

ENSEÑANZA DE LOS POLIEDROS CON CABRI 3D

Elizabeth Milagro Advíncula Clemente
eadvincula@pucp.edu.pe
PUCP - Perú

Tema: TIC y matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario

Palabras clave: poliedros, prismas, pirámides, Cabri 3D.

Resumen

La experiencia que vamos a compartir se realizó en el curso Introducción a la Matemática Universitaria de la Facultad de Estudios Generales Ciencias de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Consistió en introducir el tema de los poliedros usando el ambiente de geometría dinámica Cabri 3D ya que este favorece la visualización de los objetos tridimensionales como es el caso de los poliedros y facilita el reconocimiento de las propiedades que estos presentan. Además, permite una representación dinámica de estos objetos, de la que se carece al realizar construcciones tradicionales con lápiz y papel, ya que ofrece la posibilidad de mover los elementos básicos de una construcción sobre la pantalla manteniendo fijas las relaciones geométricas existentes. Durante la experiencia observamos que este software permite que los estudiantes elaboren conjeturas, modelen y resuelvan problemas relacionados con los poliedros, en particular con los prismas y las pirámides.

Introducción

En nuestra experiencia, en el curso Introducción a la Matemática Universitaria, relacionada con la enseñanza de los sólidos o figuras tridimensionales, en particular de los poliedros como prismas y pirámides, observamos que los estudiantes presentan muchas dificultades para reconocer las características y propiedades propias de cada poliedro, lo que impide que establezcan las semejanzas y diferencias que estos presentan. Estas dificultades hacen que los estudiantes no logren comprender ni resolver problemas relacionados con los poliedros.

La incorporación del ambiente de geometría dinámica *Cabri 3D* en la enseñanza de los poliedros es producto de una búsqueda sobre recursos que puedan ayudar a la visualización de las figuras tridimensionales, que implica el reconocimiento de sus principales características y propiedades, que luego permitirán comprender y resolver problemas relacionados con los poliedros (Ferreira, 2012).

El software *Cabri 3D* permite que los estudiantes interactúen con representaciones tridimensionales y dinámicas de los poliedros, ampliando de este modo su capacidad de manipulación como lo señala Laborde (2007), ya que pueden realizar modificaciones de manera casi inmediata a las figuras a través de la potencialidad de arrastre que ofrece

este software y observar cómo se mantienen invariantes las propiedades de estas, así como elaborar y verificar conjeturas.

Enfoque teórico

En esta experiencia tomamos en cuenta los aportes de la teoría de Van Hiele ya que esta nos permite comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de nuestros estudiantes tal como lo señala Gutiérrez (2001). Esta teoría nos explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes a través de cinco niveles de razonamiento, que van desde la visualización o reconocimiento de las figuras hasta un tratamiento abstracto y riguroso de los conceptos geométricos. Este modelo también nos propone cinco fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración, que permiten organizar las secuencias de enseñanza y así ayudar a los estudiantes a avanzar de un nivel de razonamiento inferior a uno superior.

Como nos interesa que los estudiantes desarrollen habilidades geométricas fundamentales relacionadas con los poliedros, diseñamos actividades que ayuden a que los estudiantes adquieran los conocimientos esperados. Para ello utilizamos el software geométrico Cabri 3D como un recurso que favorece la visualización de los sólidos en tres dimensiones y facilita el reconocimiento de las propiedades que estos presentan.

Actividades usando Cabri 3D

A continuación mostramos algunas actividades usadas para la enseñanza de los poliedros que tienen por objetivo facilitar el aprendizaje de estos de modo que puedan resolver problemas relacionados con el cálculo de sus áreas y volúmenes.

Actividad 1: Poliedros regulares

- a. Construya los siguientes poliedros regulares usando la caja de herramientas *Poliedros regulares*. Reconozca y describa las características de cada poliedro.

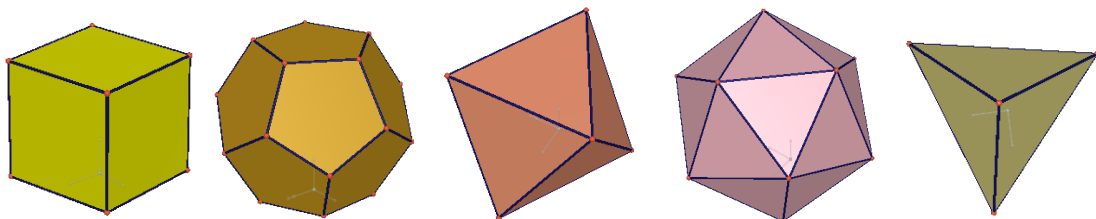


Figura 1. Poliedros regulares

Utilice el arrastre del Cabri 3D para mover cualquier vértice y compruebe si las características de cada poliedro se mantienen a pesar de las modificaciones realizadas.

Establezca las semejanzas y diferencias entre los poliedros regulares construidos.

- b. Muestre el desarrollo en el plano de los poliedros regulares usando la herramienta *Abrir poliedro*, como el del dodecaedro regular que se muestra a continuación.

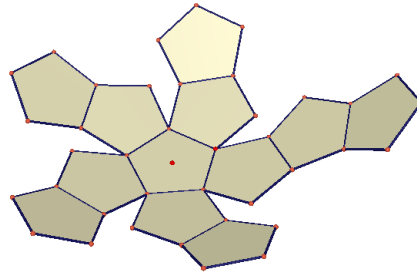


Figura 2. Desarrollo en el plano del dodecaedro regular

Calcule el área de una cara del dodecaedro regular y el área total del dodecaedro regular usando la herramienta de medida *Área*. Determine cuál es la relación que existe entre el área de una cara y el área total del dodecaedro regular.

- c. Calcule el volumen de los poliedros regulares usando la herramienta de medida *Volumen*. Establezca una relación entre las longitudes de las aristas de cada poliedro regular y sus respectivos volúmenes.
- d. Construya un hexaedro regular. Luego ubique los centros de las caras del hexaedro y únalos de modo que obtenga un octaedro tal como se muestra a continuación.

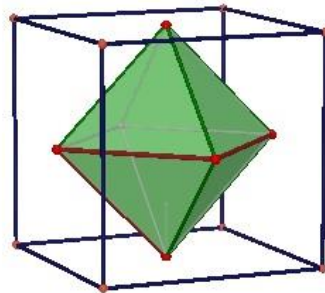


Figura 3. Icosaedro regular inscrito en hexaedro regular

Describa las características del octaedro obtenido. ¿Es un octaedro regular? Determine la relación que existe entre las longitudes de las aristas del octaedro y hexaedro. Además, determine la relación que existe entre el volumen del octaedro y la longitud de la arista del hexaedro regular.

Actividad 2: Poliedros convexos

- a. Construya los siguientes poliedros que se obtienen al truncar un poliedro regular, usando para esto la herramienta *Recorte de poliedro*.

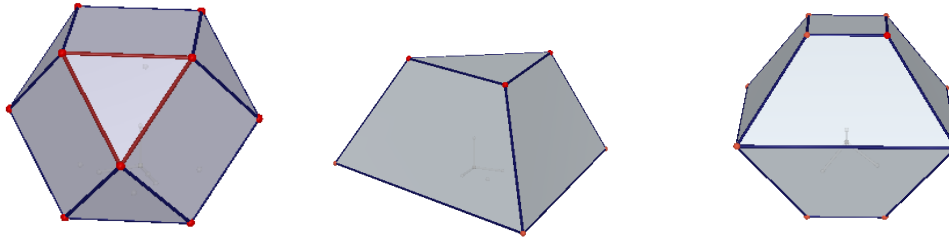


Figura 4. Poliedros convexos que se obtienen truncando poliedros regulares
Explique el procedimiento seguido en cada caso. Identifique el nombre y características de cada poliedro obtenido.

- b. Muestre el desarrollo en el plano de los poliedros construidos en la parte anterior, en una página diferente usando la herramienta **Abrir poliedro** y luego escogiendo la opción **Documento, Nueva página patrón**, como se muestra a continuación.

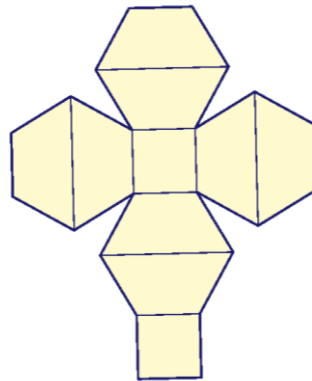


Figura 5. Desarrollo en el plano de un decaedro convexo

Reconozca la forma de las caras de cada poliedro y relacione el área de estas caras con el área total del poliedro obtenido usando la herramienta de medida **Área**.

- c. Calcule el volumen de los poliedros construidos usando la herramienta de medida **Volumen**.

Actividad 3: Área de una pirámide

- a. Construya una pirámide hexagonal usando la herramienta **Pirámide**. Describa las principales características de esta pirámide.

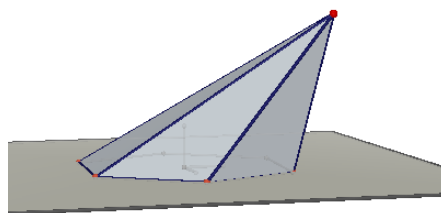


Figura 6. Pirámide hexagonal

Utilice el arrastre del Cabri 3D para mover cualquier vértice y obtenga otras pirámides. Verifique si se mantienen las características de las pirámides.

- b. Calcule el área de la base de la pirámide, de sus caras laterales y el área total de la pirámide utilizando la herramienta de medida **Área**. Verifique si se cumple la relación $A_T = A_L + A_b$, donde A_L es el área lateral y A_b es el área de la base, usando la herramienta **Calculadora**.
- c. Utilice el arrastre del Cabri 3D y obtenga nuevas pirámides moviendo algún vértice. Verifique si la relación $A_T = A_L + A_b$ se mantiene.

Actividad 4: Volumen de una pirámide

- a. Construya un prisma triangular usando la caja de herramientas *prisma* y un *vector* dirección. Para dividir el prisma en tres pirámides cambiar el estilo de la superficie del prisma a *vacío* tal como se muestra a continuación.

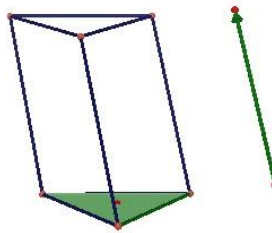


Figura 7. Prisma triangular con estilo de superficie vacío

- b. Divida el prisma triangular en tres pirámides triangulares, usando la caja de herramientas *poliedro convexo*, como se muestra a continuación.

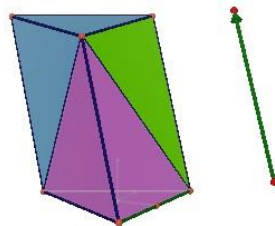


Figura 8. Prisma dividido en tres pirámides

- c. Para visualizar las tres pirámides triangulares en las que quedó dividido el prisma use la herramienta de transformaciones **Traslación** tal como se muestra a continuación.

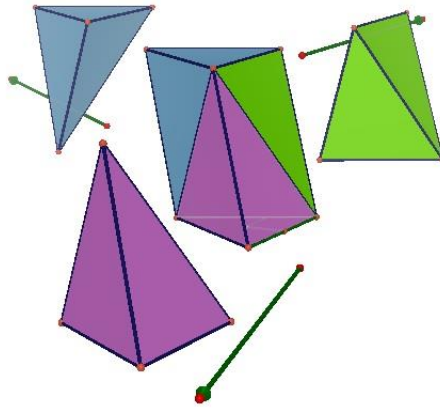


Figura 9. Volumen del prisma

- d. Calcule el volumen del prisma triangular y de cada pirámide triangular usando la herramienta de medida **Volumen**. ¿Cómo son los volúmenes de las pirámides triangulares? Determine cuál es la relación entre el volumen de cada pirámide y el volumen del prisma.
- e. Verifique la relación para calcular el volumen de una pirámide: $V = \frac{1}{3}A_b h$ donde A_b es el área de la base y h es la altura, usando la herramienta **Calculadora**. Compare este resultado con el obtenido usando directamente la herramienta de medida **Volumen**.
- f. Utilice el arrastre del Cabri 3D para mover cualquier vértice y obtenga nuevas pirámides. Verifique si la relación $V = \frac{1}{3}A_b h$ se mantiene.

Actividad 5: Problemas relacionados con poliedros

Resuelva los siguiente problemas utilizando las herramienta del Cabri 3D.

1. En un cubo, de 8 m de arista, halle la distancia de un vértice a una de las diagonales del cubo que no contenga a ese vértice.
2. Halle el volumen del poliedro convexo que se obtiene al unir consecutivamente los puntos medios de las aristas de un hexaedro regular.
3. Determine a qué distancia del vértice de un tetraedro regular, de 6 cm de arista, se debe trazar un plano paralelo a la base de modo que el tetraedro quede dividido en dos sólidos equivalentes.
4. Calcula el volumen de un prisma cuadrangular regular cuyo perímetro de la base mide 12 cm y una de sus diagonales forma un ángulo de 45° con la base.

5. Halla el volumen de una pirámide hexagonal regular sabiendo que sus caras laterales forman ángulos diedros de 60° con la base y las aristas de las bases miden 5 cm.
6. Un recipiente de leche tiene la forma de un tronco de pirámide de bases cuadradas. Si las aristas de la base menor y mayor del tronco de pirámide miden 4 cm y 6 cm, respectivamente, y una de sus aristas laterales mide 5 cm, calcula el volumen de dicho recipiente.

Algunos resultados

A partir de las observaciones realizadas durante el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes, podemos concluir que:

El ambiente de geometría dinámica Cabri 3D favorece la visualización de los poliedros y facilita el reconocimiento de las propiedades que estos presentan al permitir que los estudiantes manipulen representaciones dinámicas y tridimensionales.

La potencialidad del arrastre que posee el Cabri 3D permite que los estudiantes realicen cambios inmediatos sobre las figuras construidas y observen como se mantienen fijas las relaciones geométricas existentes. Además, permite que los estudiantes analicen, generalicen y comprueben conjeturas sobre las propiedades de los poliedros.

El software Cabri 3D es un recurso que contribuye con el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes debido a su flexibilidad y versatilidad, permitiendo que avancen a un nivel superior de razonamiento y logren resolver problemas relacionados con los poliedros.

Referencias bibliográficas

- Ferreira, M. (2012). *A construção de situações problemas utilizando o Cabri 3D*. En Actas del VI Congreso Iberoamericano de Cabri. Perú, pp. 23-37. Perú : PUCP. <http://textos.pucp.edu.pe/textos/ver2/2654>. Consultado 20/02/2013
- Gutiérrez, A. (2001). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la Geometría*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia. http://www.altacapacidades.org/uploads/6/3/7/5/6375624/ensenanza_aprendizaje_geometria.pdf. Consultado 20/01/2013
- Laborde, C. (1996). Cabri Géomètre o una nueva relación con la Geometría. En Puig, L. & Calderón, J. Investigación y didáctica de las matemáticas. Ministerio de Educación y Ciencia, CIDE, Madrid.