) Identificar simetrías.
(Desde 1º año) Armar los *rompecabezas*.
(Desde 2º año) Encontrar las simetrías en los teselados.
(Desde 3º año) Diferenciar figuras.
(Desde 2º año) Intentar el cálculo intuitivo de perímetro.
(Desde 3º año) Comenzar con la idea de superficie.

SEGUNDO CICLO

(Desde 4º año). Reconocer y clasificar las simetrías.
(Desde 4º año) Encontrar las traslaciones en los teselados.
(Desde 5º año) Diseñar nuevas teselas.
(Desde 4º año) Reconocer los eneaminós y encontrar otras configuraciones.
(Desde 6º año) Calcular volúmenes de los distintos sólidos "raros".
(Desde 5º año) Calcular perímetros y superficies de las piezas de los *rompecabezas* y de los cubrimientos.
(Desde 4º año) Encontrar equivalencias entre las diferentes fracciones.

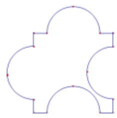
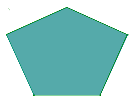
E.S.B.

(Desde 1º año). Comenzar el trabajo de proporcionalidad.
(Desde 1º año). Establecer relaciones entre las superficies de las distintas figuras.
(Desde 2º año) Encontrar el valor exacto de las longitudes de las piezas que forman el *rompecabezas.*
(Desde 2º año) Reconocimiento de la existencia del número irracional.
(Desde 1º año). Encontrar las figuras simétricas.
(Desde 2º año) Realizar el desarrollo de las piezas de los *rompecabezas.*
(Desde 2º año) Intentar la construcción de nuevos cubrimientos: Uso de Cabri Géomètre II Plus.
(Desde 1º año) Realizar piezas a partir del cuadrado base, distintas a las que forman los *rompecabezas*.

EL MATERIAL

El material que se sugiere puede ser construido por lo mismos niños y/o adolescentes, ya que constituye en sí mismo un problema no convencional que exige la puesta en marcha de habilidades manuales y destrezas en el uso de herramientas (estos aspectos han dejado de ser tenidos en cuenta en estas últimas modificaciones de la enseñanza básica). Se prevé que los materiales puedan ser económicos y posibles de construir en cualquier contexto social, no por desconocer u oponerse a las nuevas tecnologías, sino para presentar opciones que alternen su uso. (Ricotti, 2005)
Con estos *rompecabezas*, el número racional se trabaja desde lo visual buscando una fuerte reflexión sobre las relaciones parte-todo y parte-parte en un todo continuo. Para profundizar se calculan áreas y perímetros, apelando a propiedades y teoremas para iniciar la formalización.
La experimentación con el material lleva a las propiedades de las figuras, esto le dará significatividad a los resultados y a la necesidad de ordenar datos para obtener representaciones claras de las medidas.
Los alumnos pueden generar la idea de volumen, con la posibilidad de deducir cómo encontrar su valor numérico a partir de la idea de "apilar".
Este material deja un margen total de libertad al docente para que de acuerdo con sus capacidades, gustos y/o estilos decida cómo, cuando y para qué utilizarlo, solo pretende ser el comienzo de vivencias diferentes, de expresiones enriquecedoras que hagan más apasionante la clase de matemática.
El uso de la imagen, tan popular en los medios de comunicación actuales, será necesario para lograr el entendimiento con miras a un aprendizaje más directo.

LOS DISEÑOS

	Cuadrado originante	Eneaminó	Piezas curvas
Piezas			
	Tesela **T**	Tesela **U**	
Teselas			
	Pececitos	Pentágono	
			

COMENTARIOS FINALES

El tiempo de aprender es tiempo de producción diferenciada de sentidos y de construcción de reglas comunes para su comunicación. Es un tiempo lúdico, creativo, integrador, gozoso; el tiempo de aprender es tiempo de producción y comunicación .Se debe recuperar el sentido del enseñar y el aprender, se debe recuperar la fascinación por lo desconocido, la audacia de la transformación y la indisciplina del pensamiento y la razón.
Entonces se debe pensar acerca de lo que se enseña, para qué se hace y buscar fundamentos que avalen la elección de los contenidos que se desarrollan en cada ciclo .Esta reflexión aparece como llena de nuevas posibilidades, como rica y sumamente interesante. El planteo de un problema que sea abierto, que plantee pocas indicaciones para su solución, dará a los alumnos más posibilidades para que sean ellos los que construyan los caminos, las estrategias y nuevos procedimientos y relaciones entre los datos que se les presentan. Si además, su resolución permite la formulación de nuevos interrogantes, se transformará en un punto de partida para nuevos aprendizajes.
Aprender a aprender con otros llevará a rescatar lo lúdico del enseñar y el aprender, que significa idear modos creativos y novedosos de abordar y resolver problemas, llenar de significaciones los datos y los conceptos y, abrir espacios para construir procedimientos que le den sentido al aprendizaje.
Se debe romper con las rígidas estructuras que habitan todavía algunas aulas, se debe inventar, recrear e idear nuevas formas para poder construir nuevas utopías.
El juego llevará, entonces, a un saber hacer, un saber actuar, un saber aprender, un saber construir nuevos saberes, es decir un saber que conducirá a un poder hacer.
Entonces ya se estaría llegando al logro de aprendizajes complejos que implican asumir posiciones, compromisos, responsabilidades.

Enseñar es marcar recorridos posibles, aunque no indicar cuales se deben transitar.
Enseñar es pensar con el otro, para ayudarle a pensar, pero no pensar por el otro.
Enseñar es abrir espacios de interrogación y de construcción sin dar la información precisa.
Enseñar es *jugar* .Porque el juego permite nuevas prácticas de enseñanza, promueve la cooperación como valor social y facilita la negociación.
El sentido lúdico del aprender promueve y asegura la creatividad ,permite reinventar nuevas y viejas escenas ,hace reír ,asombra , convoca ,causa enojo o eriza la piel .
Nos permite discutir teorías, inventar razones, justificar cada descubrimiento, cada invento, cada idea, cada hecho.
Juguemos, y entre ilusiones y sueños, entre memoria y olvido, y entre hilachas de cuentos, sonidos y olores que se mezclan busquemos el camino que nos devele el secreto que nos permita recuperar el placer por enseñar y aprender.

BIBLIOGRAFÍA

- Aizencang, N. (2005). *Jugar, aprender y enseñar.* Buenos Aires: Manantial.
- Baquero, R. (2001). *Introducción a la psicología del aprendizaje escolar*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Quilmes.
- Beltrán, J. y otros. (1993). *Intervención psicopedagógica*. Madrid: Pirámide.
- Bixio, C. (2006). *¿Chicos aburridos? El problema de la motivación en la escuela.* Rosario: Homo Sapiens.
- Bixio, C. (1999). *Enseñar a aprender.* Rosario: Homo Sapiens.
- Cerquetti-Aberkane, F. (1994). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial*. Buenos Aires: Edicial.
- Cerquetti-Aberkane, F. (1994). *Enseñar Matemática en los Primeros Ciclos*. Buenos Aires: Edicial.
- Documentos de la Revista de Educación. (2003). *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial* 1º Parte. La Plata: Subsecretaría de Educación. DGCyE.
- Documentos de la Revista de Educación. (2003). *Orientaciones didácticas para el Nivel Inicial* 2º Parte. La Plata: Subsecretaría de Educación. DGCyE.
- Edelstein, G. (1995). *Imágenes e Imaginación .Iniciación a la Docencia*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Paidos.
- Ricotti, S. (2005). *Juegos y problemas para construir ideas matemáticas .*Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Vergnaud, G. (1997). *Aprendizajes y didácticas: ¿qué hay de nuevo?* Buenos Aires: Edicial.
- Villella, J. (2001). *Uno, dos, tres…geometría otra vez*. Buenos Aires: Aique.