

## LA CALCULADORA CLASSPAD COMO RECURSO DIDÁCTICO EN LAS MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Lucía Vázquez Rodríguez

**Resumen:** *El presente trabajo está basado en el uso de la calculadora ClassPad 300 para desarrollar una unidad didáctica, concretamente una eActivity para poder trabajar directamente los contenidos de la unidad con la calculadora. No obstante, dicho uso debe estar controlado, ya que un mal uso de la calculadora puede provocar que no se asimilen los conceptos teóricos correctamente. Por lo tanto, el alumno/a debe ser preparado previamente para poder utilizar dicha herramienta, y consciente de cuál es su función en dicha tarea.*

**Palabras clave:** *ecuación, grado de una ecuación, solución, radical.*

**Abstract:** *This work is based on the use of the calculator ClassPad 300 to develop a didactic unit, namely a eActivity to work directly at the contents of the unit with the calculator. However, such use must be controlled, because misuse can cause the calculator is not properly assimilate theoretical concepts. Therefore, the student be prepared previously to use that tool, and conscious of what is their function in this task.*

**Keywords:** *equation, the degree of an equation, solution, radical.*

### INTRODUCCIÓN

Utilizaremos la calculadora ClassPad como herramienta para desarrollar uno de los temas del bloque de Álgebra de 4º ESO, intercalando los conceptos teóricos con ejemplos, ejercicios y problemas de aplicación.

**UNIDAD DIDÁCTICA: Ecuaciones**  
**CURSO: 4º ESO**

El uso de la calculadora ClassPad en este tema será para comprobar resultados y resolver los ejercicios y problemas de forma inmediata, meditando previamente cuáles son las operaciones y pasos a seguir en su resolución. No obstante, dicho uso debe estar controlado, ya que un mal uso de la calculadora puede provocar que no se asimilen los conceptos

teóricos correctamente. Por lo tanto, el alumno/a debe ser preparado previamente para poder utilizar dicha herramienta, y consciente de cuál es su función en este tema.

## METODOLOGÍA

El modelo de aprendizaje que llevaremos a cabo en esta unidad didáctica será significativo. El alumno/a será el principal protagonista en el proceso de aprendizaje, marcará el ritmo de desarrollo de su propio aprendizaje, para ampliar sus capacidades y posibilidades. El profesor adoptará un papel de guía, interviniendo para resolver las múltiples dudas que vayan surgiendo, así como agente motivador del alumnado, para que estos alcancen los objetivos propuestos. Y será quien adapte el contenido teórico a las posibilidades del grupo e intercale la teoría con los ejercicios a resolver.

El único material docente, además de su cuaderno de trabajo, que va a usar el alumnado de forma regular será la calculadora ClassPad y sería conveniente que cada alumno dispusiera de una para poder trabajar de forma individual tanto en clase como en casa.

Se propondrán actividades matemáticas para desarrollar competencias en el alumnado, tanto competencias básicas como competencias matemáticas específicas que capaciten a los alumnos para utilizar el conocimiento matemático en los distintos contextos en que éste se presenta.

## CONTENIDO SELECCIONADO Y SU DESARROLLO

La lista de contenidos teóricos para el tema “**Ecuaciones**” en 4º ESO (Opción A) (AA.VV., 2006) es la siguiente:

- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de segundo grado
- Ecuaciones bicuadradas
- Ecuaciones con radicales
- Resolución de ecuaciones con la  $x$  en el denominador

En cada uno de los bloques siguientes se desarrollaran los ejemplos teóricos contenidos en la calculadora ClassPad. Y la resolución de los ejercicios propuestos a lo largo del tema así como los propuestos al final del tema. De este modo, los alumnos/as podrán comprobar los resultados, y obtener de forma inmediata la solución de los problemas, haciendo mayor hincapié en el proceso de resolución.

En la siguiente **eActivity** tendremos el contenido teórico, así como unos ejemplos prácticos de cada uno de los bloques y unos ejercicios propuestos para que los alumnos los hagan y comprueben resultados con la calculadora.

El primer y segundo bloque será de repaso, ya que las ecuaciones de primer y segundo grado se han visto en el curso anterior.

## BLOQUE 1: ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Arch Edit Ins Acción

TEMA: ECUACIONES

LUCIA VAZQUEZ

1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Definición

Una ecuación de primer grado tiene la siguiente expresión:

$$ax+b=0, \text{ donde } a \neq 0$$

Alge Decimal Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

TEMA: ECUACIONES

LUCIA VAZQUEZ

1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Definición

Ejemplo:

$$3x+9=0$$

$$3x=-9$$

$$x=\frac{-9}{3}$$

$$x=-3$$

Alge Decimal Cplj Rad

Edit

Para resolver la ecuación

$$ax+b=0$$

hay que despejar la x

$$x=\frac{-b}{a}$$

Arch Edit Ins Acción

1. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Definición

Ejemplo:

$$3x+9=0$$

$$3x=-9$$

$$x=\frac{-9}{3}$$

$$x=-3$$

¡Atención!

Representación

Alge Decimal Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

$$3x+9=0$$

$$3x=-9$$

$$x=\frac{-9}{3}$$

$$x=-3$$

¡Atención!

Representación

solve(3x+9=0,x)

{x=-3}

Alge Decimal Cplj Rad

Edit Zoom Análisis

Para ver la solución gráficamente, arrastra la ecuación a la ventana gráfica

xc=-3 yc=0

x=-3

Rad Cplj

Arch Edit Ins Acción

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando el resultado

(a)  $3x-7=2$

¡Comprobación!

(b)  $-4x+2=-14$

¡Comprobación!

(c)  $32=7x-3$

¡Comprobación!

(d)  $21-4x+8=-2x+8+5x$

¡Comprobación!

Alge Decimal Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando el resultado gráficamente:

(a)  $2-\frac{x+1}{3}=x-1$

(b)  $\frac{x-4}{2}-\frac{x+1}{7}=\frac{x-7}{2}$

(c)  $6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)=3\left(\frac{3x-1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$

(d)  $\frac{2}{3}\left(x-\left(1-\frac{x-2}{3}\right)\right)+1=x$

Alge Decimal Cplj Rad

## BLOQUE 2: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

The first screenshot shows a window titled "2. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO" with a "Definición" section. The text reads: "Una ecuación de segundo grado es de la forma  $ax^2+bx+c=0$ , con  $a \neq 0$ ".

The second screenshot shows the quadratic formula: 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 and explains the discriminant: "Si  $b^2 - 4ac > 0$  ⇒ Hay dos soluciones", "Si  $b^2 - 4ac = 0$  ⇒ Hay una solución", and "Si  $b^2 - 4ac < 0$  ⇒ No tiene solución".

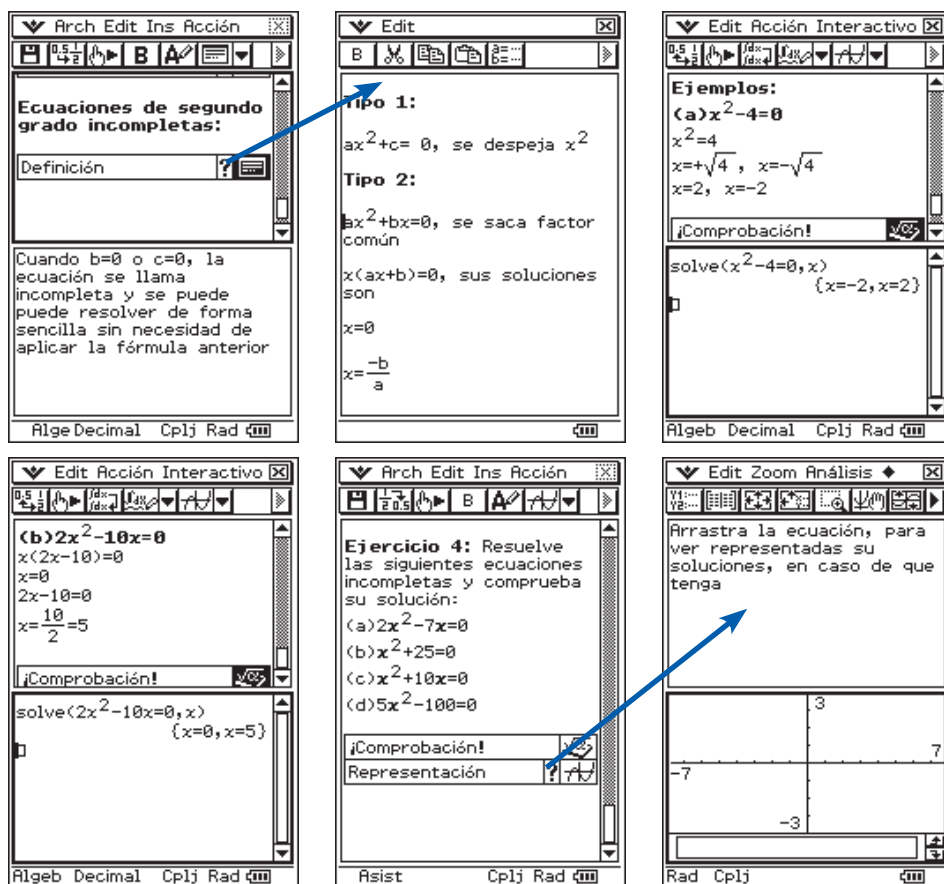
The third screenshot shows an example: "Ejemplo: Resuelve la siguiente ecuación  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ". It shows the calculation of the discriminant  $\Delta = 25 - 24 = 1$  and the solutions  $x = 3$  and  $x = 2$ .

The "Edit Acción Interactivo" window displays the quadratic equation  $x^2 - 5x + 6 = 0$  and its solutions  $x = 3$  and  $x = 2$ . It includes a "¡Atención!" section and a code block: `solve(x^2-5x+6=0,x)` with the output `{x=2,x=3}`.

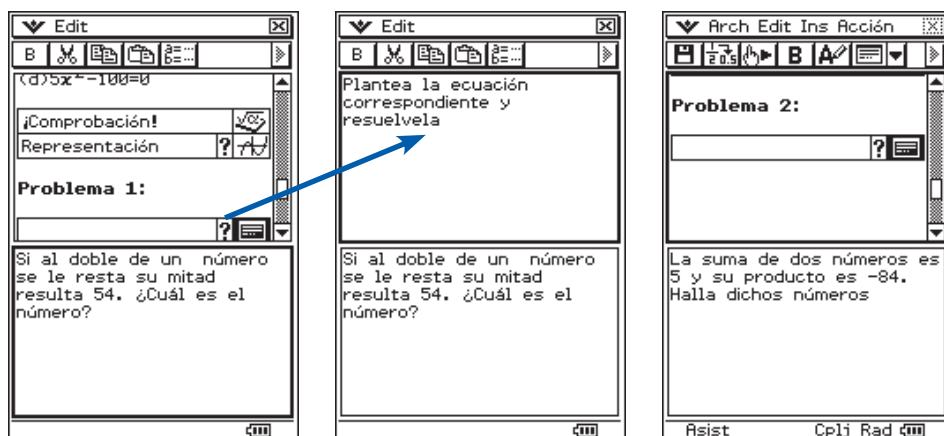
The "Edit" window contains the instruction "Para comprobar la solución" and a code block: `solve(x^2-5x+6=0,x)` with the output `{x=2,x=3}`.

The "Arch Edit Ins Acción" window presents "Ejercicio 3: Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, comprobando su solución y representándola gráficamente:" followed by five equations: (a)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ , (b)  $-x^2 + 7x - 10 = 0$ , (c)  $x^2 - 2x + 1 = 0$ , (d)  $x^2 + x + 1 = 0$ , and (e)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ . It also includes a "¡Comprobación!" section and a "Representación" section.

The "Edit" window contains the instruction "Arrastra la ecuación a la ventana gráfica, y nos aparecerá la solución o soluciones representadas".



A continuación se plantean dos problemas a resolver aplicando el contenido anterior, para ello deben de plantear la ecuación a partir de los datos que proporciona el problema y resolverla, interpretando y razonando el resultado. Al final del tema se plantearán más problemas de este tipo para que el alumno/a trabaje la competencia de plantear y resolver problemas reales y de la vida cotidiana.



### BLOQUE 3: ECUACIONES BICUADRADAS

**3. ECUACIONES BICUADRADAS**

Definición

Son ecuaciones de cuarto grado sin términos de grado impar:

$$ax^4+bx^2+c=0$$

Asist Cplj Rad

Para resolverlas efectuamos el cambio  $y=x^2$  por tanto,  $x^4=y^2$ , con lo que queda una ecuación de segundo grado en la incógnita y:

$$ay^2+by+c=0$$

Para cada valor positivo de y habrá dos valores de x:

$$x=+\sqrt{y}$$

$$x=-\sqrt{y}$$

Asist Cplj Rad

**Ejemplo:**

$$x^4-10x^2+9=0$$

$$y=x^2$$

$$y^2-10y+9=0$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = 9$$

$$y = \frac{10 - \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 - 8}{2} = 1$$

Soluciones:  
 $x=3, x=-3$   
 $x=1, x=-1$

Asist Cplj Rad

**Ejercicio 5:** Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas y comprueba el resultado:

(a)  $x^4-2x^2-3=0$

(b)  $x^4-x^2-12=0$

(c)  $x^4-5x^2=0$

(d)  $x^4-8x^2-9=0$

(e)  $x^4+10x^2+9=0$

Asist Cplj Rad

### BLOQUE 4: ECUACIONES CON RADICALES

**4. ECUACIONES CON RADICALES**

Definición

Son ecuaciones en las que x se encuentra bajo una raíz cuadrada

Asist Cplj Rad

Para resolver este tipo de ecuaciones:

- 1.) Aísla la raíz cuadrada en un miembro
- 2.) Eleva ambos miembros al cuadrado.

En este proceso (al elevar al cuadrado) pueden aparecer soluciones falsas que, naturalmente, hay que rechazar. Por ello, en este tipo de ecuaciones es fundamental comprobar todas las soluciones.

Asist Cplj Rad

**Ejemplo:**

$$\sqrt{2x-3} + 1 = x$$

$$\sqrt{2x-3} = x-1$$

$$(\sqrt{2x-3})^2 = (x-1)^2$$

$$2x-3 = x^2 + 1 - 2x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

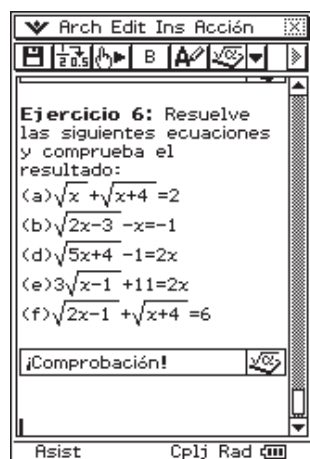
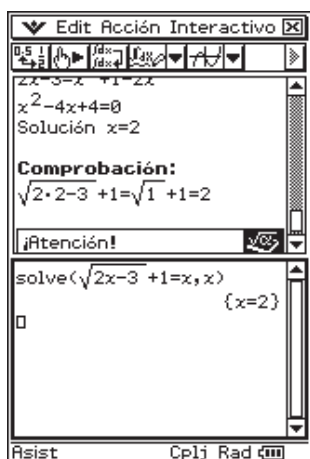
Solución  $x=2$

**Comprobación:**

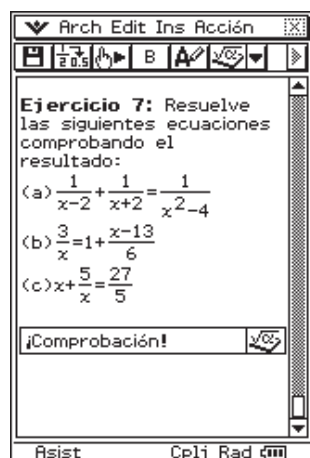
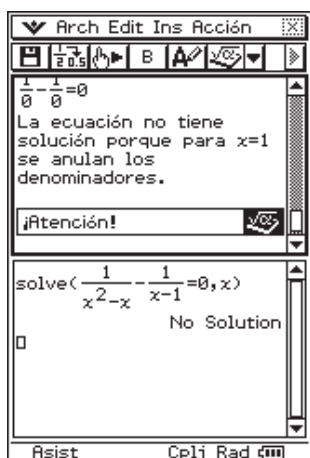
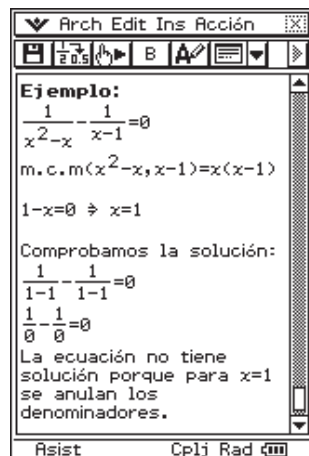
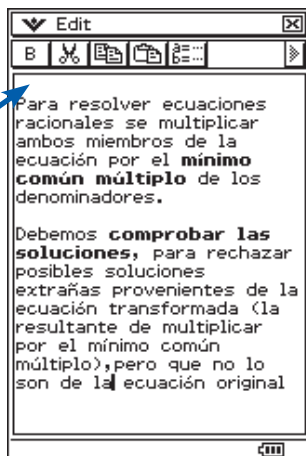
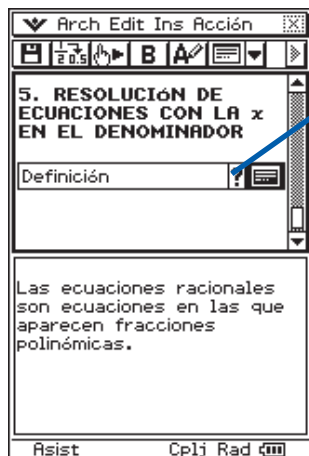
$$\sqrt{2 \cdot 2 - 3} + 1 = \sqrt{1} + 1 = 2$$

¡Atención!

Asist Cplj Rad



## BLOQUE 5: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON LA X EN EL DENOMINADOR



Arch Edit Ins Acción

¡Comprobación!

**Problema 3:**

Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es  $\frac{26}{5}$

Asist Cplj Rad

Edit

Plantea la ecuación correspondiente y resuélvela, razonando el resultado.

Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es  $\frac{26}{5}$

Asist Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

**Problema 4:**

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda cada uno separadamente?

Asist Cplj Rad

## ACTIVIDADES FINALES

Arch Edit Ins Acción

**ACTIVIDADES PROPUESTAS:**

**Ejercicio 1:** Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando su resultado:

(a)  $2(x+1)-3(x-2)=x+6$   
 (b)  $\frac{x-1}{4}-\frac{x-5}{36}=\frac{x+5}{9}$   
 (c)  $4x^2-6x+2=0$   
 (d)  $x^2-\frac{7}{6}x+\frac{1}{3}=0$   
 (e)  $x^2+(x+2)^2=580$   
 (f)  $-x^2+4x-7=0$   
 (g)  $7x^2+21x-28$

Asist Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

(f)  $-x^2+4x-7=0$   
 (g)  $7x^2+21x-28$

¡Comprobación!

**Ejercicio 2:** Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación  $x^2-kx+36=0$  sean iguales

¡Comprobación!

Asist Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

**Ejercicio 3:** Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando el resultado:

(a)  $x^4-16x^2-225=0$   
 (b)  $x^4-13x^2+36=0$   
 (c)  $x^6-7x^3+6=0$   
 (d)  $5x-x^2=0$   
 (e)  $20x^2+4=0$   
 (f)  $(x+1)^2-3x=3$   
 (g)  $1-x(x-3)=4x-1$

¡Comprobación!

Asist Cplj Rad

Edit

**Ejercicio 4:** Comprueba que entre las siguientes ecuaciones de primer grado, unas tienen infinitas soluciones y otras no tienen solución

¡Atención!

Una ecuación tiene infinitas soluciones cuando es de la forma  $0x=0$  y no tiene solución cuando es de la forma  $0x=b$

Asist Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

**Ejercicio 4:** Comprueba que entre las siguientes ecuaciones de primer grado, unas tienen infinitas soluciones y otras no tienen solución

¡Atención!

(a)  $3(3+2x)-(1-x)=2(4+3x)+x$   
 (b)  $3(x-2)+5(x+1)=2(2x+7)+4(x+2)$   
 (c)  $x+\frac{2x-7}{4}=2x+\frac{1-x}{2}$   
 (d)  $x-1+\frac{3-x}{3}=\frac{2}{3}x$

¡Comprobación!

Asist Cplj Rad

Arch Edit Ins Acción

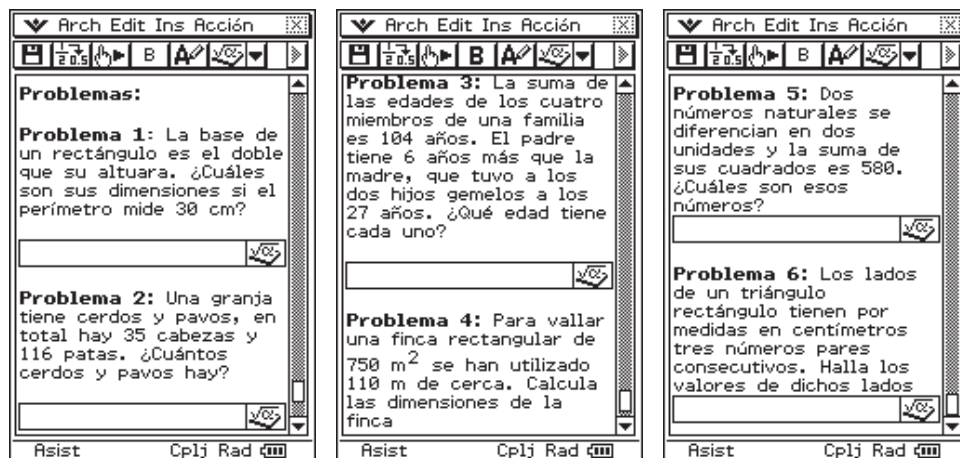
**Ejercicio 5:** Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a)  $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}=\frac{3}{10}$   
 (b)  $\frac{1}{x}+3=\frac{x-3}{2x}$   
 (c)  $\frac{x+1}{x-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{x-2}{x^2-1}$   
 (d)  $\frac{x^2}{(x-1)^2}=\frac{2x+3}{x-1}+3$   
 (e)  $\frac{x-1}{x}+x=1$

¡Comprobación!

Asist Cplj Rad





## CONCLUSIÓN

Esta práctica se realizaría en clase dividiendo los contenidos en diferentes sesiones, en función del ritmo de trabajo de los alumnos/as, siendo su objetivo principal el desarrollar una unidad didáctica, en este caso “Ecuaciones”, dejando a un lado el método tradicional y proponiendo el uso de una potente herramienta matemática que puede ser de mucha utilidad. Tiene un fuerte carácter motivador, ya que el alumno/a podrá resolver otro tipo de problemas matemáticos, como pueden ser problemas de análisis, estadística, geometría, ... usando la calculadora ClassPad como material de trabajo.

La evaluación de dicha práctica debe estar controlada en todo momento por el profesor, ya que un mal uso de la calculadora puede contrarrestar el buen ritmo de aprendizaje de los alumnos/as implicados en la misma.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- VV.AA. (2006). *Matemáticas 4º ESO opción B Andalucía*. Sevilla: Grazaema- Santillana.  
Contreras, M. (2006). *El currículum de Matemáticas con la ClassPad 300*. Valencia: Autor.

## PÁGINAS WEB:

- Aula Casio: [www.aulacasio.com](http://www.aulacasio.com)  
Abel Martín: [www.aulamatematica.com](http://www.aulamatematica.com)  
Mauricio Contreras: [www.mauriciocontreras.es](http://www.mauriciocontreras.es)