

## LAS COORDENADAS POLARES EN LA NATURALEZA USANDO WINPLOT

Elizabeth Milagro Advíncula Clemente  
eadvincula@pucp.edu.pe  
PUCP - Perú

Tema: TIC y matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario

Palabras clave: coordenadas polares, naturaleza, *Winplot*.

### Resumen

*La presente experiencia se llevó a cabo en el curso Matemática Básica de la Facultad de Estudios Generales Ciencias de la Pontificia Universidad Católica del Perú y tenía por finalidad que los estudiantes resuelvan situaciones relacionadas con las curvas en coordenadas polares usando el software Winplot. Las actividades propuestas buscaban que los estudiantes reconozcan y utilicen las curvas en coordenadas polares, como cardioides, caracoles, lemniscatas, rosas y espirales, para representar algunos elementos de la naturaleza como por ejemplo: flores, animales, etc. En esta experiencia utilizamos el software Winplot ya que este permite que los estudiantes elaboren conjeturas y realicen modificaciones a los parámetros de las ecuaciones de las curvas en coordenadas polares de manera inmediata, logrando las formas y tamaños que necesitan para resolver las situaciones propuestas. Observamos que el uso de este software favorece el aprendizaje por descubrimiento y promueve la participación activa de los estudiantes en su aprendizaje debido a su flexibilidad y versatilidad.*

### Introducción

En la enseñanza de las coordenadas polares, en el curso de Matemática Básica, observamos que nuestros estudiantes tienen dificultades para graficar ecuaciones dadas en coordenadas polares como cardioides, caracoles, rosas, lemniscatas y espirales. Además, presentan dificultades para analizar el comportamiento de estas gráficas cuando se cambian los valores de los parámetros involucrados en dichas ecuaciones.

En la búsqueda de alternativas para esta problemática encontramos a Brousseau (1998) quién señala que el aprendizaje se da en la interacción entre el estudiante y una situación que permita la apropiación de los conocimientos matemáticos deseados. Es decir, los conocimientos se construyen por adaptación a un medio que aparece como problemático para los estudiantes.

Por ello, como docentes tenemos el reto de diseñar situaciones de enseñanza que propicien y favorezcan el aprendizaje de los estudiantes.

Esto nos lleva a proponer actividades que incluyan situaciones que generen curiosidad y permitan que los estudiantes aprendan sobre las coordenadas polares a través del descubrimiento, explorando, analizando, elaborando conjeturas y verificándolas; usando

para ello el *software Winplot* ya que este es un recurso que ayuda a crear un medio favorable para el aprendizaje debido a su flexibilidad y versatilidad.

### **Antecedentes**

Consideramos que antes de incorporar un recurso tecnológico en nuestra enseñanza tenemos que reflexionar sobre cómo usarlo de modo que contribuya con el aprendizaje de nuestros estudiantes. En este sentido, Sánchez (2000) señala que las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) son herramientas de apoyo que hay que aprender a usar, de modo que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas en los estudiantes y faciliten la construcción de los conocimientos deseados. Es más, precisa que la tecnología es solo es una herramienta con una gran capacidad que debemos aprender a usar como medio para construir y crear conocimiento.

El *software Winplot* es una herramienta que permite generar gráficas en 2D ó 3D a partir de diferentes tipos de ecuaciones: explícitas, implícitas, paramétricas, polares, cilíndricas y esféricas. Así como observar el comportamiento de estas ecuaciones a partir de la forma que van tomando según la variación de determinados parámetros (valores). También, permite animar las curvas y superficies obtenidas.

En nuestra experiencia usaremos *Winplot* en 2D ya que este permite que los estudiantes obtengan la representación gráfica de un objeto matemático (curva polar) a partir de su representación algebraica (ecuación polar). En términos de Duval (1999) el *software Winplot* estaría permitiendo que los estudiantes observen conversiones de un registro algebraico a un registro gráfico de manera inmediata con solo escribir las ecuaciones. Lo que resulta muy favorable para el aprendizaje de los estudiantes ya que tienen la oportunidad de analizar el comportamiento de las ecuaciones a partir de sus gráficas, comprobar sus conjeturas y corregir sus trazos interactuando de manera directa con esta herramienta.

En consecuencia, *Winplot* ofrece la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje favorables para que los estudiantes adquieran los conceptos matemáticos deseados participando activamente en la construcción de los mismos.

### **Actividades**

Las actividades que compartiremos fueron realizadas en el curso de Matemática Básica, con el objetivo de que los estudiantes adquirieran conocimientos relacionados con las coordenadas polares, reconociendo que las formas geométricas de algunas curvas

polares se encuentran en la naturaleza, como por ejemplo en las flores (margaritas, girasoles, orquídeas, etc.) y los animales (abejas, mariposas, camaleones, etc.).

A continuación mostramos dos actividades de modo de ejemplo.

### Actividad 1

Desarrolle la siguiente actividad utilizando las herramientas del software Winplot. Use del menú las opciones *Ecuación/Polár* y *Ver/Cuadrícula/sectores polares* cuando sea necesario.

- a. Observe las siguientes figuras tomadas de la naturaleza y en cada caso reconozca la gráfica de alguna curva en coordenadas polares en la forma que presentan.



Figura 1. Margarita abeja, mariposa y camaleón

- b. Dada la ecuación  $r = a \cos\left(\frac{b\theta}{2}\right)$ , donde  $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$  y  $a$  y  $b$  son constantes enteras. Grafique distintas curvas modificando los valores de  $a$  y  $b$ . ¿Qué observa en las gráficas si solo cambia el valor de  $a$ ? ¿Qué observa si solo cambia el valor de  $b$ ? ¿Qué observa si  $a$  toma valores pares o valores impares? ¿Qué formas que se encuentran en la naturaleza reconoce en estos gráficos?
- c. Dada la ecuación  $r = a - b \cos(c\theta)$  donde  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes enteras positivas. Grafique distintas curvas modificando los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Explique que observa en las gráficas si solo cambia el valor de  $a$ ,  $b$  o  $c$ . Analice el comportamiento de las gráficas si  $a$ ,  $b$  y  $c$  toman el mismo valor. Grafique la ecuación para  $c = 2$  y  $a < b$ . ¿Qué sucede con las gráficas?
- d. Grafique la ecuación para  $c = 4$  y  $a < b$ . ¿Qué sucede con las gráficas? ¿Qué formas relacionadas con elementos de la naturaleza reconoce en los gráficos obtenidos en esta parte?

- e. Dada la ecuación  $r = \frac{1}{\sqrt{a\theta}}$ ,  $-8\pi \leq \theta \leq 8\pi$ . Grafique la ecuación para  $a = 1$  y diga si reconoce la forma de algún elemento de la naturaleza. ¿Qué sucede con las gráficas si  $a$  toma valores mayores que 1? ¿Qué sucede si  $a$  toma valores menores que 1?
- f. Represente la forma de una abeja utilizando una o más ecuaciones dadas en coordenadas polares.

## Actividad 2

Esta actividad es colaborativa y consta de tres partes. La primera parte es un trabajo individual que consiste en graficar y reconocer algunas curvas conocidas. La segunda parte es un trabajo en parejas que consiste en resolver algunas preguntas cuyas respuestas serán utilizadas en la tercera parte de esta actividad. La mitad de los estudiantes desarrolla la actividad en parejas 1 y la otra mitad la actividad en parejas 2, ya que estas son diferentes. La tercera parte es un trabajo que los estudiantes realizan en grupos de 4, formados por dos estudiantes que han desarrollado la actividad en parejas 1 y dos que han desarrollado la actividad en parejas 2, esto debido a que necesitarán los resultados de ambas partes para desarrollar la tercera parte.

A continuación mostramos el contenido de cada parte de esta actividad.

### Parte I: Trabajo individual

Trace las gráficas de las curvas  $C_1 : r^2 = 4\text{sen}(2\theta)$  y  $C_2 : r^2 = \frac{4}{1 + \cos^2 \theta}$ . Indique el nombre que recibe cada curva y describa sus principales características.

### Parte II: Trabajo en pareja 1

Dada la ecuación de la curva  $C : r = a + b\text{sen}(2\theta)$  donde  $0 < b \leq a$ .

- Analice el comportamiento de la curva  $C$  (ecuaciones equivalentes, simetrías e interceptos con los ejes).
- En un mismo sistema de coordenadas polares:
  - Grafique la curva  $C$  para  $a = 2$ ,  $b = 0,5$  y  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
  - Grafique la curva  $C$  para  $a = 2$ ,  $b = 1$  y  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
  - Grafique la curva  $C$  para  $a = 2$ ,  $b = 1,5$  y  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Determine en cada caso los valores máximo y mínimo que puede tomar  $r$ . Describa los cambios observados en las gráficas para los distintos valores de  $b$ .

Use del menú las opciones **Ecuación/Polar** y **Ver/Cuadrícula/sectores polares**.

- c. Grafique la curva  $C$  para  $a=b=2$  y para  $a=b=1$ , ambos con  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ .

Explique cómo cambian estas gráficas respecto a las anteriores.

Use del menú las opciones **Ecuación/Polar** y **Ver/Cuadrícula/sectores polares**.

### Parte II: Trabajo en pareja 2

Dada la ecuación de la curva  $C:r = a \cos(2\theta)$ , donde  $a > 0$ .

- a. Analice el comportamiento de la curva  $C$  (ecuaciones equivalentes, simetrías e interceptos con los ejes).

- b. En un mismo sistema de coordenadas polares:

- Grafique la curva  $D$  para  $a = 5$  y  $-3\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$ .
- Grafique la curva  $D$  para  $a = 4$  y  $\pi/4 \leq \theta \leq 5\pi/4$ .

Use del menú las opciones **Ecuación/Polar** y **Ver/Cuadrícula/sectores polares**.

- c. Halle la ecuación polar de una circunferencia con centro en  $(0; 4)$  y de radio igual a 0,5 unidades. Grafique esta circunferencia en el mismo sistema de coordenadas utilizado en la parte b.

Use del menú las opciones **Ecuación/Polar** y **Ver/Cuadrícula/sectores polares**.

### Parte III: Trabajo grupal

Algunas investigaciones científicas han comprobado que la mariposa es el único ser viviente capaz de cambiar por completo su estructura genética durante el proceso de transformación, el ADN de la oruga que entra al capullo es diferente al de la mariposa que surge. Por ello la mariposa es considerada el símbolo de la transformación total.



Figura 2. Mariposa

En esta parte, elaboren un diseño para representar gráficamente una mariposa utilizando las ecuaciones y graficas obtenidas en el trabajo en parejas, considerando que cumplan las siguientes características:

- a. Posición de la mariposa: Inclínada hacia la derecha.
- b. Longitud del cuerpo (sin contar alas): 7 cm

- c. Longitud de las alas superiores: 5 cm
- d. Longitud de las alas inferiores: 4 cm
- e. Diseños decorativos en las alas: Que mantengan simetría.

El diseño de la mariposa debe incluir la presentación de las ecuaciones del cuerpo, de las alas superiores e inferiores y de los decorativos en las alas, cada una con sus respectivas extensiones para  $\theta$ .

Use del menú las opciones *Ecuación/Polár* y *Ver/Cuadrícula/sectores polares*.

## Resultados

Los resultados que compartiremos surgen de las observaciones realizadas durante el desarrollo de las actividades.

El *software Winplot* es una herramienta útil para enseñar y aprender sobre las coordenadas polares pues permite que los estudiantes obtengan gráficas de manera exacta e inmediata. Lo que hace que enfocemos en el análisis de los resultados obtenidos y la comprensión de los procesos matemáticos involucrados más que en los procedimientos o cálculos que podrían ocupar demasiado para los estudiantes que trabajan con lápiz y papel.

La incorporación del *Winplot* en las actividades propuestas permite crear un medio favorable para el aprendizaje de las coordenadas polares pues promueve la participación activa de los estudiantes en la construcción de su propio aprendizaje, permite que realicen cambios a los parámetros involucrados en las ecuaciones y observen el efecto que estos producen en los gráficos de manera inmediata.

Las actividades propuestas permitieron que los estudiantes reconozcan la importancia de la Matemática para representar e interpretar nuestro entorno y se motiven en el estudio de las coordenadas polares.

## Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1998). *¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?* Bordeaux, France: IREM–Université de Bordeaux.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.
- Guzmán, M. (1999). *Tendencias innovadoras en educación Matemática*. Lima: Moshera.

Sánchez, J. (2000). *Nuevas tecnologías de la información y comunicación para la construcción del aprender*. Chile: LMA Servicios Gráficos.

Winplot. Software disponible en: <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.  
Consultado 20/07/2013