

ACTIVIDADES SOBRE EL TAMAÑO DE LA LUNA Y SU DISTANCIA A LA TIERRA

Beatriz Galán Luque
Natividad Adamuz-Povedano
Universidad de Córdoba

INTRODUCCIÓN

Una de las estrategias para realizar actividades que motiven a nuestros alumnos parte de hallar temas que se relacionen con situaciones cotidianas y si a ello podemos agregar algún toque de historia, seguramente lograremos despertar su interés más allá de la propia clase de matemáticas.

Dada la relación histórica existente entre la astronomía y la trigonometría, se ha elaborado esta actividad basada en el cálculo del tamaño de la Luna, así como en la distancia entre ésta y la Tierra. Se ha escogido este tema por considerarse la astronomía un tema desconocido, a la vez de muy llamativo, para el alumnado de Secundaria. Las propuestas de actividades de clase que conectan astronomía y matemáticas son usuales entre el profesorado en activo (Fernández, 1989; Arenzana y Trigo, 1994) como en la formación de los mismos (Navarrete, 1998).

UN POCO DE HISTORIA

Aristarco de Samos vivió en el periodo comprendido entre el 310 y el 230 a.C. Aunque resulta muy escasa la información que se conoce de su vida, se sabe que en su época fue llamado “el matemático”, y citado como uno de los pocos hombres que tenía un profundo conocimiento de todas las ramas de la ciencia: astronomía, geometría, música, etc. No obstante, su faceta más desarrollada fue la de astrónomo, ya que es el responsable de extender la validez de las matemáticas a la totalidad del universo, empleando sus conocimientos para estudiar los cuerpos celestes.

La información que conocemos acerca de sus estudios está determinada por citas de otros autores halladas en textos posteriores, y por la única obra suya que ha llegado hasta nosotros: “*Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna*” (aprox. 270 a.C.). De éste modo, Aristarco fue pionero en escribir una obra para calcular los tamaños del Sol

y la Luna relacionándolos con el tamaño de la Tierra, así como las distancias que existen entre ellos (Massa, 2007).

Hay unanimidad en afirmar que Aristarco fue de los primeros en plantear ideas heliocéntricas sobre del Universo, anticipándose a Copérnico. Sin embargo, en su obra utilizó la teoría geocéntrica. Se dice que es probable que la hipótesis heliocéntrica surgiera al comprobar que el Sol es mucho más grande que la Tierra y la Luna, y que se encuentra mucho más lejos de la Tierra que la Luna.

Aristarco desarrolló un método que permite hallar los tamaños de la Luna y el Sol, a partir del radio de la Tierra, pero en su época este dato era una incógnita. Fue en el año 200 a.C. (aprox. 70 años después de la publicación de su obra), cuando el también matemático y astrónomo Eratóstenes proporcionó una primera estimación del tamaño de la Tierra, $RT = 6.366 \text{ km}$ (Barceló, n.d.).

El método de Aristarco proporcionó una primera estimación del tamaño de nuestro sistema solar, sin embargo, todo ello sería repetido más tarde por Hiparco y Ptolomeo, quienes se aproximaron más a los valores que conocemos hoy día.

MODELO GEOCÉNTRICO DEL UNIVERSO

Aunque Aristarco fue el impulsor del modelo heliocéntrico, en la época en la que desarrolló este estudio el modelo de Universo impuesto era el geocéntrico, es decir:

- La Tierra se encuentra en reposo y es la Luna la que gira en torno a ella, con un período de 29,53 días.
- El Sol también gira alrededor de la Tierra, que permanece inmóvil, y completa una vuelta en un período de 1 año.

Para llevar a cabo su estudio, Aristarco, además, impuso una serie de hipótesis que simplificaban el modelo geocéntrico:

- La Tierra, la Luna y el Sol tienen forma esférica.
- Las órbitas de la Luna y del Sol son perfectamente circulares.
- El radio de la órbita del Sol es mucho mayor que el de la Luna, por lo cual podemos considerar que sus rayos de luz se mantienen paralelos entre la Luna y la Tierra.

Actividad Propuesta N° 1:

Realiza un esquema geométrico del universo siguiendo el modelo geocéntrico, quedando reflejadas las características e hipótesis simplificadoras anteriormente citadas.

Observaciones previas: Antes de comenzar con el desarrollo del estudio llevado a cabo por Aristarco, fue necesario el cálculo previo de la velocidad angular con que se mueve la Luna, que será utilizado como dato de partida para desarrollos posteriores.

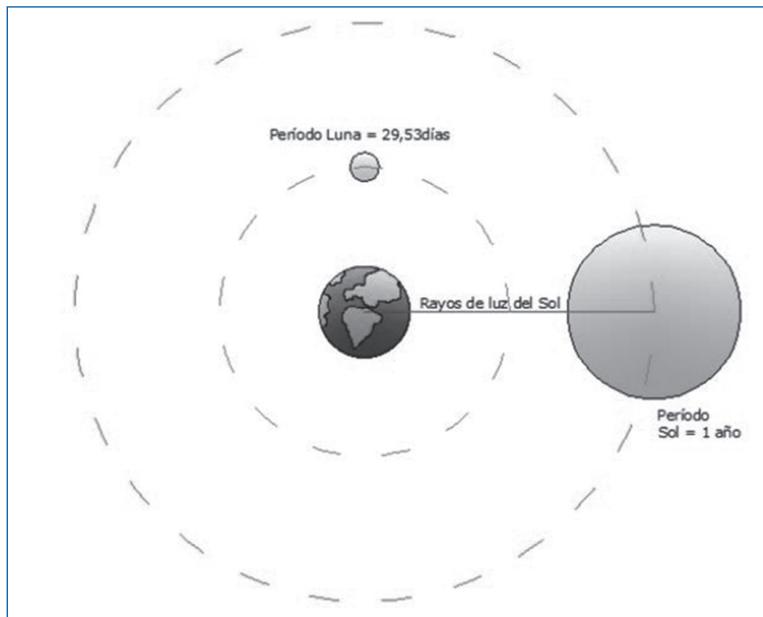


Figura 1: Modelo geocéntrico del Universo

Para ello, con la simple ayuda de un transportador de ángulos Aristarco midió el ángulo con que se ve la Luna desde la Tierra, concluyendo que dicho ángulo era del orden de $0,5^\circ$. Una vez conocido su tamaño angular, observó el tiempo que tardaba la Luna en atravesar una estrella fija, obteniendo como resultado 1 hora. Por tanto, el valor de la velocidad angular de la Luna en su movimiento a lo largo de su órbita se fijó en $0,5^\circ/\text{hora}$.

Actividad Propuesta N° 2:

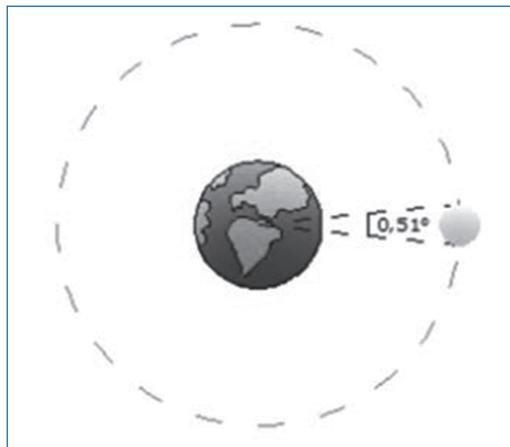


Figura 2: Tamaño angular de la luna

Compara el valor de la velocidad con que se mueve la Luna por el fondo de las estrellas fijas hallado por Aristarco con la ayuda de un transportador de ángulos, con el que podemos obtener haciendo cálculo directo a partir de la duración de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra. ¿Qué observas?

La luna recorre 360° en 29,53 días:

$$\omega = \frac{360^\circ}{29,53\text{días} \cdot \frac{24\text{h}}{1\text{día}}} = 0,51^\circ/\text{h}$$

TAMAÑO DE LA LUNA

Aristarco comparó el diámetro de la Luna con el diámetro de la Tierra, a partir de observaciones realizadas durante un eclipse lunar de máxima duración. Considerando, para ello, que:

- El tamaño de la Tierra es el mismo que el tamaño de su sombra proyectada sobre la Luna, porque el Sol se supone a distancia infinita.
- La Luna gira alrededor de la Tierra con una velocidad angular conocida ($0,51^\circ/\text{h}$).

Basándose en lo anterior, observó que la Luna tarda en atravesar el borde de la sombra de la Tierra una hora, y unas tres horas en aparecer por el borde opuesto. Lo que le permitió concluir que el diámetro de la Tierra es tres veces mayor que el diámetro de la Luna.

Actividad Propuesta Nº 3:

Infórmate de cuál es la característica de un eclipse lunar de máxima duración, y a partir de ahí realiza un esquema de lo anteriormente descrito donde quede también reflejada la conclusión de Aristarco de que el diámetro de la Tierra es tres veces mayor que el de la Luna. ¿Podrías afirmar que también se cumple para los radios?

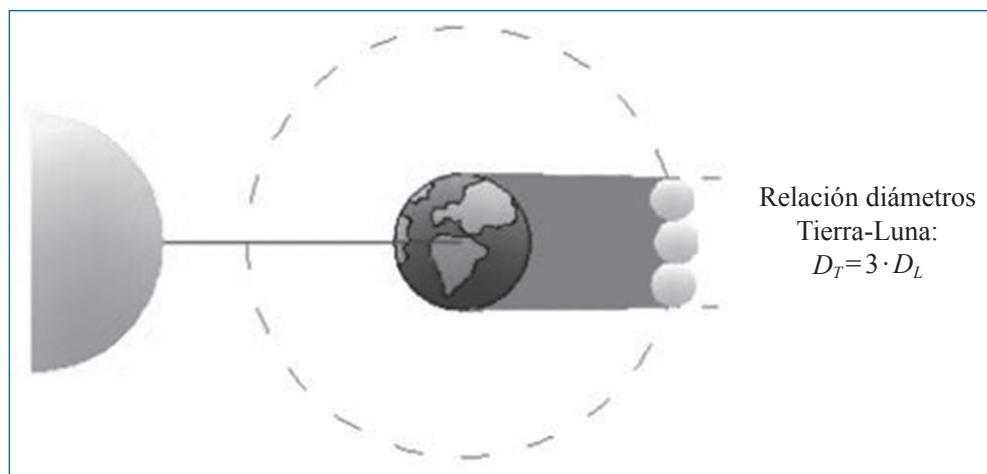


Figura 3: Relación de diámetros Tierra-Luna

Actividad Propuesta Nº 4:

Una vez conocido el radio de la Tierra dado por Eratóstenes, $R_T = 6.366 \text{ km}$, ¿podrías hallar el radio de la Luna usando la relación de Aristarco?

Eratóstenes: $R_T = 6.366 \text{ km}$

$$\text{Aristarco: } R_T = 3 \cdot R_L \rightarrow R_L = \frac{R_T}{3} = \frac{6.366 \text{ km}}{3} = 2.122 \text{ km}$$

DISTANCIA DE LA TIERRA A LA LUNA

Conocidos el diámetro de la Luna y su tamaño angular, es fácil calcular la distancia que la separa de la Tierra. A partir de estos datos, Aristarco realiza una aproximación geométrica suponiendo que los ángulos son tan pequeños que la cuerda de un arco tiene la misma longitud que el arco en sí mismo.

Actividad Propuesta Nº 5:

Sabiendo la aproximación geométrica que utilizó Aristarco en su desarrollo geométrico, determina del mismo modo que hizo él, la distancia de la Luna a la Tierra a partir de los diámetros supuesto en la actividad anterior.

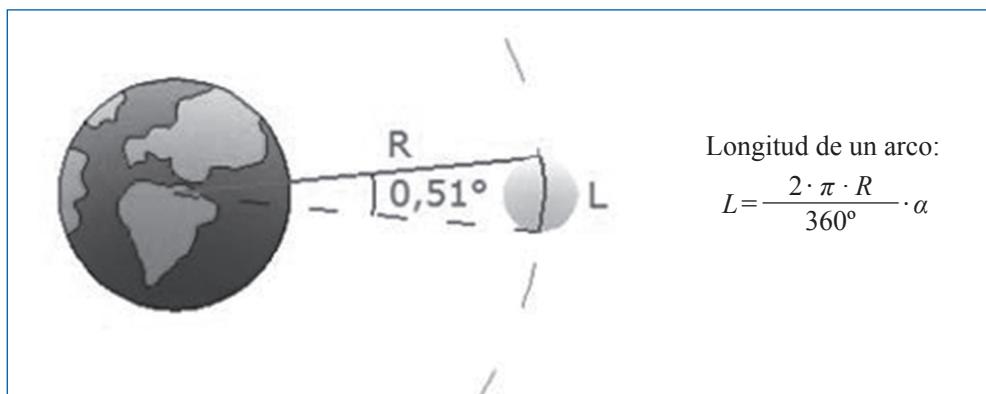


Figura 4: Distancia Tierra-Luna

siendo,

$$L = \text{longitud de arco} = \text{diámetro de la Luna} = 2R_L = 4.244 \text{ km}$$

$$R = \text{radio del arco} = \text{distancia Tierra-Luna} = ?$$

$$\alpha = \text{ángulo del arco} = \text{tamaño angular de la Luna} = 0,51^\circ$$

$$\text{por tanto, } L = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360^\circ} \cdot \alpha \rightarrow R = \frac{L \cdot 360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot \alpha} = \frac{4.244 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot 0,51} = 476.790,76 \text{ km}$$

Actividad Propuesta Nº 6:

En nuestros días, tanto los tamaños de la Tierra y la Luna, como la distancia entre ellas, son conocidos con bastante precisión. Busca información sobre las distintas magnitudes y compáralas con las anteriormente calculadas.

Radio real de la Tierra: $R_T = 6.378 \text{ km}$

Radio real de la Luna: $R_L = 1.738 \text{ km}$

Distancia media entre la Tierra y la Luna: $D = 384.400 \text{ km}$

Estas actividades que proponemos, permiten que el alumnado conozca un poco más el desarrollo de la ciencia, en particular la astronomía, y hará que personajes importantes de la historia vayan siendo incorporados en el corpus de su cultura general. Desde las matemáticas, se percataran de cómo su uso va mas allá de aspectos meramente formales si no que es útil para cosas prácticas.

NOTA: Los errores cometidos en el modelo de Aristarco se deben a que la distancia al sol no es infinita, por lo que sus rayos no llegan paralelos a la Tierra. A pesar de ello, con los instrumentos de medida y las nociones del universo que se tenían en aquella época, se puede concluir que Aristarco obtuvo unos resultados bastante satisfactorios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arenzana, V. y Trigo V. (1994). Investigación dirigida. Medición del radio de la Tierra. *Suma*, 14/15, 44, 48.
- Barceló, T. (n. d.). *Eratóstenes de Cirene (276-194- a. n. e.)*. Consultado el 2 de marzo de 2011 en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3338%3Aeratnes-de-cirene-276-194-ane&catid=37%3Abiograf-de-matemcos- ilustres&directory=67&showall=1
- Fernández, M. (1989). Astronomía: dos actividades. *Suma*, 13, 48-50.
- Massa, M. R. (2007). *Aristarco de Samos (310 a.C.-260 a.C.)*. Consultado el 2 de marzo de 2011 en http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3321:aristarco-de-samos-310-ac-260-ac&catid=37:biograf-de-matemcos- ilustres&directory=67.
- Navarrete, A. (1998). Una experiencia de aprendizaje sobre los movimientos relativos del sistema Sol/Tierra/Luna en el contexto de la formación de maestros. *Investigación en la escuela*, 35, 5-20.

Paginas Web:

Astronomía para principiantes: - La distancia de la Tierra a la Luna:

<http://www.astronomia-iniciacion.com/astronomia/distancia-tierra-luna.html>

Astro Santander: - Aristarco de Samos, otro gran genio:

http://www.astrosantander.es/images_documentos/Aristarco_de_Samos.pdf

El rincón de la ciencia: - Observaciones sobre Aristarco de Samos:

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/primeroa/aristarco/super%20Aristarco%20de%20Sam o1.htm>

Cálculo de la distancia Lunar:

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/primeroa/aristarco/distancialunar.htm>