

AS MARCAS DAS RELAÇÕES INSTITUCIONAIS SOBRE AS RELAÇÕES PESSOAIS DOS ESTUDANTES SOBRE NÚMEROS RACIONAIS NA REPRESENTAÇÃO DECIMAL.

Cícera Maria dos Santos Xavier, José Valério Gomes da Silva, Rosivaldo Severino dos Santos, Marlene Alves Dias.

profcicera@uninove.br, valerio.gomes@yahoo.com.br, rosivaldo100@ig.com.br,
alvesdias@ig.com.br
UNIBAN – Brasil

Tema: I. Ensino e Aprendizagem de Matemática. I.2 – Pensamento Numérico

Modalidade: CB

Nível de Instrução: 7. Não específico

Palavras-chave: Números Racionais. TAD. Quadro.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo identificar e analisar as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos alunos dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior em relação à representação decimal dos números racionais. Para alcançarmos o nosso objetivo, utilizamos como referencial teórico central a Teoria Antropológica do Didático/TAD conforme Chevallard (1992) e Bosch e Chevallard (1999), em particular, as noções de praxeologia e ostensivos e não ostensivos. Para refinar as análises utilizamos a noção de quadro segundo definição de Douady (1984) e de níveis de conhecimento esperado dos estudantes conforme definição de Robert (1998). A metodologia é a da pesquisa documental, que corresponde a uma técnica de análise da pesquisa qualitativa, complementada por um teste diagnóstico. A análise das relações institucional e pessoal foi realizada por meio de uma grade de análise construída para servir de ferramenta para o estudo dessas relações. Foram analisados três livros didáticos e documentos oficiais nacionais e do estado de São Paulo e o teste diagnóstico foi aplicado no 5º ano do ensino fundamental, 2º ano do Ensino Médio e 1º ano do ensino superior. Os resultados apontam para dificuldades que se propagam ao longo das diferentes etapas escolares.

Introdução

A presença da matemática na escola, segundo Chevallard (1992), é consequência de sua utilização na sociedade e não algo feito exclusivamente para ser ensinado, o que reduz seu valor social a um mero valor escolar, transformando o ensino da matemática em um fim em si mesmo. Assim, o autor enfatiza que o ensino da matemática precisa atender a uma necessidade social e também individual, visto que cada indivíduo deve saber um pouco de matemática para resolver ou, simplesmente, reconhecer os problemas com os quais se depara na convivência social.

Isso nos conduz a considerar importante o estudo da representação decimal dos números racionais, pois esta extrapola os espaços da sala de aula. Observamos que tal noção está presente em situações do nosso cotidiano, o que nos levou a questionar sobre a maneira

como é abordado esse conteúdo e sua influência sobre os conhecimentos dos estudantes. Partimos das seguintes questões: Será que a noção de fração em sua representação decimal é suficientemente compreendida e conhecida dos estudantes, podendo ser utilizada fora do contexto escolar? Será que um estudante do Ensino Superior sabe aplicar a noção de fração em sua representação decimal?

Buscando responder essas questões, organizamos nossa pesquisa com o objetivo de identificar e analisar as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior em relação à representação decimal das frações.

Apresentamos a seguir o referencial teórico escolhido para responder as questões colocadas acima.

Referencial teórico

Segundo Chevallard (1999) a Teoria Antropológica do Didático – TAD situa a atividade matemática e, em consequência, a atividade de estudo em matemática, no conjunto de atividades humanas e das instituições sociais.

Ao introduzir a TAD Chevallard (1992) considera os elementos primitivos: Instituição (I), Pessoa (X) e Objeto (O) e define relação institucional e pessoal ao objeto O de forma quase axiomática.

Chevallard (2003) indica o significado da noção de instituição na TAD que corresponde a um dispositivo social que impõe aos sujeitos maneiras próprias de fazer e pensar.

Segundo Chevallard (1998) objeto é toda entidade, material ou não, que existe para ao menos um indivíduo. Os objetos (O) são os elementos de base da teoria e como exemplos de objetos matemáticos podemos citar o quadrado, a equação do 1º grau, a noção de perímetro, a representação decimal e outros.

A partir dessas noções primitivas Chevallard (1992) define relação pessoal ($R(X, O)$) e relação institucional ($R_I(O)$), isto é, um objeto (O) existe para uma pessoa X (ou para uma instituição I), se existir uma relação pessoal de X com O (ou de I com O). A pessoa X (ou a instituição I) conhece O se existir $R(X, O)$ (ou $R_I(O)$). Um objeto (O) existe se for conhecido por pelo menos uma pessoa ou uma instituição.

Além disso, Chevallard (2003) define a noção de praxeologia que segundo o autor permite analisar e “modelar” as atividades humanas, em particular, a atividade matemática. Uma organização praxeológica ou praxeologia é composta de um bloco prático técnico $[T/\tau]$ identificado pelo autor como um saber fazer e de um bloco

tecnológico teórico $[\theta/\Theta]$ normalmente identificado como um saber. Em uma praxeologia $[T/\tau /\theta/\Theta]$, T representa um tipo de tarefa, que não é dada pela natureza, mas é uma “obra” ou construção institucional cuja reconstrução em determinada instituição, por exemplo, em uma classe, é um problema em si, τ representa uma técnica relativa a T (do grego tekhnê, saber-fazer), que corresponde a uma maneira de fazer, de realizar as tarefas pertencentes a um tipo de tarefa, θ representa a tecnologia da técnica que corresponde a um discurso racional (logos) sobre a técnica (tekhnê) que possibilita justificar e certificar que ela permite que muitos sejam capazes de realizar o que é pretendido e Θ denominado teoria da técnica que corresponde a um nível superior de justificação-explicação-produção, o qual incorpora, em relação à tecnologia, o papel que esta assume em relação à técnica.

Bosch e Chevallard (1999) definem dois tipos de objetos: os ostensivos como aqueles perceptíveis aos sentidos humanos e que podem ser manipulados: sons, figuras, gráficos, escrita, gestos,..., que permitem manipular as técnicas e os não ostensivos como aqueles que, por si só, não podem ser vistos, ditos, entendidos ou percebidos, mas que são evocados quando se manipulam as técnicas, existindo assim uma dialética entre eles. Segundo Chevallard (1994) toda técnica supõe a ativação de um complexo de objetos, uns ostensivos (os que serão manipulados) e outros não ostensivos (os que serão evocados). Logo, a manipulação dos ostensivos é regrada com a ajuda dos não ostensivos, e esses inversamente, são evocados com a ajuda dos ostensivos.

Para essa pesquisa consideramos os ostensivos de representação fracionária ($\frac{a}{b}$), de representação pictórica ou figural, de representação decimal e de representação em língua natural e como não ostensivo a noção de fração com os significados parte-todo, quociente, probabilidade, operador multiplicativo, número, medida e razão, segundo Cavalcanti e Guimarães (2008).

Além da TAD que corresponde ao referencial teórico central da pesquisa escolhemos as noções de quadro e mudança de quadro conforme definição de Douady (1984) e níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1998) como referenciais de apoio, pois esses permitem compreender as diferentes noções matemáticas em jogo e o nível de conhecimento esperado dos estudantes das diferentes etapas escolares.

Douady (1992) define objeto matemático como parte de um edifício mais amplo que é o saber matemático e que assim constitui o que ela denomina quadro. Segundo Douady

(1992) um quadro corresponde a um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos desse ramo, das formulações diversas e das imagens mentais associadas aos objetos e relações do quadro. As imagens mentais são essenciais, pois funcionam como ferramentas dos objetos do quadro.

Douady (1992) define ainda mudanças de quadros, que são atividades constantes no trabalho matemático e que são consideradas como um meio de obter diferentes formulações para um mesmo problema, permitindo o acesso às dificuldades encontradas e fazendo funcionar outras ferramentas e técnicas, o que termina em resultados desconhecidos que proporcionam a criação de novos objetos matemáticos, a identificação de novas técnicas e o enriquecimento do quadro original e dos quadros auxiliares.

A partir das noções de quadro e mudança de quadros Douady transpõe as características do trabalho dos matemáticos para o domínio da didática por meio dos conceitos que ela denomina jogos de quadros e dialética ferramenta objeto. Os jogos de quadros são às mudanças de quadros organizadas pelos professores, eles provocam desequilíbrios cognitivos que quando ultrapassados correspondem a um equilíbrio de nível superior. Para essa pesquisa consideramos os quadros: numérico e geométrico.

Por fim, utilizamos também como referencial teórico de apoio à noção de níveis de conhecimento esperados dos estudantes, segundo Robert (1998), que são nível técnico, mobilizável e disponível.

O nível técnico refere-se a um trabalho único e simples, no qual o estudante o relaciona às definições utilizadas em uma determinada tarefa. O nível mobilizável refere-se a um início de justaposição de saberes de certo quadro, onde vários métodos podem ser mobilizados. Por exemplo, se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Nesse nível o conhecimento em jogo é explicitado no enunciado. O nível disponível refere-se a um saber em que o estudante responde corretamente o que lhe é proposto sem indicações, isto é, ele é capaz de dar contra exemplos, fazer relações ou aplicar métodos não previstos.

Na sequência apresentamos uma breve descrição da metodologia utilizada na pesquisa.

Metodologia

Como o nosso objetivo é identificar e analisar as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior em relação à compreensão e conhecimento das frações em sua representação decimal, iniciamos nosso estudo com uma análise da abordagem apresentada sobre a

representação decimal das frações em livros didáticos – LD brasileiros do 4º ano, 5º ano e 6º ano avaliados no último Plano Nacional do Livro Didático – PNLD.

Para a análise dos livros didáticos, utilizamos os significados de fração considerados por Cavalcanti e Guimarães (2008) que são: parte/todo, quociente, probabilidade, operador multiplicativo, número, medida e razão. Além disso, construímos uma grade de análise fundamentada no referencial teórico utilizado na pesquisa e aplicamos essa grade nas tarefas desenvolvidas nos livros escolhidos em função da sua avaliação pelo Ministério da Educação do Brasil.

A partir da análise dos LD, construímos um teste diagnóstico composto de quatro questões associadas aos quatro tipos de tarefas mais encontradas nos livros analisados e, portanto, que podem ser consideradas como mais significativas quando se considera a representação decimal das frações.

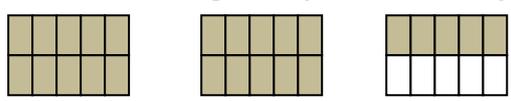
A grade de análise nos permite identificar os diferentes tipos de tarefas sobre a noção de números racionais em sua representação decimal. Para esse trabalho consideramos apenas as quatro tarefas que são introduzidas no 4º ano e revisitadas no 5º e 6º anos, a saber:

T₁: Passar de um ostensivo de representação pictórico ou figural para outro, em particular, para a representação decimal;
 T₂: Passar da linguagem natural para a representação decimal;
 T₃: Comparar números decimais;
 T₄: Somar e subtrair números decimais.

Figura 1: Tarefas comuns ao 4º, 5º e 6º anos

Exemplo de aplicação da grade para o tipo de tarefa T₁:

Tarefa: Escrever a representação decimal das figuras abaixo:



Técnicas: Técnica 1: Somar $1 + 1 + 0,5$ ou $1 + 1 + \frac{1}{2}$. Técnica 2: Somar a quantidade de quadradinhos pintados de cada figura para o numerador e a quantidade total de cada figura para o denominador $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{5}{10}$ e converter para a representação decimal $1 + 1 + 0,5$;

Ostensivos de Representação dados no enunciado: Linguagem natural e representação figural ou pictórica.

Ostensivos de Representação utilizados na solução: Representação fracionária e decimal.

Quadro(s) em que a tarefa é enunciada: Quadro geométrico.

Quadro(s) em que a tarefa é resolvida: Quadro numérico

Níveis de conhecimento esperados dos estudantes: Mobilizável em relação à representação decimal e disponível em relação à soma.

Figura 2: Exemplo de aplicação da grade

Resultados da análise das relações institucionais.

A seguir apresentamos uma breve descrição dos resultados encontrados para as relações institucionais, em geral, desenvolvidas quando se introduz a representação decimal das frações.

Os LD analisados do 4º ano introduzem as frações com o significado parte/todo, por meio de situações envolvendo quantidades contínuas e discretas. Na sequência são consideradas novas situações com os significados operador multiplicativo, probabilidade e medida. Após o trabalho com esses significados os autores abordam as noções de comparação de frações e suas operações. No trabalho com situações de combinação, geralmente, é revisitado o significado probabilidade.

Por meio de exemplos em situações contextualizadas, os autores apresentam a representação decimal das frações, partindo novamente do significado parte/todo para propor tarefas relacionadas com as referidas representações. Em seguida, propõem situações associadas ao significado medida. Permitindo, na última parte do capítulo, tratar de situações envolvendo sistema de numeração decimal, sistema métrico decimal, sistema monetário, comparação e operações com números decimais.

A abordagem nos LD do 5º ano é bastante semelhante aos LD do 4º em termos de conteúdos apresentados, sendo acrescentado o cálculo mental, uma discussão sobre representações do milésimo e a porcentagem como outra forma de representar as frações. As situações problema são um pouco mais elaboradas. Já nos LD do 6º ano analisados, os tópicos apresentados no 4º e 5º anos são ampliados nesta série. Alguns tópicos como comparação e transformação são sistematizados com “processos práticos”. A discussão envolvendo notação científica surge como uma parte nova do capítulo analisado.

Resultado da análise das relações pessoais de estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior.

O teste diagnóstico foi aplicado em três instituições de ensino público do Ensino Fundamental e Ensino Médio e uma instituição privada de Ensino Superior, perfazendo um total de 131 estudantes.

Para este artigo, optamos em analisar apenas a tarefa de tipo T₁ apresentada acima.

Alguns estudantes tiveram dificuldades na identificação do tipo de tarefa expressando a resposta como se a questão estivesse subdividida em três itens, isto é, apresentaram apenas a representação fracionária 1, 1 e $\frac{1}{2}$, que corresponde a coluna apenas

representação fracionária, portanto os estudantes não responderam corretamente a questão, pois não apresentaram a representação decimal. Observamos que o enunciado não deixava clara a necessidade de dar a resposta para o conjunto de figuras, ou seja, somar as frações encontradas.

ANO	Correto sem justificativa e com justificativa	Apenas representação fracionária para as figuras indicando a soma	Apenas representação em linguagem natural	Apenas representação decimal para as figuras com soma errada	Representação fracionária sem soma e errado	Branco	Total
5º EF	-	18	-	13	-	-	31
7º EF	13+5	01	02	-	02	02	25
2º EM	3+1	01	01	-	10+17	04	27
1º p ES	01	01	01	03	10 + 23	-	39
Total	16+7	21	04	16	20+42	06	56

Quadro 1: Respostas corretas, parcialmente corretas e erradas para a tarefa do tipo 1.

Os resultados apontam que a relação pessoal com o objeto ostensivo “representação decimal” parece não ser bem compreendido mesmo quando revisitado nos anos subsequentes a sua introdução, ou seja, a relação pessoal dos estudantes do 7º ano parece compatível com a relação institucional desenvolvida durante o 4º, 5º e 6º ano e a retomada desse estudo no 7º ano, mas como os estudantes não justificam os resultados não é possível dizer que naturalizaram a técnica de passagem de uma representação para a outra.

Para o Ensino Médio e Superior, onde a noção de fração e sua representação decimal é utilizada para resolver problemas de outras disciplinas, é possível verificar por meio dos resultados apresentados no quadro 1, que se trata de uma noção que apresenta graves dificuldades, pois dos 39 estudantes que responderam o teste apenas 3 são capazes de dar uma resposta correta sendo que duas não estão na representação pedida.

Os erros são de diferentes espécies e para ilustrá-los apresentamos o extrato da figura 3 abaixo de um estudante do Ensino Superior, que mostra a falta de recurso do mesmo para o trabalho com as frações em suas diferentes representações.

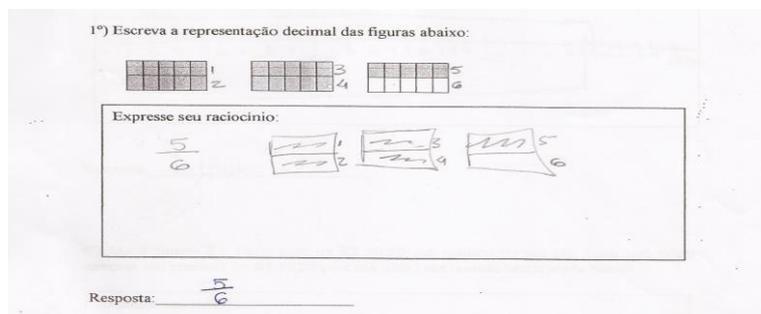


Figura 3: Exemplo de um tipo de erro para um estudante do Ensino Superior

Considerações Finais e Perspectivas Futuras

As análises mostram que os estudantes não evoluem com o passar do tempo e parecem capazes de aplicar apenas as técnicas associadas à representação de frações logo após seu ensino. Apesar da representação decimal das frações ser utilizada socialmente, seu emprego em situações escolares é pouco eficiente e mostra a necessidade de um trabalho mais específico em relação aos diferentes ostensivos de representação e a passagem de um para o outro.

Podemos inferir que os estudantes do Ensino Superior não são capazes de aplicar os conhecimentos sobre frações e suas representações em situações contextualizadas e nem mesmo em situações escolares que correspondem as relações institucionais que foram submetidos.

Referências Bibliográficas

- Bosch, M. e Chevallard Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Cavalcanti, E. e Guimarães, G. (2008). *Os Significados de Fração em Livros Didáticos das Séries Iniciais*. Acesso em 07 de junho de 2013 de <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT08/>
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Acesso em 07 de junho de 2013 de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique*. Acesso em 07 de junho de 2013 de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Chevallard, Y. (2003). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*. Acesso em 07 de junho de 2013 de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse de Doctorat. Université de Paris VII. França.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée Humaine*. Paris: Peter Lang.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(2), 139-190.