

O USO DO *GEOGEBRA* NA DISCRIMINAÇÃO DAS UNIDADES DE SENTIDO EM PROBLEMAS DE FUNÇÃO DO 1º GRAU.

Páblo Carcheski de Queiroz – Marilena Bittar
pablocq@terra.com.br – marilenabittar@gmail.com
Mestrado em Educação Matemática – UFMS – Brasil

Tema: V.4 – Materiais e Recursos Didáticos para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Modalidade: CB

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Palavras chave: Aprendizagem, Conversão e Tecnologia.

Resumo:

Diante de qualquer situação matemática é preciso estar em condições de reconhecer as unidades de sentido e delinear transformações sobre essas. O reconhecimento dessas unidades requer a variação de maneira sistemática do conteúdo da representação de partida e a efetuação de uma conversão para cada variação feita. No estudo de função do 1º grau a dificuldade em diferenciar representações gráficas como as referentes às funções $y = 10x$ e $y = x$ é presente. Uma das justificativas para essa dificuldade é a não associação entre variável visual de representação e a unidade significativa da expressão algébrica. Nesse sentido, apresentamos atividades que compõe a sequência didática de uma pesquisa de mestrado em andamento que tem como perspectiva teórica Os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Nessas atividades, é utilizado o software GeoGebra para representar, simultaneamente, funções do 1º grau nos registros algébrico e gráfico. A potencialidade dinâmica desse software permite visualizar, imediatamente, a correspondência entre as unidades de sentido dos conteúdos das representações gráficas e das equações o que segundo essa teoria pode permitir ver, compreender e antecipar o que as equações e os gráficos exprimem.

Diante de qualquer situação matemática os alunos devem ser capazes de reconhecer as informações matemáticas pertinentes e também realizar algum tipo de transformação sobre essas informações para, caso essa situação seja um problema a resolver, encontrar sua solução. Segundo Duval (2011) reconhecer as unidades de sentido como, palavras, algarismos, símbolos e formas unidimensionais ou bidimensionais e delinear as transformações dessas unidades seja por meio de tratamentos ou conversões são condições preliminares e indispensáveis para a compreensão em matemática.

Para uma análise do pensamento matemático Duval (2011) utiliza a noção de registro de representação semiótica. Partindo do princípio de que todo conceito matemático necessita de uma representação, desde os primeiros estudos formais do conceito de função os alunos devem ser apresentados a situações que envolvem o reconhecimento

das unidades de sentido bem como as transformações sobre os registros de representação desse objeto matemático.

Desse modo a compreensão do conceito de função deve se dar pela mobilização de diferentes registros de representação uma vez que duas representações diferentes não apresentam, ou não explicitam, as mesmas propriedades do objeto que elas representam isso porque seus conteúdos mobilizam unidades de sentidos de natureza diferentes que podem ser discriminadas de várias maneiras.

Colocar em correspondência as unidades de sentido dessas representações é, para Duval (2011), condição cognitiva para se reconhecer um mesmo objeto em suas diferentes representações. Essa operação de por em correspondência é a única que permite retirar propriedades ou ter acesso a novos objetos do conhecimento. A discriminação das unidades de sentido de cada representação não é consequência da aquisição de conceitos, mas condição preliminar para essa aquisição. Dessa maneira a atividade matemática de leitura de representações gráficas de funções exige dos alunos a discriminação das unidades de sentido pertinentes próprias desse tipo de representação denominadas de variáveis visuais além de colocá-las em correspondência com as unidades de sentido da equação $y = ax + b$ denominadas de unidades simbólicas.

O foco da nossa pesquisa é o ensino de funções no 9º ano do ensino fundamental brasileiro. Por esse motivo, discutimos, nesse artigo, o caso particular da articulação das representações gráficas e das representações algébricas por meio do *software GeoGebra* e como esse uso favorece a discriminação das variáveis visuais e sua relação com as unidades simbólicas das equações.

Mesmo para o caso das retas, a articulação entre o registro das representações gráficas e das equações parece não se estabelecer mesmo depois que os alunos tenham tido aulas sobre funções afins. (MERICLES, p. 97, 2011)

Essa articulação aparentemente simples apresenta dificuldades para alguns alunos. Para Méricles (2011) essas dificuldades não são conceituais, mas sim devidas à falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre os registros envolvidos. Uma estratégia para a superação dessa dificuldade é, no início dos estudos formais do conceito de função, propor atividades que permitam uma interpretação global¹ de propriedades da reta no plano cartesiano. Essas atividades permitem aos alunos observar

¹ Interpretação global significa proceder a uma análise das modificações conjuntas da imagem gráfica, que representa a função, e da expressão algébrica. O que faz associar “variável visual de representação – unidade significativa da expressão” diferentemente da interpretação ponto a ponto que associa “um ponto a um par de números” (MÉRICLES, p. 98-99, 2011)

que toda modificação desta reta leva a uma modificação na expressão algébrica e vice-versa.

É importante, desse modo, identificar todas as modificações pertinentes possíveis desta imagem, quer dizer, ver as modificações conjuntas da imagem e da expressão algébrica. (MERICLES, p. 99, 2011)

Desde modo é necessário um instrumento pedagógico que permita aos alunos realizarem ou reconhecerem as modificações da reta, que representa uma função, bem como as modificações dessas com suas expressões algébricas. Valente (2005) afirma que a tecnologia constitui uma aliada importante para o processo de ensino e de aprendizagem, pois ela pode auxiliar a construção do conhecimento favorecendo as ações de pensar, refletir e criar soluções. Com essa premissa escolhemos, para a realização de nossa sequência didática, o *GeoGebra* por ser um *software* que permite a visualização simultânea dos registros gráficos e algébricos bem como a manipulação e modificação das variáveis visuais e simbólicas.

Discriminando as unidades de sentido

A discriminação das unidades figurais de uma representação gráfica passa pela observação de três variáveis visuais bem como de seus valores, ou seja, como se dá a variação dessa variável no plano cartesiano. No quadro a seguir é apresentada a correspondência entre as variáveis visuais, seus valores e as unidades simbólicas.

Quadro 1: Correspondência entre as variáveis visuais, seus valores e as unidades simbólicas

Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais	Unidades simbólicas correspondentes ($y=ax+b$)
O sentido da inclinação do traçado	a linha sobe da esquerda para a direita (1)	$a > 0$
	a linha desce da esquerda para a direita (2)	$a < 0$
Os ângulos do traçado com os eixos.	Há uma repartição simétrica do quadrante percorrido (3)	$a = 1$ ou $a = -1$
	o ângulo formado com o eixo horizontal é menor que o ângulo formado com o eixo vertical (4)	$-1 < a < 1$
	o ângulo formado com o eixo horizontal é maior que o ângulo formado com o eixo vertical (5)	$a > 1$ ou $a < -1$
A posição do traçado em	o traçado passa abaixo da origem (6)	$b < 0$

relação à origem do eixo vertical	o traçado passa acima da origem (7)	$b > 0$
	o traçado passa pela origem (8)	$b = 0$

Fonte: Adaptado das Tabelas 1 e 2. Méricles (2011)

Nesse quadro há oito variáveis visuais e suas correspondências com as unidades de sentido na expressão algébrica. As combinações entre essas variáveis visuais permitem gerar 18 representações gráficas não paralelas a um dos eixos o que, com o auxílio do *software*, pode ser feito de forma dinâmica e sem desperdiçar tempo em construir e analisar as alterações nessa quantidade de representação. A manipulação do *GeoGebra* permite aos alunos analisar o que as alterações em um registro alteram no outro.

A passagem da escrita algébrica para a gráfica pode ser feita pela estratégia ponto a ponto². No entanto só é possível passar da representação gráfica para a expressão algébrica se identificarmos cada um dos valores das variáveis visuais e a correspondência dessas com os coeficientes da equação. Uma estratégia que permite essa identificação e correspondência é variar uma unidade significativa na expressão, mantendo as outras constantes e ver o que se passa no registro gráfico ou mudar uma variável visual mantendo as duas outras constantes e ver as modificações que acontecem na expressão algébrica (MÉRICLES, 2011)

Dessa forma elaboramos atividades a serem realizadas no ambiente do *software* que graças aos seus recursos, favorece a análise das modificações das unidades de sentido tanto gráfica quanto algébrica. Nessas atividades o professor deve agir como mediador uma vez que a tecnologia por si só não garante a aprendizagem do aluno. Ao atuar como mediador o professor, conhecendo o *software* e suas possibilidades pedagógicas, intervém apropriadamente na situação de modo que o aluno compreenda a atividade em questão (VALENTE, 2005). Não se trata de dar resposta para a atividade, mas sim de partir dos conhecimentos observáveis dos alunos e levá-los a construir novos conhecimentos que permitam resolver a atividade.

Apresentaremos a seguir atividades que compõem nossa sequência didática que tem por objetivo investigar o processo de aprendizagem de função por alunos do 9º ano do ensino fundamental por meio de situações didáticas que articulem a álgebra e geometria

² É por meio dessa abordagem que são introduzidas e definidas as representações gráficas. Em referência aos dois eixos graduados, um par de números permite identificar um ponto (e, inversamente, um ponto se traduz por um par de números). (MÉRICLES, p. 98, 2011)

analítica. As atividades aqui apresentadas tratam especificamente de funções do 1º grau e fazem parte das duas últimas sessões de um total de oito.

Descrição das atividades

- Atividade 1.** Abra o arquivo A1³ e anote suas observações na folha.
- O que você pode observar com relação a reta e o plano cartesiano quando o coeficiente “a” assume valores positivos?
 - O que você pode observar com relação a reta e o plano cartesiano quando o coeficiente “a” assume valores negativos?
 - O que você pode observar com relação a reta e o plano cartesiano quando o coeficiente “a” assume valores cada vez maiores?
 - O que você pode observar com relação a reta e o plano cartesiano quando o coeficiente “a” assume valores cada vez menores?
 - O que você pode observar com relação a reta e o plano cartesiano quando o coeficiente “a” assume valores cada vez mais próximos de zero?

Essa atividade tem o objetivo de levar os alunos a reconhecerem os valores visuais de 1 a 5 do quadro 1 e sua correspondência com a unidade simbólica a da expressão algébrica $y = ax + 0$. Essa escolha favorece a criação de conjecturas sobre o conceito de inclinação da reta, o que requer a discriminação de duas unidades de sentido, o sinal e o valor do coeficiente a , que correspondem ao sentido e ângulo formado pela reta com o eixo horizontal. O uso do software comparado ao papel e lápis, se sobressai no que se refere ao tempo empreendido na construção das representações e a dinamicidade proporcionada pelo software para essas conclusões.

- Atividade 2.** Abra o arquivo A3 e anote suas observações na folha.
- Movimentando o coeficiente “b” construa a representação gráfica para $b = 0$.
 - Movimentando o coeficiente “b” construa a representação gráfica para diferentes valores de “b”.
 - O que você pode observar quando variamos o coeficiente “b”?

A atividade 2 pretende levar os alunos a reconhecerem os valores visuais 6, 7 e 8 do quadro 1. As manipulações realizadas no coeficiente b , são simultaneamente visualizadas na representação gráfica o que favorece na criação da conjectura sobre a posição da reta em relação a origem.

Essas duas atividades têm o objetivo de favorecer a interpretação global da representação gráfica da reta por parte dos alunos levando-os a perceber a correspondência entre as variáveis visuais e as unidades simbólicas. Essas atividades

³ As imagens das atividades estão em anexo.

por si só não garantem a aprendizagem ou interpretação global da representação, o que pode ser favorecido pelo diálogo com os outros colegas e por questionamentos realizados pelo professor durante a atividade.

Com as atividades realizadas até o momento, supomos que, ao analisarem uma representação gráfica, os alunos poderão reconhecer o coeficiente **b** e ter uma ideia de qual valor o coeficiente **a** pode assumir.

Tendo realizado essas manipulação são propostas aos alunos as seguintes atividades.

Atividade 4. Abra o arquivo *Reta*

- a) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passa pelos pontos A, B, C e D?
- b) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passe pelos pontos A e B simultaneamente?
- c) Encontre a lei de formação ($y = ax + b$) cuja representação gráfica passe pelos pontos C e D simultaneamente?

Atividade 5. Encontre as leis de formações das funções do 1º grau cujos gráficos são retas que passam pelos pontos:

- a) A(4,0) e B(0,12)
- b) C(2,3) e C(6,6)

As respostas dadas pelos alunos à atividade 4 permitem questionar sobre a possibilidade de diferentes respostas para o item a) e uma única resposta para os itens b) e c) que são alguns postulados da geometria plana. A atividade 5 possibilita a aplicação das conjecturas sobre a representação gráfica da reta. Para a resolução dessa atividade os alunos devem por em correspondência as variáveis visuais e as unidades simbólicas da expressão algébrica o que indica uma possível conversão entre esses registros. No entanto por em correspondência as unidades de sentido não é o suficiente. Os alunos precisarão utilizar a equação da reta e as coordenadas dos pontos formando assim os

sistemas $\begin{cases} 0 = 4a + b \\ 12 = b \end{cases}$ e $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ 6 = 6a + b \end{cases}$ para os itens a e b, respectivamente. As resoluções

desses sistemas permitem encontrar os coeficientes da representação algébrica das funções.

Conclusão.

O *software GeoGebra* é um grande aliado para a aprendizagem de função, pois sua compreensão também perpassa pela articulação da representação gráfica e algébrica o que não se alcança apenas pela abordagem ponto a ponto. Essa aprendizagem não é garantida apenas com a utilização do software. A participação do professor atuando como mediador é indispensável assim como a elaboração de uma sequência didática que

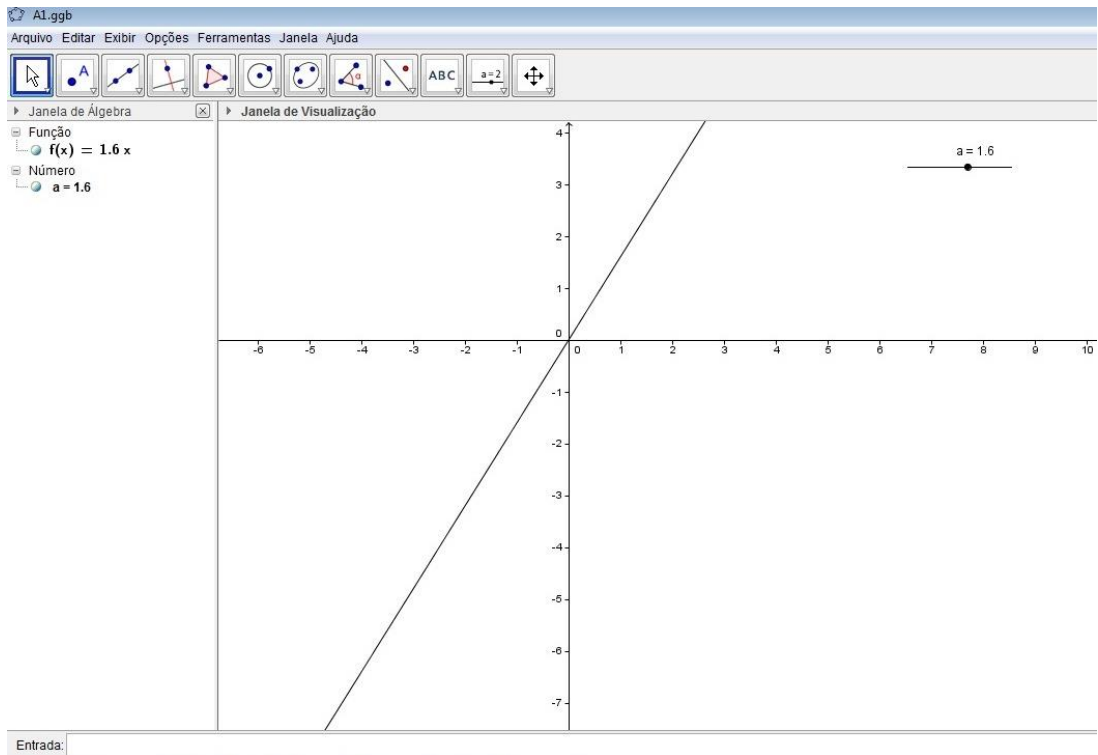
permita a interação entre os alunos e o *software*. Nesse trabalho buscamos apresentar como acreditamos e estamos fazendo para articular as representações gráficas e algébricas de uma função, uma vez que essa articulação se apresenta como fonte de incompreensão por parte dos estudantes. Segundo o referencial teórico adotado, para que haja compreensão é preciso trabalhar com a discriminação das unidades de sentido, por isso elaboramos atividades que permitem potencializar essa discriminação usando o software como recurso didático ao invés do papel e lápis. Acreditamos que essa mesma estratégia pode ser utilizada com outros tipos de função como as do segundo grau e as trigonométricas.

Referências

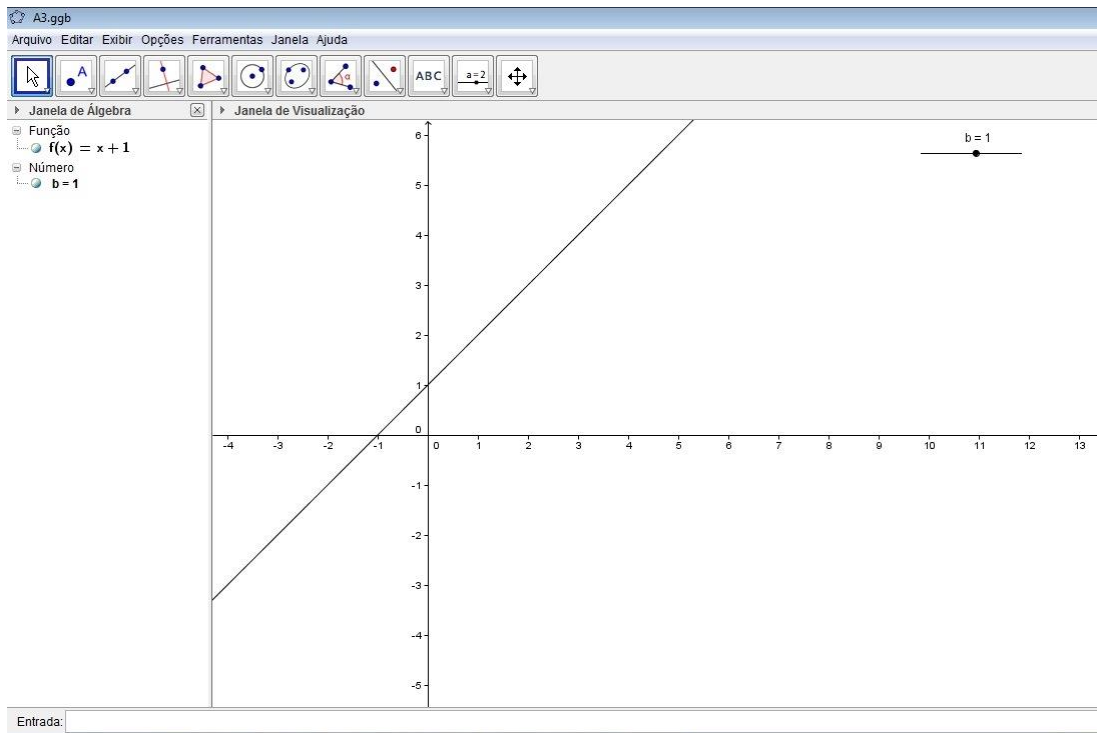
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica*. São Paulo. PROEM
- Méricles, T. M.(2011). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. *Revemat*, V. 6. Nº 2, 96-112
- Valente, J. A. (2005) *A espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação*. (Tese de Livre Docência). Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. BR

Anexo

Arquivo A1



Arquivo A3



Arquivo reta

