CB-93

ALGORITMO “ALTERNATIVO” PARA EXTRAÇÃO DE RAÍZES QUADRADAS: ADEQUAÇÃO AO MÉTODO CHINÊS.

Prof. Me. Andreilson Oliveira da Silva
andreilson.oliveira@ifrn.edu.br
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Campus Currais Novos/Brasil

Núcleo temático: Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Secundária
Palabras clave: Raiz Quadrada, Algoritmo, Extração, Método Chinês

Resumo

Matematicamente, a raiz quadrada de um número x não negativo é um número que, quando multiplicado por si próprio, iguala a x. A mesma é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes, ressaltando, ainda, a sua acuidade na geometria, devido ao efetivo cálculo do lado de um quadrado cujo a área é conhecida. Neste artigo, a partir de uma pesquisa bibliográfica, iremos apresentar uma forma de calcular a raiz quadrada, afim de ampliar o leque de possibilidades de algoritmos para extração de raízes e sua utilização por alunos e docentes. Trata-se do método apresentado pelo matemático Jonofon Serates. O método descrito pelo estudioso promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo. O método na verdade é uma adequação ao conhecido método chinês de extrair raízes.

1. Introdução

A raiz quadrada de x, simbolizada por $\sqrt{x}$, é considerada por muitos matemáticos como uma importante operação matemática, assim como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes.

O objetivo deste trabalho é descrever o método apresentado pelo matemático Jonofon Sérates, com o intuito de subsidiar alunos e professores de matemática da Educação Básica, afim de passar informações que os levem a correta manipulação desse algoritmo de extração de raízes e, consequentemente oportunizar, uma ampliação do conhecimento algébrico por parte de todos.

2. Metodologia

O desenvolvimento desse trabalho foi realizado a partir de uma pesquisa bibliográfica, que se define como a *modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas de estudos ou processos tendo como material de análises documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos* [2, p.71].

Dessa forma a pesquisa bibliográfica tem como objetivo o *de conhecer e analisar as principais contribuições teóricas existentes sobre um tema em específico* (ver [4]). Aprofundamos no tema a partir do estudo dos artigos de João Bosco Pitombeira de Carvalho (ver [1]), publicado na X SBEM e de Bernard Hodgson (ver [3]) que foi publicado na Revista Gazeta de Matemática da Sociedade Portuguesa de Matemática, para estudar o método aqui descrito foi analisado o livro do Professor Jonofon Sérates, bem como assistidos vídeos de entrevistas dadas pelo docente.

2.1 <u>Descrevendo o método</u>

Para exemplificar, vamos extrair a raiz quadrada de 1764.

1º Passo: Separar os algarismos de dois em dois da direita para a esquerda.

$$\sqrt{17'64}$$

2º Passo: Do número que fica à esquerda, mais próximo a abertura do radical, iniciar a subtração pela sequência de números ímpares até que a subtração não seja mais definida no

ISBN 978-84-945722-3-4

conjunto dos números naturais. A quantidade de subtrações realizadas é o primeiro algarismo da raiz quadrada procurada.

$$
\begin{array}{r}
\sqrt{17'64} \\
\underline{-\ 1} \\
16 \\
\underline{-\ 3} \\
13 \\
\underline{-\ 5} \\
8 \\
\underline{-\ 7} \\
1
\end{array}
\qquad\qquad
\sqrt{1764} = 4\_\_
$$

3º Passo: Para prosseguir abaixar a dezena seguinte, ao resto após as substrações iniciais conforme segue no exemplo abaixo.

$$
\begin{array}{r}
\sqrt{17'\color{red}{64}} \\
\underline{-\ 1} \\
16 \\
\underline{-\ 3} \\
13 \\
\underline{-\ 5} \\
8 \\
\underline{-\ 7} \\
1\color{red}{64}
\end{array}
$$

4º passo: Vamos reiniciar as subtrações, para tanto precisamos descobrir a partir de qual ímpar começaremos. A indicação é colocar o número 01 abaixo das unidades do número formado, 164 no exemplo, e somar o último ímpar que apareceu dentre as subtrações com 1(um) colocando o resultado ao lado esquerdo do número 1 no resto. Ou seja, fica 7 (último ímpar que foi subtraído) + 1 (fixo) = 8, colocar esse valor ao lado do algarismo 1 formando 81 para reiniciar as subtrações com números ímpares.

ISBN 978-84-945722-3-4

$$
\begin{array}{r}
\sqrt{17'64} \\
-\ 1 \\ \hline
16 \\
-\ 3 \\ \hline
13 \\
-\ 5 \\ \hline
8 \\
-\ 7 \\ \hline
164 \\
-\ 81 \\ \hline
83 \\
-\ 83 \\ \hline
0
\end{array}
$$

5º Passo: A quantidade de subtrações realizadas é o segundo algarismo do resultado.

$$\sqrt{1764} = 42$$

<u>2.2 Justificando o método</u>

Para justificar o método é fácil perceber que podemos escrever qualquer número quadrado perfeito como a soma dos n primeiros números naturais ímpares menores que o valor que se quer encontrar a raíz quadrada.

Ou seja,

$$a_1 = 1 \Rightarrow a_2 = 1 + 3 \Rightarrow a_2 = 1 + 3 + 5 \;:::\; k = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + a_n$$

Dessa forma, é fácil perceber que o 2º membro da última equação é a soma dos termos de uma progressão aritmética onde o primeiro termo é igual a 1 e a razão é igual a 2, assim:

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$a_n = 2n - 1$$

E a soma é dada por,

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

$$k = \frac{(a_1 + 2n - 1) \cdot n}{2}$$

$$n = \sqrt{k}$$

O valor de n é o número de parcelas da soma da progressão aritmética.

Geometricamente a ideia é ir completando o quadrado com os números ímpares organizando-os de forma a “desgastar” a área inicial (figura 1).

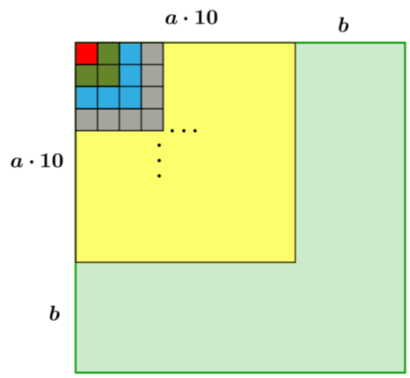

Figura 01 – Representação geométrica

Logo a $\sqrt{1764}$ pode ser escrita na forma ab, onde teríamos $a \cdot 10 + b$. E daí,

$a \cdot 10 \leq \sqrt{1764} \Rightarrow a^2 \cdot 10^2 \leq 1764 \;\; \Rightarrow \;\; 1764 - a^2 \cdot 10^2 \leq 0.$

Dessa forma fica fácil ver que o valor de a^2 é 16 porém o número de termos é exatamente o valor de a, ou seja, 4.

$$a^2 = 16 = (1 + 3 + 5 + 7)$$

Assim, ficamos com $40^2 < 1764$ o que significa dizer que a soma dos 40 primeiros números ímpares é o maior quadrado perfeito múltiplo de dez menor que o valor que desejamos extrair a raiz quadrada.

A ideia de sempre reiniciarmos a subtração colocando o número 1 na casa das unidades, dá-se pelo fato da quantidade de ímpares subtraída na verdade ser múltipla de dez. Logo, sempre o último número ímpar subtraído na sequencia tem sua unidade igual a nove e, consequentemente, temos de reiniciar a subtração a contar do algarismo das unidades igual a um.

De fato, seja n um múltiplo de dez, logo podemos escrevê-lo na forma $n = k.10^i$ com k e i números naturais.

$$a_{k.10^i} = 2k.10^i - 1$$

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Como $2k.10^{i}$ é múltiplo de 10, ao subtrairmos 1, obrigatoriamente, o resultado será um número como o alguarismo das unidades igual a 9.

Outra questão importante é a de adicionarmos ao último ímpar subtraído o valor de uma unidade e escrevermos o "novo" número ímpar ao lado do número 1 comentando anteriormente.

Como a quantidade é múltipla de dez e o último ímpar é o terminado na unidade 9, todos os outros ímpares que iniciavam com aquele já subtraído foram computados.

Posso escrever, agora, a nova inequação $1764 - (40 + b)^2 \geq 0$, assim falta descobrir o valor de b. Para continuar com o mesmo processo de ir diminuindo os números ímpares precisamos encontrar qual o próximo número ímpar a ser subtraído do resto da operação de $1764 - 1600$, porém já visualizamos que foram utilizados 40 números ímpares, e dessa forma, o próximo será o 41º , ou seja,

$$a_n = 2n - 1 \Rightarrow a_{41} = 2 \cdot 41 - 1 = 81$$
$$124 - 81 = 83 - 83 = 0$$

Como o resultado deu zero significa dizer que a soma da sequência de números ímpares "esgotou" o quadrado inicial. E que o valor de b é a quantidade de números ímpares que faltava para que isso acontecesse, dessa forma, b = 2 e $\sqrt{1764} = 42$.

Mas e se a raiz não for exata, for um número irracional por exemplo. Vamos extrair a raiz quadrada de 3 com aproximação de 2 casas decimais.

Para extrairmos raízes quadradas irracionais ou não exatas, procedemos, completando com dois zeros e os associando às casas decimais.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

$\sqrt{3}$

```
   3
 - 1
 200
- 21
 179
- 23
 156
- 25
 131
- 27
 104
- 29
  75
 -31
  44
 -33
1100
- 341
 759
- 343
 416
-345
  71
```

$\sqrt{3} \cong 1{,}73$

3. CONCLUSÃO

A grande percepção desse método é a associação com a soma da sequência dos números ímpares menores que o valor da raiz procurada que resulta em um número quadrado o que facilita a extração das raízes.

O método descrito pelo matemático promete facilitar o algoritmo usual conhecido na escola de tal forma que a partir de subtrações qualquer pessoa consiga encontrar o valor da raiz quadrada de um número positivo.

O procedimento, como todos os outros também se torna exaustivo para números elevados e para aproximações com necessidade de muitas casas decimais, mas serve como mais um método que busca simplificar o cálculo das raízes quadradas exatas ou não e, dessa forma, vale a pena ser ensinado nas escolas.

Atualmente o uso de calculadoras em sala de aula, reconhecidamente, enriquecem o processo de ensino aprendizagem, e esses instrumentos são capazes de efetuar os cálculos de raízes quadradas de forma muito rápida. Isso não significa dizer que se deva extinguir o

ISBN 978-84-945722-3-4

ensino de algoritmos, como o que foi exposto neste artigo, com o uso de papel e lápis na resolução de problemas matemáticos.

O tradicional uso do papel e do lápis permitem aos alunos evoluir na resolução de um problema, ampliando as possibilidades de estratégias que favorecem a construção de conceitos matemáticos que permeiam o algoritmo. No algoritmo apresentado conceitos como as quatro operações, números naturais, sequencias, geometría podem ser notados na sua execução.

Referencias bibliográficas

[1] CARVALHO, J. B. P. de (2010). *A raiz quadrada ao longo dos séculos*. V Bienal da SBM, 2010. João Pessoa, PB.

[2] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*, Campinas: Autores Associados.

[3] HODGSON, B. (2008). *Uma breve história da quinta operação. Gazeta de Matemática*, 2008. Portugal, n. 156. Disponível em: . Acesso em: 2 mar. 2015.

[4] SERATES, J. (2011). *Métodos cuca legal*. São Paulo: Editora Teixeira.

[5] KOCHE, J. C.(2001). *Fundamentos de metodologia científica: Teoria da Ciência e Prática da pesquisa*, Petrópolis: Vozes.

ISBN 978-84-945722-3-4