

**COLETÂNEA LABGG (LABORATÓRIO NO GEOGEBRA) PARA ESCOLAS E  
UNIVERSIDADES: MÓDULO NEF.M906 – RELAÇÕES MÉTRICAS NO  
TRIÂNGULO RETÂNGULO E SEUS ELEMENTOS, PARTE I**

Eimard Gomes Antunes do Nascimento  
prof.eimard@gmail.com  
Universidade de Aveiro – Portugal  
Ministério da Educação / CAPES – Brasil

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente.

Palabras clave: Coletânea LABGG, Educação Matemática, Tecnologia e Matemática, Formação de Professores.

### **Resumo**

*O uso de computadores nas escolas e universidades tem se mostrado muito importante no auxílio educacional. Usado como recurso didático, o computador torna-se cada vez mais presente no Ensino e Aprendizagem ( $E^A$ ). Assim, o presente artigo faz parte de uma coleção de assuntos em Matemática e disciplinas afins, na forma de módulos aplicados com o software livre GeoGebra, denominado Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra), criado por Nascimento em 2012 para servir de ferramenta tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de  $E^A$  da Matemática, hoje, vem amparada por um modelo de ensino que tem como objetivo aproveitar ao máximo os recursos das tecnologias em sala de aula e, com isso, observar o conceito de conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo dos professores, designado TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge). O estudo do artigo denominado módulo NEF.M906 trata-se da 6ª avaliação de possibilidades de estudo em Matemática aplicada no 9º ano do Ensino Fundamental II ou Básico, no tocante ao assunto sobre as “Relações métricas no triângulo retângulo, e seus elementos - parte I”, explorando e problematizando através dos recursos do LABGG, através de comandos ou/e graficamente.*

### **Introdução**

Mediante a realidade tecnológica atual em que estamos vivendo, é quase certo quando falamos em educação, citarmos o uso das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na valorização e na melhoria do ensino e da aprendizagem, considerando que estas têm tido a sua inserção demandada pelas práticas pedagógicas, desencadeando cada vez

mais a necessidade de discussões e reflexões acerca dessa inclusão (Barbosa, 2013; Brasil, 2006; Kenski, 2004; Nascimento, 2012a). No entanto, uso das TIC no contexto escolar e universitário ainda necessita ser fortalecido, uma vez que existe uma considerável distância entre os avanços tecnológicos na produção de softwares educacionais e a aceitação, a compreensão e utilização desses mesmos recursos pelos professores.

A escola se vê diante da necessidade de redescobrir o seu papel social e pedagógico como unidade significativa no processo de crescimento e desenvolvimento da concepção de competência para a formação dos indivíduos que estão integrados indiretamente na sociedade (Barbosa, 2013, Kenski, 2004). Apesar das TIC se mostrarem influenciadoras mediante as mudanças e transformações tanto na sociedade como na área da educação, percebe-se que as suas utilizações nas aulas não correspondem ainda às expectativas esperadas.

Sob este enfoque os documentos oficiais brasileiros como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e Médio expressam a importância dos recursos tecnológicos para a educação com vistas à melhoria da qualidade do ensino aprendizagem (Brasil, 1998a, 1998b, 2002, 2006). Destacam também que a informática na educação “permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender”. (Brasil, 1998a, p. 147), e “oferece recursos rápidos e eficientes para realizar cálculos complexos, transformar dados, consultar, armazenar e transcrever informações, o que permite dedicar mais tempo a atividades de interpretação e elaboração de conclusões”. (p. 148).

Não só na Educação Básica, mas também no Ensino Superior, o computador deve ser utilizado como instrumento de trabalho e incorporado no currículo, como destacam as Diretrizes Curriculares para o Curso de Matemática, pela qual enfatiza que “desde o início do curso o bacharelado em Matemática deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando a sua utilização para a formulação e solução de problemas”. (Brasil, 2002, p. 5), cujo o mesmo texto é descrito ao licenciando na página 6. O mesmo documento enfatiza que “é importante também a familiarização do

licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática”. (Brasil, 2002, p. 6).

Internacionalmente, existe os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, publicado pela associação nacional de professores nos Estados Unidos da América (*National council of teachers Mathematics*) que atualmente serve de base e orientações em vários países da Europa e também na Ásia. Os Princípios descrevem características de uma educação matemática de elevada qualidade e, as Normas, descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender. Em conjunto, os Princípios e as Normas constituem uma perspectiva orientadora dos educadores que lutam pelo contínuo desenvolvimento da educação matemática nas salas de aula, escolas e sistemas educativos. No total, são 6 princípios e, um destes, trata-se do Princípio da Tecnologia. (NTCM, 2008).

No princípio da Tecnologia é esclarecido que “a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos”. Sob este enfoque é apontado que “as tecnologias electrónicas - calculadoras e computadores – constituem ferramentas essenciais para o ensino, a aprendizagem e o fazer matemática.”. (NCTM, 2008, p. 26). Sobre o ensino superior, o mesmo documento afirma que “nos programas de ensino da matemática, a tecnologia deve ser largamente utilizada, com responsabilidade, com o intuito de enriquecer a aprendizagem matemática dos alunos.”. (NCTM, 2008, p. 26). Neste sentido, o link entre a teoria e a prática quando implantado de forma agradável e estimulante, causa no aluno o senso de curiosidade e, conseqüentemente, o senso de pesquisa.

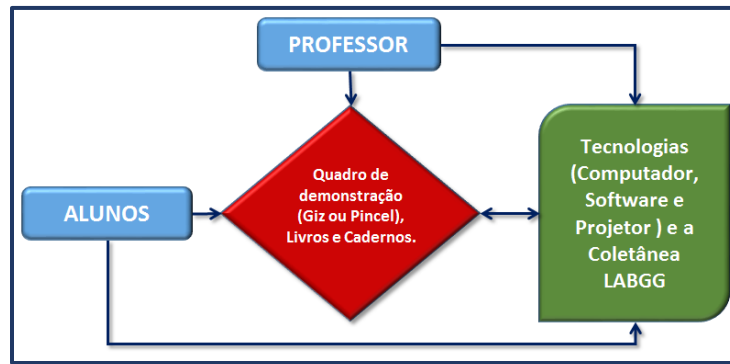
No ensino da Matemática, com o auxílio dos computadores para a utilização de tarefas práticas, alguns autores explicam que a Geometria Dinâmica (GD) evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, tencionando a reflexão de conjecturas que são feitas a partir da experimentação e da criação de objetos geométricos (Arcavi & Hadas, 2000; Gravina & Santarosa, 1998; Silva & Pentado, 2013). Deste modo, se pode introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo “o computador [que] é um dispositivo técnico aberto que estimula os professores e alunos a impelir seus

conhecimentos até o limite para realçar projetos através de uma ilimitada variedade de efeitos". (Papert, 1994, p. 66), surgindo daí o processo de questionamento, argumentação e dedução.

De acordo com exposição deste cenário, surgiu a Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra) pela qual está pautada nas ideias basilares do investigador John Dewey, cujas ideias de defesa se centram numa educação que está voltada para o desenvolvimento da capacidade, de raciocínio e de espírito crítico do aluno com vistas fundantes na defesa da democracia e da liberdade de pensamento como instrumentos para a maturação emocional e intelectual dos alunos. O processo educativo consiste na adequação e interação do aluno com o programa da escola/universidade, pois a concepção das relações entre um e o outro, tende a tornar a aprendizagem fácil, livre e completa (Dewey, 1936; Nascimento & Silva, 2012).

A Coletânea foi apresentada pela primeira vez em 2012 na *Conferencia Latinoamericano do GeoGebra* em Montevideo (Nascimento, 2012c). Foi criada com a finalidade de servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudos da Matemática e disciplinas afins. A Coletânea é organizada numa forma estrutural de módulos de Ensino-Aprendizagem (E<sup>A</sup>) descritos em formatos de artigos e colocados em prática nos formatos de minicursos e oficinas. Esta interface da teoria com a prática tendencia a execução voltada a uma experiência agradável e estimulante para o aluno, pois desperta nele o censo de curiosidade e, conseqüentemente, o senso de pesquisa.

A Coletânea funciona junto com o *software* GeoGebra, aqui denominada de Geometria Dinâmica e Interativa (GDI), com o intuito de auxiliar as tecnologias habitualmente utilizadas, tais como: quadro de demonstração da matéria (giz ou pincel) e a aula com livro (s) e caderno (Fig. 1).

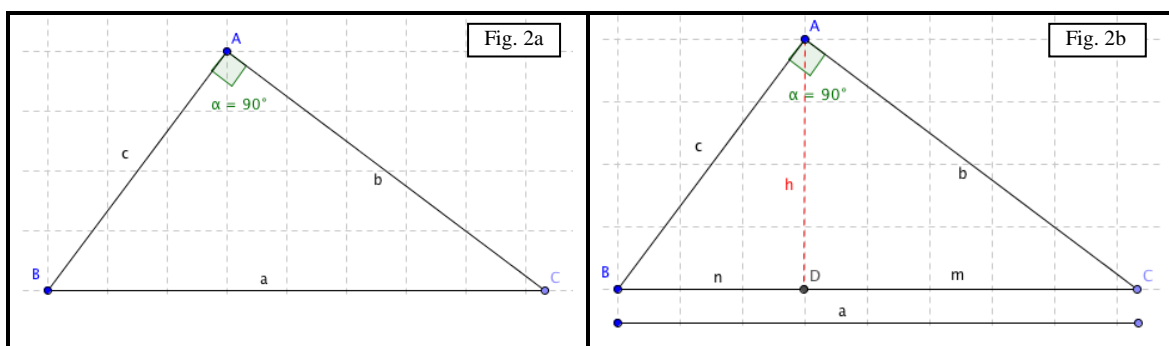


**Figura 1** - Fluxograma metodológico da Coletânea LABGG.  
Fonte: O autor



### Aplicação Laboratorial do artigo: NEF.M906 – Relações Métricas no triângulo retângulo – seus elementos, parte I.



O módulo, denominado de NEF.M906, tem como objetivo transpor o assunto investigado pelo professor para a aplicação com tecnologia, no assunto em Matemática referente ao assunto “Estudando as Relações Métricas no triângulo retângulo e seus elementos”.


Na descrição de um triângulo retângulo, existem relações métricas entre os elementos deste triângulo (Souza, 2012). Inicialmente verifica-se os seus elementos (Fig. 2a), e se traçarmos a altura do triângulo pelo vértice A, este divide o lado “a” em 2 segmentos (m e n), pelo qual já possui a primeira relação (Fig. 2b):  $a = m + n$  (1).



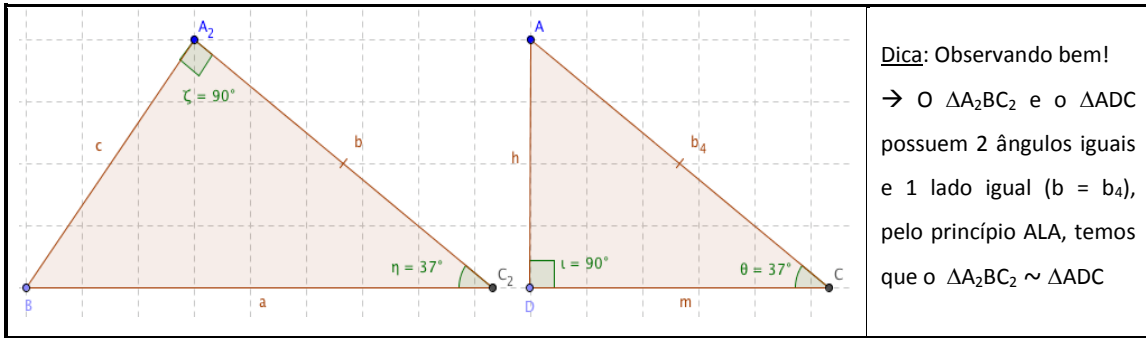
**Figura 2** - a) Triângulo retângulo ABC, com seus elementos.  
b) Triângulo retângulo ABC, com sua altura, acrescidos de elementos.  
Fonte: O autor

No LABGG podemos construir o triângulo ( $\Delta$ ) ABC (Fig. 2a), utilizando o comando de ponto , criando o ponto A e B, utiliza-se depois o comando de segmento , após construído vamos traçar uma reta perpendicular ao segmento AB (comando de reta



perpendicular , passando pelo ponto A e após, utiliza-se o comando segmento para marcar o ponto C na interseção deste segmento com a reta construída, após você oculta a reta construída, utilizando o botão direito do *mouse* e ativando o comando exibir objeto, logo após se constrói o segmento AC com o comando segmento e, para construção do ângulo  $\hat{A}$ , utiliza-se o comando ângulo , depois, clica-se primeiramente no ponto B, depois no A e depois no C (movimentando no sentido horário). Após esta ação surgirá o ângulo de  $90^\circ$  no formato  $\perp$  (Fig. 2a).

Outra observação no  $\Delta ABC$ , é que os lados adjacentes ao ângulo de  $90^\circ$  são chamados de catetos (segmentos AB e AC) e o lado oposto ao ângulo é chamado de hipotenusa (segmento BC). Para os outros elementos, temos a construção na Figura 2b: para a altura, pela qual utiliza-se uma técnica de um comando para auxiliar outro comando, desta forma vamos utilizar o primeiro, o comando de reta perpendicular , clicando no ponto A e no segmento BC, surgirá uma reta passando por A e cortando o segmento BC, agora utiliza-se o comando de interseção de dois planos, clicando na reta criada e no segmento BC, surgirá o ponto D, basta agora ocultar a reta criada, utilizando o botão direito do *mouse* e escolhendo o comando exibir objeto e, utilizando o comando segmento para criar o segmento da altura do ponto A para D. Assim, cria-se a altura do triângulo; para torná-la vermelha e pontilhada semelhante às gravuras dos livros didáticos, utiliza-se o botão direito do *mouse* em cima do objeto criado e escolhe a opção de propriedade, no qual escolhe a cor vermelha e o estilo pontilhado do objeto escolhido (Fig. 2b).

Ao traçar a altura do ABC, podemos destacar três triângulos:  $\Delta ABC$ ,  $\Delta ABD$  e  $\Delta ADC$  (Fig. 2b). “Se trabalharmos com o  $\Delta ABC$  em relação aos dois outros menores, podemos observar que são semelhantes entre si” (Souza, 2012, p. 152).



**Figura 3** - Estudo do Triângulo retângulo ABC com o ADC.  
Fonte: O autor

Para utilizar as relações, utiliza-se uma técnica de duplicação de polígono, neste exemplo, cria-se um  $\Delta ABC$  com o comando polígono  e clica-se na janela de visualização em 3 posições para criar os pontos A,B e C. Após a criação do polígono, utiliza-se o comando polígono rígido , pelo qual será responsável pela duplicação do  $\Delta$  criado, basta dar um clique em cima do polígono  $\Delta$  que logo surgirá um outro de mesma proporção, basta selecionar o comando de mover e arrastar para o lado, logo após, se oculta o polígono  $\Delta$  criado a pouco, com o botão direito do mouse, escolhendo o comando de exibir objeto (Fig. 3).

Repete-se o mesmo procedimento para a criação dos outros triângulos,  $\Delta ABD$  e  $\Delta ADC$ , depois de criados, basta renomear os pontos e elementos para codificação (Fig.3). Como em triângulos semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais. Desta forma, podemos escrever as seguintes proporções: na relação  $\Delta ABC$  e o  $\Delta ADC$  (Fig. 3), sabendo que  $b = b_4$ , temos as seguintes proporções:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m}$$

$$\therefore b \cdot b = a \cdot m$$

$$\therefore b^2 = a \cdot m \quad (2)$$

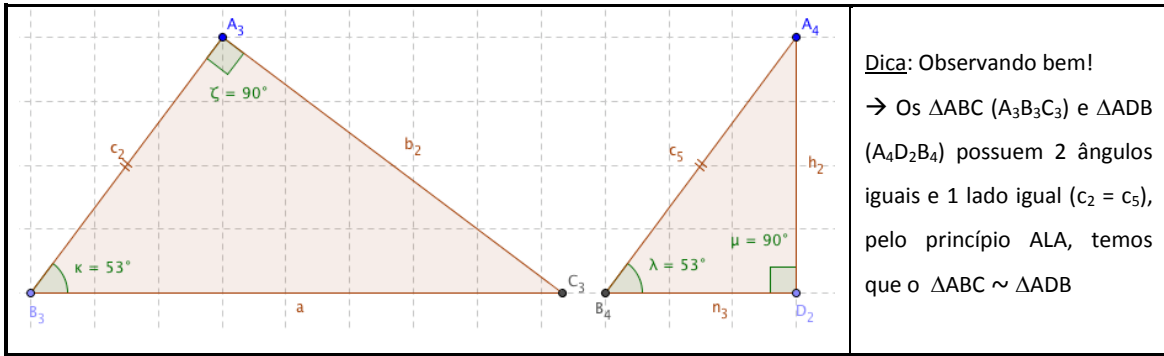
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{h}$$

$$\therefore a \cdot h = b \cdot c \quad (3)$$

$$\frac{c}{h} = \frac{b}{m}$$

$$\therefore c \cdot m = b \cdot h \quad (4)$$

No estudo da relação do  $\Delta ABC$  e do  $\Delta ABD$ , (Fig. 4), utilizando a duplicação dos triângulos, o *software* codifica automaticamente as variáveis, assim, usa-se o comando de renomear para moldar de acordo com uma sequência (A, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ... e B, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, ...) temos:



**Figura 4** - Estudo do  $\triangle ABC$  com o ADC.  
 Fonte: O autor

Nesta relação, sabe-se que na duplicação  $c_5 = c$ ,  $b_2 = b$ ,  $h_2 = h$ ,  $n_3 = n$ , assim, as proporções são:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h}$$

$$\therefore a \cdot h = b \cdot c \quad (5)$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$$

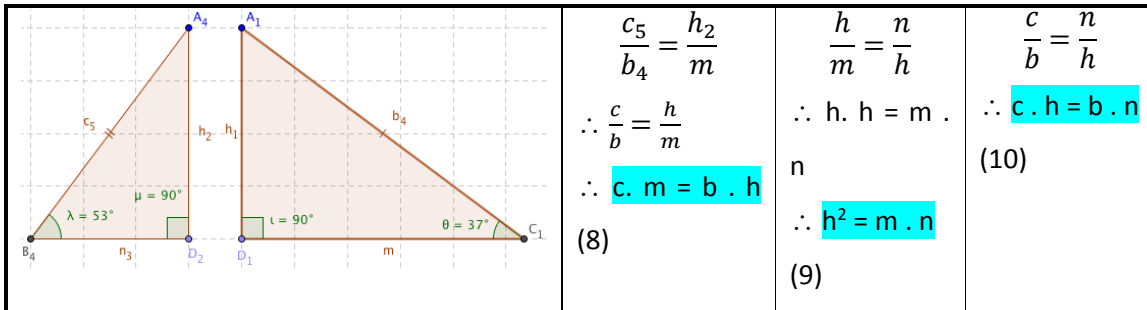
$$\therefore a \cdot n = c \cdot c$$

$$\therefore c^2 = a \cdot n \quad (6)$$

$$\frac{c}{n} = \frac{b}{n}$$

$$\therefore c \cdot h = b \cdot n \quad (7)$$

E para finalizar, utiliza-se os dois triângulos menores (que formam o maior) e as proporções, sabendo que na duplicação  $h_1 = h_2 = h$ ,  $c_5 = c$ ,  $b_4 = b$ ,  $n_1 = n$ :



**Figura 5** - Estudo do  $\triangle ABD$  ( $A_4B_4D_2$ ) com o  $\triangle ADC$  ( $A_1D_1C_1$ ) e suas proporções métricas.  
 Fonte: O autor

Desta maneira, o professor pode mostrar todas as relações métricas no triângulo retângulo, que no total, foram 10 relações demonstradas, entretanto, para o melhor entendimento, o professor deverá pontuar que as repetidas são consideradas uma única vez (ficando apenas 6 relações). Por fim, o professor encontrará vários objetos (variáveis) que poderá aplicar ao ensinar este conteúdo de uma forma criativa e prática.



## Considerações Finais.

Face ao exposto, potencializa-se a convicção de que a Coletânea LABGG se fundamenta na perspectiva didática proativa e interativa no E<sup>A</sup>. Reafirma-se, ainda, que a utilização do *software*, como recurso didático no ensino da Matemática, constitui um caminho para o professor vivenciar com os alunos o processo de motivação, competência e habilidade. A aplicação da Coletânea no processo de E<sup>A</sup> em Matemática pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à manipulação geométrica, percepção, cognição, simbologia semiótica, habilidades tecnológicas e coordenação motora.

## Referências

- Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers of Mathematical Learning* 5(1), 25–45.
- Barbosa, A. F. (2013). *Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TIC Educação 2012* [livro eletrônico]. ISBN 978-85-60062-67-6. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil - Cetic.Br / Nic.Br.
- Brasil. (1998a). *Parâmetros curriculares nacionais - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília-DF, Brasil: MEC/SEF.
- Brasil. (1998b). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília-DF, Brasil: Ministério da Educação – SEF
- Brasil. (2002). *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília-DF, Brasil: Diário Oficial da União.
- Brasil. (2006). *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. (D. de P. de E. Médio, Ed.) (1<sup>a</sup>). Brasília-DF, Brasil: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica.
- Gravina, M. A. & Santarosa, L. M. (1998). A Aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. *Informática na Educação: teoria & prática*, 73-88.
- Kenski, V. M. (2004). *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas-SP, Brasil: Papirus.
- Nascimento, E. G. A. do (2012a). *Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria*. 234f. (Diss. de Mestrado). Faculdade de Educação - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.CE.
- Nascimento, E. G. A. do (2012b). Proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagógica na escola: o LABGG (Laboratório GeoGebra). *In Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, Montevideo, Uruguai*, 448-454. ISN 2301-0185.
- NCTM. (2008). *Princípios e Normas para Matemática Escolar* (2<sup>a</sup>). Lisboa, Portugal: Associação Portuguesa de Matemática.

Papert, S. (1994). *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre-RS, Brasil: Artes Médicas.

Souza, J. R. de (2012). *Vontade de saber Matemática*, 9º ano, 2ª Ed.. ISBN 978.85.322.8156-2. São Paulo: Editora FTD.