

## Análisis interpretativo de resoluciones de futuros maestros a una tarea de pendiente

**Javier Monje**

(Universidad de Alicante);

**Patricia Pérez-Tyteca**

(Universidad de Valencia);

**Bernardo Gómez**

(Universidad de Valencia)

**Resumen:** De acuerdo con la línea de investigación que estamos desarrollando basada en la elaboración de protocolos mayéuticos que fomenten la metacognición en futuros maestros, hemos diseñado e implementado una nueva tarea matemática. Ésta hace referencia a uno de los ejes (relacionado con la noción de pendiente) fundamentales del esquema de Solomon (1987) que hemos tomado como referente teórico para caracterizar las tareas de razón y proporción, contenido objeto de nuestro estudio. Hemos administrado esta tarea a varios grupos de futuros maestros y en este escrito detallaremos los resultados obtenidos a partir de uno de ellos. Por medio de este análisis pretendemos por un lado valorar la idoneidad de la tarea para formar parte del protocolo mayéutico, y por otro caracterizar las resoluciones de los estudiante. Esta es una fase fundamental para poder llevar a cabo de manera efectiva dicho protocolo.

**Palabras clave:** Metacognición, mayéutica, pendiente, razón y proporción.

## Interpretative analysis of preservice teachers resolutions of pending task

**Abstract:** According to our present research based on developing maieutics protocols that promote metacognition in pre-service teachers, we designed and implemented a new mathematical task. This refers to one Solomon (1982) schema axis (related to the notion of slope) which we have taken as a theoretical reference to characterize the ratio

*and proportion tasks, content object of our study. We administered this task to several groups of pre-service teachers and in this paper will detail the results obtained from analyze one of them. This analysis allows us to assess the suitability of the task to be part of the maieutic protocol, and to characterize the student's responses. This is a key stage in order to carry out effectively the protocol.*

**Key words:** *Metacognition, maieutic, slope, ratio and proportion.*

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la idea de que el aprendizaje efectivo pasa por la reflexión sobre las ideas personales y el aprendizaje de los propios errores -como lo han evidenciado expertos en el tema de la metacognición (Lester, 1985; Schoenfeld, 1992) y también instancias de investigación y orientación curricular como el NCTM (2003)- estamos desarrollando una línea de investigación que se articula en torno al diseño, elaboración y puesta en marcha de una propuesta de enseñanza dirigida a profesores en formación. Esta propuesta estará formada por varias tareas en las que se trabajan contenidos de razón y proporción y está orientada por prácticas metacognitivas, tomando principios de la mayéutica socrática, método pedagógico concebido por Sócrates y expuesto en el Diálogo platónico de *Menón*, que consiste en “propiciar en el alumno un aprendizaje a partir del auto-reconocimiento de su ignorancia” (Rigo, 2011, p.523).

Hasta el momento tenemos diseñada, pilotada y analizada una tarea (que presentamos en anteriores reuniones del grupo de trabajo) y en este momento nos encontramos perfilando una nueva tarea que hemos administrado a un grupo de maestros en formación con el fin de analizar sus resoluciones.

Los resultados de este análisis se exponen en el presente escrito y con él pretendemos, además de valorar la idoneidad de la tarea para formar parte del protocolo de enseñanza, clasificar las respuestas de los estudiantes con el fin de determinar la existencia de diferentes perfiles de resolutores. Esta clasificación es fundamental, ya que para que el proceso mayéutico sea efectivo y tenga el impacto cognitivo y metacognitivo esperado, es necesario conocer de antemano los patrones de respuestas que presentan los estudiantes a tareas relacionadas con los contenidos matemáticos a enseñar, y haber tipificado sus dificultades sobresalientes.

## LA TAREA

La tarea que se analiza en este escrito gira en torno a la noción de pendiente y pertenece al último de los cuatro grupos de tareas prototípicas de razón y proporción que Fernández y Gómez (2007) identifican en el esquema conceptual de Solomon (1987), el cual muestra la diversidad de relaciones y fenómenos que se organizan en torno a ese tema (figura 1).

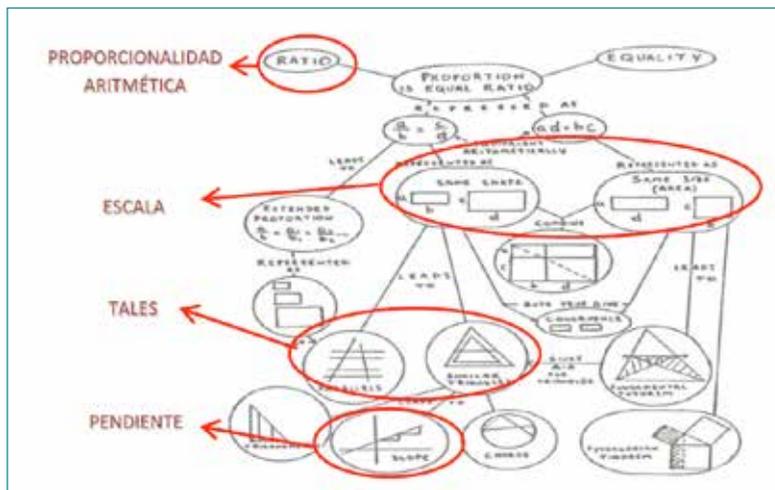


Figura 1. Tareas prototípicas del esquema de Solomon (1987)

Como una de las condiciones que debe cumplir una tarea para ser considerada ma-yéutica (es decir, apta para formar parte de un protocolo de enseñanza ma-yéutica) es que resulte en un primer momento cercana al resolutor y que este la considere asequible, hemos contextualizado el enunciado de la tarea para que éste se convierta en un supuesto real basado en una situación de compra, como puede observarse en la figura 2.

Tomás necesita comprar una escalera para subir al desván de su casa. Se acerca al Meroy Lerlyn y observa que hay dos modelos: una escalera recta y otra de caracol (que aparecen en la imagen de abajo). Como no se decide por uno de los dos modelos, le pregunta al dependiente qué escalera está menos empinada.

Imagina que tú eres el dependiente, ¿qué le aconsejarías a Tomás? Explica de forma razonada tu respuesta.

Figura 2. Tarea que hemos administrado

Además, las tareas mayéuticas deben ser ricas en conceptos matemáticos que los futuros maestros deben ser capaces de manejar. A este respecto, en la tarea que hemos diseñado entran en juego diversas nociones relacionadas con la razón y la proporción como pueden ser la de pendiente, ángulo de inclinación o tangente. Asimismo, esta tarea es susceptible de ser resuelta de diferentes modos, lo que constituye otro requisito deseable para las tareas mayéuticas.

Por último, por medio del análisis de las respuestas de los estudiantes comprobaremos si, además de las condiciones ya mencionadas, la tarea que hemos diseñado es rica en interpretaciones y significados, si genera un alto grado de confianza en los sujetos y si, a pesar de parecer asequible, provoca dificultades. Todas estas características forman parte de los requerimientos que exigimos a una tarea para considerarla idónea para el protocolo de enseñanza.

## RECOGIDA Y ANÁLISIS DE DATOS

La tarea se administró a un grupo de 32 estudiantes de tercer curso del grado de Maestro de Educación Primaria de la Universidad de Valencia durante el transcurso habitual de una sesión de clase. La resolución fue individual, no tuvieron límite de tiempo y se les permitió utilizar el material que consideraran necesario.

Para interpretar las actuaciones de los estudiantes, e identificar las tendencias cognitivas que marcan los perfiles de los resolutores, adoptamos como herramienta analítica un esquema de interpretación de las producciones de los estudiantes basado en la búsqueda de rasgos comunes que permitan agrupar las respuestas en categorías.

Esta agrupación se realiza atendiendo a una serie de criterios que vienen determinados por las características que diferencian las actuaciones que consideramos esperadas de las que no lo son.

En el enunciado preguntamos cuál de las dos escaleras está menos empinada, término coloquial que se utiliza, según la Real Academia Española, para hacer referencia a la pendiente de un objeto. Así, para determinar qué resoluciones son las esperadas, debemos definir qué entendemos por pendiente y de qué modo esperamos que se utilice.

Siguiendo a Lobato y Thanheiser (2002), la pendiente de un objeto físico sirve para medir el ángulo de inclinación del mismo y es la tasa de cambio de la distancia vertical en relación con la distancia horizontal, lo que constituye una razón.

En el caso concreto de las escaleras presentadas en la tarea, no es apropiado trabajar con las dimensiones de la escalera completa (número de cuadrillos que tiene cada escalera de ancho y alto), ya que la escalera de caracol forma una espiral que habría de desplegarse para ser comparable a la escalera recta.

Por todo ello, las respuestas esperadas serán aquellas que centren su atención en un solo escalón de cada escalera y calculan o bien el ángulo de inclinación o bien la tasa de variación entre la huella y el peralte del mismo.

De acuerdo con esto, el criterio principal que hemos adoptado para iniciar la clasificación de repuestas es si existe o no percepción de razones, esto es, discriminamos las resoluciones basadas en el trabajo con razones de aquellas que se limitan a comparar magnitudes lineales.

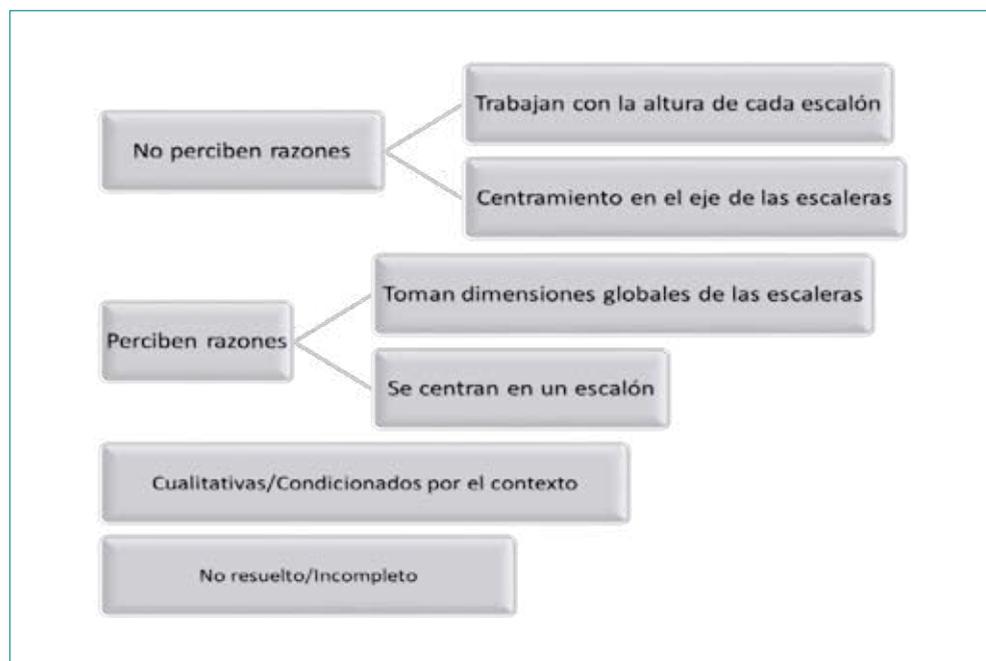
Este criterio permite diferenciar a aquellos sujetos que han utilizado razones para comparar de aquellos que se centran exclusivamente en una de las dimensiones implicadas (la altura del escalón, por ejemplo) y comparan sin tener en cuenta la otra dimensión (el peralte). Esta dificultad ya fue observada por Filloy y Rojano (1999), que comprobó que en tareas de comparación de pendientes, el orden entre magnitudes lineales se transfiere al orden entre razones.

De este modo, obtenemos dos grandes grupos de respuestas. A éstos, se une el grupo de respuestas incompletas o no resueltas y otro grupo que recoge respuestas de corte cualitativo condicionadas por el contexto de la tarea.

Dentro del grupo de los que trabajan con razones, diferenciaremos aquellos que trabajan con las dimensiones totales de las escaleras (que no son comparables), de aquellos que se centran en un escalón (manejando magnitudes comparables), formando así nuevas agrupaciones de respuestas. La clasificación continúa atendiendo al tipo de procedimiento o cálculo realizado para dar solución a la tarea.

## RESULTADOS

El diagrama final que organiza los perfiles de resolutores hallados, es el que se muestra en la figura 3.



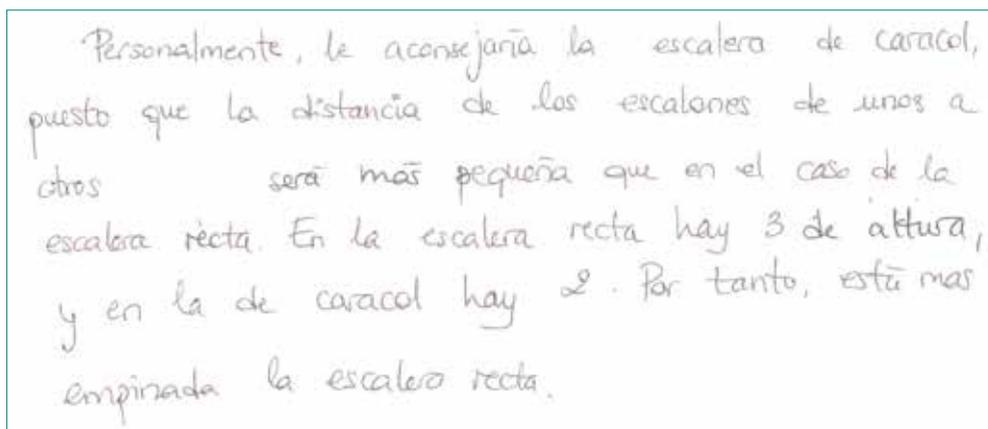
*Figura 3. Diagrama de clasificación de respuestas*

A continuación describimos y ejemplificamos cada una de las categorías.

### **C1: No perciben razones/Trabajan con la altura de cada escalón**

En esta categoría se engloban aquellas resoluciones en las que la respuesta viene determinada por la comparación de magnitudes lineales. En concreto, los estudiantes se centran únicamente en la altura de cada escalón y resuelven que la escalera menos empinada es la de caracol por tener menor peralte.

Un ejemplo de este tipo de resolución puede observarse en la figura 4.

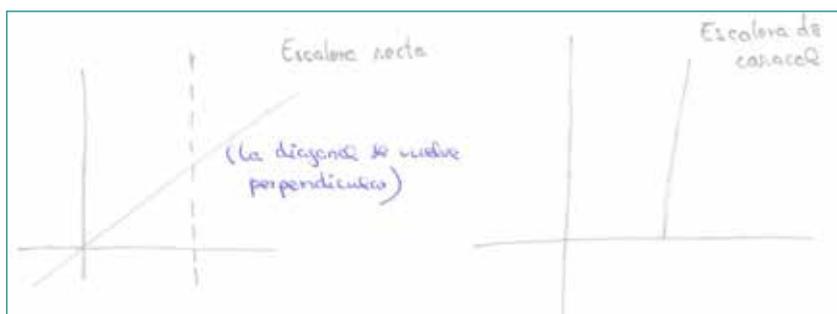


*Figura 4. Ejemplo de la categoría C1*

### **C2: No perciben razones/Centramiento en el eje de las escaleras**

La segunda categoría hace referencia a aquellos alumnos que establecen un eje en cada escalera que va, en línea recta, desde donde comienza hasta donde acaba la misma. A continuación observan la inclinación de los ejes y comparan. De este modo, en el caso de la escalera de caracol el eje que determinan es prácticamente vertical y por este motivo estos estudiantes determinan que ésta es la escalera más empinada.

Un ejemplo de este tipo de respuesta es la que se presenta en la figura 5.



*Figura 5. Ejemplo de la categoría C2*

### C3: Perciben razones/Toman dimensiones globales de las escaleras

En la categoría C3 hemos incluido aquellas resoluciones en las que sí existe una percepción de que hay razones implicadas en la tarea (y por tanto consciencia de que es necesario trabajar con dos dimensiones en cada escalera) pero se calculan de manera errónea al contar por medio de la cuadrícula el ancho y el alto de cada escalera o de una porción de las mismas y comparar la razón obtenida a partir de ello. Como ya hemos comentado, para poder hacer este tipo de comparaciones, sería necesario “desplegar” la escalera de caracol, ya que al ir curvándose ocupa menos espacio del real en la imagen.

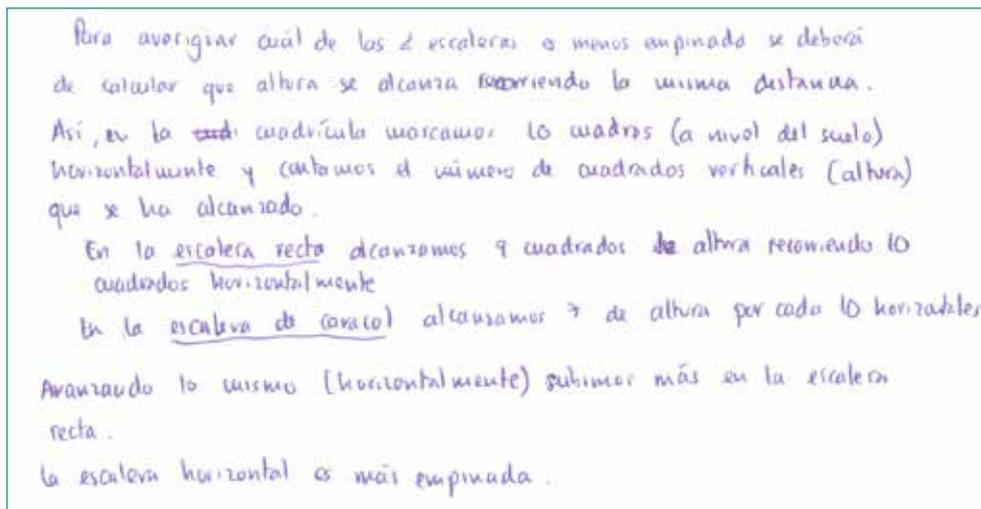


Figura 6. Ejemplo de la categoría C3. Toma porciones

Las figuras 6 y 7 muestran dos ejemplos de estos tipos de resoluciones.

En la primera de ellas, el estudiante realiza los cálculos a partir de una porción de cada escalera (cuenta cuadritos en las imágenes tomando un conjunto de varios escalones) y en la segunda se trabaja con las dimensiones completas de las mismas.

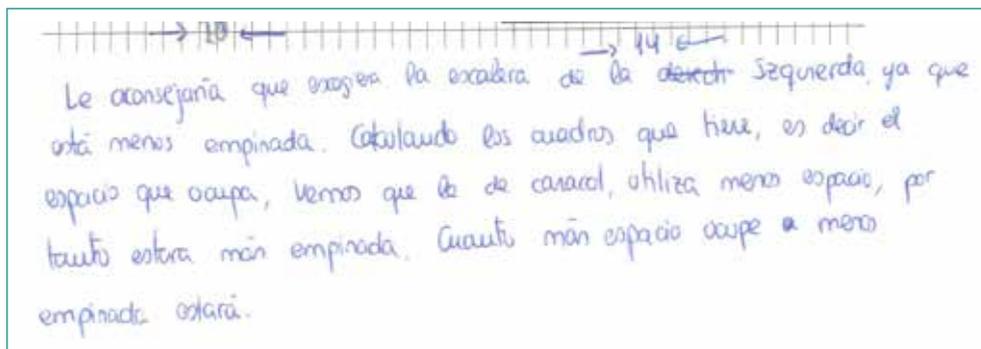


Figura 7. Ejemplo de la categoría C3. Dimensiones totales

#### C4: Perciben razones/Se centran en un escalón

En esta categoría se recogen las respuestas que anteriormente hemos denominado “esperadas”, esto es, que se resuelven de manera correcta. Cabe destacar que sólo 6 sujetos han ofrecido este tipo de respuesta. Estos sujetos perciben razones y para poder establecer comparaciones toman en cada una de las escaleras un escalón, calculan la huella y el peralte del mismo y establecen comparaciones.

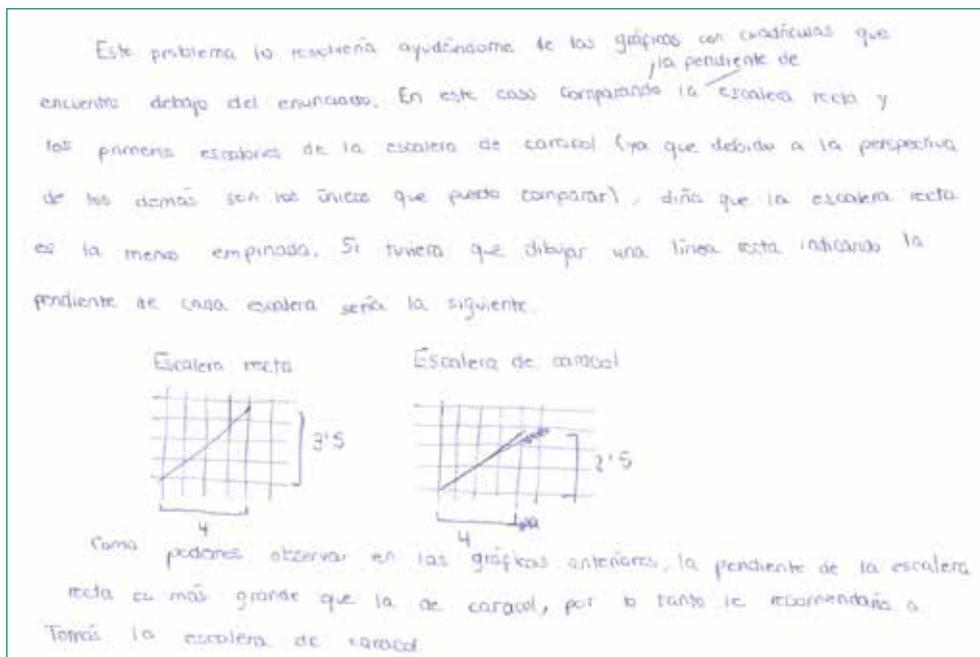


Figura 8. Ejemplo de la categoría C4. Comparación inmediata

En unos casos las comparaciones son inmediatas (como en el ejemplo mostrado en la figura 8) y en otros, se realizan después de un trabajo de construcción progresiva, en el que el sujeto va calculando pares equivalentes a partir de las razones iniciales (véase figura 9 a modo de ejemplo).

#### C5: Respuestas condicionadas por el contexto

En esta categoría clasifico aquellas respuestas que consideramos que están condicionadas por el contexto del enunciado de la tarea, ya que se centran en aspectos relacionados con la situación de compra concreta, como pueden ser las características del comprador o el espacio del que dispone en casa para instalar la escalera.

Un ejemplo de este tipo de respuestas es el que da una estudiante que afirma que *todo este razonamiento depende de la edad del cliente o para quién va a ser más útil*.

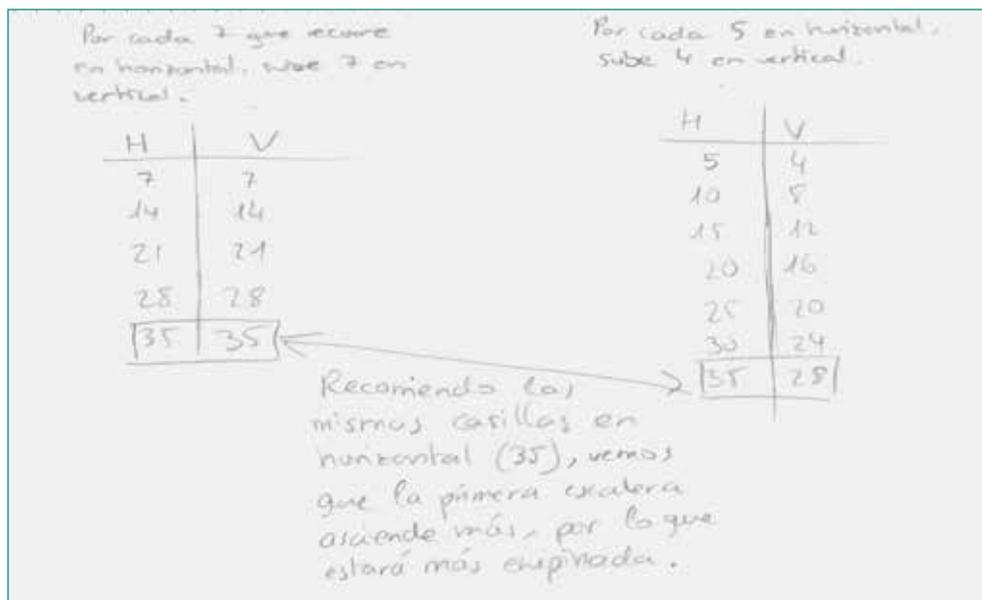


Figura 9. Ejemplo de la categoría C4. Construcción progresiva

## CONCLUSIONES

Uno de los objetivos del análisis y clasificación de las respuestas era discernir si la tarea propuesta era o no idónea para formar parte del protocolo mayéutico. Los resultados indican que los estudiantes tienen dificultades para resolverla con éxito y prueba de ello es que sólo la octava parte de ellos lo han conseguido. Además, existen diferentes resoluciones y estrategias que han aflorado y otras que podrían hacerlo (como es el caso del cálculo del ángulo de inclinación).

Por este motivo, consideramos que la tarea sí es apta para formar parte del protocolo, aunque somos conscientes de que hay aspectos que se pueden mejorar.

De hecho, hemos decidido cambiar las dimensiones de los escalones para que la huella de los mismos no mida lo mismo. Creemos que esto puede enriquecer la fase de comparación.

Por otro lado, el análisis realizado nos ha permitido comprobar que el error de transmisión del orden entre magnitudes lineales al orden entre razones en tareas de comparación de pendiente detectado ya por Filloy y Rojano (1999) es persistente, y se mantiene en nuestros estudiantes. El hecho de que únicamente seis sujetos perciban que en la tarea hay razones implicadas nos indica que éste es un aspecto fundamental que hay que tomar como punto de partida en la reflexión metacognitiva que pretendemos fomentar mediante el protocolo mayéutico.

Como puede observarse, el trabajo con la nueva tarea que presentamos en este escrito está en una fase muy incipiente. El análisis interpretativo que hemos realizado ha constituido una primera aproximación y como consecuencia estamos obteniendo un esquema de clasificaciones que estamos convencidos de que se irá enriqueciendo y completando a medida que sigamos trabajando.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fernández, A. y Gómez, B. (2007). Una organización de tareas de razón en semejanza para el diseño de un modelo de enseñanza. En M. Camacho; P. Bolea; P. Flores; B. Gómez; J. Murillo, M<sup>a</sup> T. González (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XI Simposio de la SEIEM*. Tenerife. pp. 173-180.
- Filloy, E. y Rojano, T. (1999). Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra y la geometría. En *Aspectos Teóricos del Álgebra Educativa*. Serie Investigación en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México. pp. 111-126.
- Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. En E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41–69). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lester, F. K., y Kroll, D. L. (1990). Teaching students to be reflective: A study of two grade seven classes. En G. Booker, P. Cobb, & T. N. Mendicuti (Eds.), *Proceedings fourteenth PME Conference for the Psychology of Mathematics Education, with the North American Chapter twelfth PME-NA Conference* (Vol. 1, pp. 151–158). México: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Lobato, J., y Thanheiser, E. (2002). Developing understanding of ratio as measure as a foundation for slope. En B. Litwiller (Ed.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 Yearbook* (pp. 162-175). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Granada: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Rigo, M. (2011). La Mayéutica y su aplicación a un cuestionario dirigido a docentes. En M. Rodríguez, G. Fernández, L. Blanco, & M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 523–532). Ciudad Real, España: SEIEM, Universidad de Castilla-La Mancha.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.
- Solomon, A. (1987). Proportion: Interrelations and meaning in mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 7(1), 14-22.