

ÁREA EM LIVROS DIDÁTICOS BRASILEIROS DO 6º ANO: UMA ANÁLISE DE PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICAS.

José Valério Gomes da Silva.
valerio.gomes@yahoo.com.br

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco – Brasil

Tema: I. Ensino e Aprendizagem de Matemática. I.3 – Pensamento Geométrico

Nível de Instrução: Medio (11 a 17 años)

Modalidade: Comunicación breve

Palabras-chave: Área. Livro Didático. Praxeologia Matemática.

Resumo

Esta pesquisa teve por objetivo analisar o ensino da grandeza área (Douady e Perrin, Glorian, 1989, Baltar, 1996) proposto nos capítulos dedicados a esse assunto em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O marco teórico da pesquisa é a Teoria Antropológica do Didático – TAD (Chevallard, 1991, 1992, Chevallard, Bosch e Gascon, 2001). O estudo foi desenvolvido em duas etapas sucessivas. A primeira identificou os tipos de tarefa dos capítulos de área em oito livros didáticos (LD) aprovados no PNLD 2008 e a segunda permitiu identificar as organizações pontuais dos tipos de tarefa predominantes na primeira etapa em dois LD do PNLD 2011. Os resultados dessa pesquisa indicam que a ênfase na grandeza área é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza. O tipo de tarefa mais frequente nos capítulos analisados foi T_1 : “Calcular a área de figuras planas”. Na verdade a maioria dos LD abordava apenas o cálculo da área do retângulo e do quadrado. Nos estudos realizados percebemos que as organizações matemáticas pontuais identificadas em torno de T_1 não dão conta da aprendizagem do conceito de área enquanto grandeza.

Introdução

A importância de estudarmos o campo das grandezas e medidas não se limita apenas ao seu uso social. O estudo desse campo também favorece o estabelecimento de conexões com outros componentes curriculares e de articulações com outros conteúdos da Matemática. Dentro das grandezas e medidas temos as grandezas geométricas que contemplam esses aspectos, ou seja, a relevância social, as conexões com outros conteúdos da matemática escolar e as articulações com outros componentes curriculares. Em nosso estudo, iremos nos deter na grandeza geométrica área.

No currículo escolar o conceito de área é abordado nas séries iniciais e retomado para um aprofundamento no 6º ano, o que justifica a nossa escolha da análise dos livros didáticos (LD) deste ano. Não resta dúvida da importância dos LD na escola, seja como um suporte na elaboração, gestão e sistematização das aulas por parte do professor, seja no papel de guia na aprendizagem dos alunos.

O objetivo do artigo é analisar as abordagens dos capítulos de área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados nos PNLD/2008 e 2011 sob a ótica da TAD, mais especificamente, sob a ótica da praxelogia matemática.

Referencial teórico

O breve sobrevôo feito na nossa dissertação sobre a aprendizagem e o ensino de área (SILVA, 2011) mostra que há muitos estudos sobre esse tema, o que fornece um bom suporte para elaborar os critérios de análises dos LD. Por outro lado, não localizamos nenhum trabalho que tomasse como foco uma análise sistemática do conceito de área e suas abordagens em diversas coleções. Portanto, a questão central que nos ocupou nesse recorte da dissertação, em foco no presente artigo foi: Qual a maneira que os Livros Didáticos Brasileiros de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental abordam o conceito de Área?

Tomamos como alicerce, as pesquisas desenvolvidas por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian sobre o conceito de área como grandeza. Tais pesquisas, apontaram algumas dificuldades conceituais de aprendizagem apresentadas pelos alunos, o que conduziu à construção e experimentação de uma engenharia didática norteada pelas seguintes hipóteses:

- O conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecer relações necessárias entre os domínios geométrico e numérico.
- Uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre as grandezas comprimento e área.

Construir área como grandeza autônoma, para as pesquisadoras, exige distinguir claramente área e superfície, bem como área e número. É preciso destacar que o que justifica a proposta de abordagem da área como grandeza é a análise dos erros frequentes cometidos por alunos ou ainda alguns entraves observados na aprendizagem da área.

Para que tenhamos uma análise significativa dos resultados, a nossa fundamentação em relação ao conceito de área, vista anteriormente, deverá estar bem articulada com a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Pensando nisso, iremos apresentar os elementos dessa teoria construída por Yves Chevallard e seus colaboradores que foram utilizados na nossa pesquisa.

No âmbito da TAD, qualquer atividade humana pode ser descrita por um modelo chamado praxeologia, o qual é composto por quatro elementos: tipo de tarefa, técnica,

tecnologia e teoria. O par (tipo de tarefa, técnica) caracteriza o aspecto saber-fazer (práxis) e o par tecnologia-teoria remete ao aspecto do saber (logos).

A existência de uma técnica supõe a existência de um discurso interpretativo e justificativo dessa técnica no âmbito da sua aplicação e da validação da mesma. A tecnologia visa tanto tornar o tipo de tarefa compreensível como também justificar a(s) sua(s) técnica(s).

As tecnologias são afirmações mais ou menos explícitas. São proposições, definições, teoremas, e outras. Em certos momentos podemos pedir explicação da tecnologia, passando para um nível maior de justificação – explicação, nesse momento passamos para o nível teoria (θ). A teoria é um discurso mais amplo que tem como função interpretar e justificar a tecnologia, ou seja, é a tecnologia da tecnologia.

De modo geral, há diversas maneiras de resolver cada tipo de tarefa, como também, para justificar uma determinada técnica, pode haver discursos argumentativos diferentes. Mas na TAD o interesse se volta para a identificação das técnicas e dos elementos tecnológico-teóricos privilegiadas nas instituições.

Instituição é um elemento primitivo da TAD e, portanto, não admite definição, mas Chevallard (2003) dá ideia de seu significado na teoria:

“dispositivo social total, que certamente pode ter uma extensão muito pequena (ou reduzida) no espaço social, mas que permite e impõe a seus sujeitos, quer dizer a pessoas X que vêm ocupar diferentes posições, maneiras próprias de fazer e de pensar”. (CHEVALLARD, 2003, p.132)

Sendo a matemática uma atividade humana, ela pode ser descrita por meio de praxeologias. No nosso caso, estamos interessados em descrever praxeologias matemáticas (ou organizações matemáticas - OM) relativas à área, em livros didáticos do 6º ano. Vamos então buscar elementos de resposta a algumas questões: quais os tipos de tarefa presentes nos capítulos sobre área nos livros didáticos de 6º ano? Quais as técnicas propostas nesses livros para resolver tarefas em torno da área? Quais os elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar e explicar as técnicas?

Dentro da TAD é possível adotar graus distintos de generalidade, analisando praxeologias focadas nos componentes tecnológico, teórico ou em agregados de teorias, mas também é factível tomar um nível de granularidade mais fino, analisando as praxeologias ditas pontuais [T, τ , θ , Θ] as quais são relativas a um único tipo de tarefa. Essa foi a escolha feita na presente pesquisa, ou seja, vamos caracterizar OM pontuais relativas ao conceito de área em LD de 6º ano.

Metodologia

Nesta pesquisa, só foram analisados os capítulos onde o conceito de área é objeto de estudo. Tal conceito está presente em outros capítulos, como ferramenta articuladora de outros conteúdos. Entretanto, optamos por focar apenas o seu estudo como objeto, a fim de ter condições de realizar uma análise mais minuciosa.

As nossas análises dos livros didáticos foram divididas em duas etapas. A 1ª etapa permitiu fazermos um mapeamento dos tipos de tarefas no capítulo de área de oito coleções mais escolhidas nas escolas públicas do Estado de Pernambuco aprovadas no guia/2008 segundo o FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação), como também identificamos os tipos de tarefas mais abordadas no capítulo em questão. No momento de escolha das coleções analisadas para a 2ª etapa, já havia sido publicado o guia do PNLD 2011. Então, decidimos escolher na segunda etapa, obras aprovadas no PNLD 2011 que tivessem sido analisadas na 1ª etapa de pesquisa. Três livros atendiam a essas condições. Dentre eles, optamos pelas coleções escolhidas por um maior número de professores no Brasil de acordo com dados do FNDE.

A 2ª etapa consistiu na caracterização das praxeologias pontuais relativas ao tipo de tarefa predominante nos capítulos de área, de acordo com a etapa 1. Como nosso objetivo não era comparar coleções de livros didáticos de autores diferentes e nem fazer nenhum tipo de julgamento, optamos em não divulgar os títulos e autores de tais obras.

Resultados das análises dos livros didáticos brasileiros do 6º ano.

1ª etapa - Foi analisado o capítulo de área dos oito livros didáticos identificando os tipos de tarefa (T) abordados, verificamos também o tipo de tarefa mais frequente no estudo do conceito em foco. Os demais componentes da OM (técnica, tecnologia e teoria) não foram analisados nesta etapa.

No universo dos oito livros didáticos de 6º ano analisados, identificamos 13 tipos de tarefa relativos a área: T₁: Calcular a área de figuras planas; T₂: Calcular o comprimento de um lado, de uma altura ou de uma diagonal de uma figura plana conhecendo sua área; T₃: Calcular a área total da superfície de uma figura espacial; T₄: Determinar a área de uma figura plana; T₅: Construir figuras planas; T₆: Comparar as áreas de figuras planas; T₇: Converter uma unidade de área em outra unidade de área; T₈: Escolher a unidade de área mais adequada; T₉: Ler uma medida de área; T₁₀: Efetuar operações fundamentais usando a medida da área de figuras planas; T₁₁: Estimar a medida da área

de figuras geométricas; T₁₂: Identificar a unidade de área usada para medir a superfície de uma figura poligonal; T₁₃: Associar o símbolo de uma unidade de área ao seu respectivo nome.

Foram analisados os capítulos e/ou seções nos quais área era o objeto de estudo em foco. Cabe esclarecer também que na quantificação das tarefas de cada tipo foram considerados, indiscriminadamente exemplos e exercícios propostos e que em cada situação com mais de um item, cada item foi classificado e correspondeu a uma tarefa. O quadro que segue, fornece uma visão de conjunto do quantitativo de tarefas de cada tipo nos oito LD de matemática do 6º ano analisados nessa etapa da pesquisa.

QUANTITATIVO DOS TIPOS DE TAREFA NOS OITO LIVROS DIDÁTICOS													
T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	T ₁₃	Total
136	25	12	132	15	71	94	5	3	16	3	1	6	519

Quadro 1: Quantitativo dos tipos de tarefa identificados nos oito LD.

O mapeamento dos tipos de tarefa em oito LD de 6º ano aprovados no PNLD 2008 apresentado no quadro 1 permitem observar algumas tendências: o foco da maioria das discussões envolve a medida trazendo uma lacuna nas discussões envolvendo as grandezas (T₁, T₂, T₃, T₄, T₁₀); o campo numérico é o mais privilegiado, apesar de percebermos indícios de melhora em relação a tipos de tarefa envolvendo a interação com outros campos; há ênfase nas situações de medida e de conversão de medida (dos 519 exercícios identificados T₁ – 26%, T₄ – 26%, T₇ – 18% totalizando 70% das questões). Baseado na classificação das pesquisas de Baltar (1996) as situações de comparação ainda permanecem com um quantitativo pouco expressivo, principalmente se essas situações não envolvem medida (14% do total dos exercícios); as situações de produção nas obras analisadas são inexpressíveis (5% dos oito LD). O trabalho com estimativas e aproximações nas obras está no início em alguns LD e em outros não iniciou ainda (1% dos 519 questões).

Quando consideramos os capítulos de área no conjunto dos oito LD percebemos que a maior quantidade abordada pelos autores são as tarefas do tipo “calcular a área de figuras planas” (T₁). Agora no intuito de nos aprofundarmos um pouco mais, sentimos a necessidade de mais uma etapa na qual pudéssemos identificar os outros elementos da praxeologia matemática.

Para atingirmos os objetivos da segunda etapa, analisamos o capítulo de área dos dois LD (LD 1 e LD 4) em dois blocos: a identificação do bloco saber fazer e a identificação do bloco saber. Nosso desejo aqui é caracterizar as praxeologias matemáticas pontuais em torno de T_1 (o tipo de tarefa mais frequente na primeira etapa). Identificaremos agora as técnicas e os elementos tecnológicos-teórico em torno de T_1 .

LD 1 - Nas seções “Áreas de alguns polígonos”, “Área do retângulo” e “Área do quadrado” podemos identificar o tipo de tarefa T_1 (calcular a área de figuras planas). A técnica usada para resolver o exemplo da primeira seção é τ_{14} : “Escolher a unidade de área adequada, ladrilhar a figura poligonal usando a unidade de área escolhida e em seguida comparar a quantidade de superfícies unitárias usadas para o ladrilhamento”. Ou seja, o retângulo é quadriculado com quadradinhos de 1cm de comprimento de lado, sendo encontrada a área contando o número de quadradinhos e associando ao produto do comprimento dos lados. Seguido imediatamente de uma generalização para todos os retângulos, parte de um exemplo e já generaliza para todos.

Na seção “Área do retângulo” também identificamos T_1 : “Calcular a área de figuras planas” especificamente o subtipo st_{12} : “Calcular a área de um retângulo dada a medida do comprimento e da largura” para resolver essa tarefa a técnica é τ_{11} : “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo, e o produto será a medida da área da figura”. Observando o exemplo anterior sob a ótica do Jogo de quadros de Douady & Perrin-Glorian (1989), percebemos uma relação entre o campo geométrico e o campo numérico. Baseando-se na classificação de Baltar (1996), esse exemplo trata-se de uma situação de medida apesar de que, no momento que definimos a unidade de medida, realizamos uma comparação entre a unidade de medida unitária e a figura a ser medida. A seção “a área do quadrado” no LD₁ introduz a fórmula da área de um quadrado de modo análogo à fórmula da área de um retângulo.

No LD₄ a seção “Área de uma região retangular” se inicia com um exemplo resolvido e em seguida, a dedução da “fórmula da área de uma região retangular”. Tal exemplo resolvido envolvendo a área do retângulo exibe uma malha quadriculada com quadrados menores de 1cm de lado para inicialmente ser contado os quadradinhos e logo depois ser associado ao produto do comprimento pela largura. O tipo de tarefa desse exemplo é o T_1 : “Calcular a área de figuras planas” especificamente o subtipo é st_{12} : “Calcular a área de um retângulo dado a medida do comprimento e da largura” para resolver essa tarefa a técnica usada foi a τ_{11} : “Multiplicar o comprimento pela largura do retângulo o

produto será a medida da área da figura”. Em seguida, a fórmula para o cálculo da área de qualquer retângulo é apresentada usando inclusive os termos “base” e “altura” e suas respectivas simbologias. Os Parâmetros Curriculares Nacional - PCN apontam que no 6º ano devemos evitar generalizações e que o foco principal seja na construção do conceito. O exemplo em questão mostra uma relação de equivalência, ou seja, a passagem do campo geométrico para o campo numérico.

Existem outras seções envolvendo outras figuras poligonais como: quadrado, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango, porém não é proposto nenhum exemplo resolvido. As seções se restringem apenas na dedução geométrica das fórmulas, ou seja, se restringe apenas aos elementos tecnológico-teóricos.

A tecnologia no LD₁ que justifica a técnica exposta na obra consiste no ladrilhamento do retângulo (ou quadrado) com superfícies unitárias de 1 cm² seguida da contagem de superfícies unitárias, a qual é facilitada pela observação implícita da contagem de linhas e colunas seguida da multiplicação entre a quantidade de linhas e a quantidade de colunas. Cabe ressaltar que essa explicação só é suficiente no caso de retângulos cujas medidas dos lados são naturais. As teorias nas quais essa tecnologia se apoia são relativas aos campos das grandezas e medidas, da geometria e dos números racionais escritos na forma decimal, bem como das operações com grandezas e com números.

Os elementos tecnológico-teóricos identificados no LD₄ são: conceito e propriedades de segmento de reta, conceito e propriedades de figuras geométricas planas e operações fundamentais de números racionais. Justificados pelas teorias Θ: Grandezas e Medidas e Números racionais.

Considerações Finais

O quadro teórico da TAD e especificamente a análise praxeológica permitiram caracterizar o modo como o estudo de área é conduzido nos livros didáticos de 6º ano: que aspectos desse conceito são privilegiados, que aspectos não parecem receber a devida atenção. O estudo do capítulo de área em LD nas duas etapas confirma a tendência em focar os aspectos numéricos, reforçando o aprendizado do conceito de área na ‘medida’ e nas ‘conversões de unidades’. Os aspectos em torno da ‘grandezas’ recebem pouca ênfase.

O diálogo dessa análise com pesquisas anteriores sobre a aprendizagem e o ensino das grandezas geométricas aponta para a necessidade de reforçar nos livros didáticos a construção do sentido de área como grandeza. Com efeito, o favorecimento excessivo do aspecto numérico provoca entraves na distinção e relação entre os quadros numérico

e geométrico proposto por Douady & Perrin-Glorian (1989). Quando caracterizamos as praxeologias matemáticas pontuais $[T_1, \tau_{1n}, \theta_1, \Theta]$ em torno de T_1 concluímos que tais organizações identificadas não dão conta em cumprir com seu papel na aprendizagem do conceito de área enquanto grandeza, ou seja, um aluno usuário de um desses LD analisados iria ter dificuldade em construir o conceito de área como uma grandeza que se relaciona com os campos geométrico e numérico.

Não foi observado na pesquisa o uso dos LD por professores na sala de aula. Mas podemos extrair dessa pesquisa uma recomendação aos professores no sentido de completar a abordagem dos LD, realizando em sala de aula atividades que envolvam comparação de áreas e produção de figuras planas sem que o aspecto numérico seja central.

Referências Bibliográficas

- Baltar, P. M. (1996). *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège*. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Brasil. (2007/2010). Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. *Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano) – PNLD 2008/2011*. Brasília.
- Brasil. (1998). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF. Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposition didactique*. Du savoir savant au savoir enseigné. France: La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). *Concepts Fondamentaux de La Didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique*.
- Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas O elo perdido entre o ensino e aprendizagem*. Tradução: Daisy Vaz Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora.
- Chevallard, Y. (2003). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*. Acesso em 07 de junho de 2013 de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Douady, R.; Perrin-Glorian, M.-J. (1989) Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: *Educational Studies in Mathematics*. v. 20, n.4, p. 387-424.