NARRATIVA DA PRÁTICA SOB A COMPREENSÃO DA TAD E A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DO PROFESSOR

Flávio Nazareno Araujo Mesquita - Renato Borges Guerra
flavio.nam@hotmail.com rguerra@ufpa.br
Universidade Federal do Pará - Brasil

Tema: Formação do Professor de Matemática
Modalidade: CB
Nível: Formação e Atualização Docente
Palavras-chave: Equipamento Praxeológico; Universo Cognitivo; Transposição Didática Interna; Equação do 2º grau.

Resumo

Este artigo é um recorte de minha dissertação de mestrado que se desenvolveu numa pesquisa narrativa autobiográfica em que busco compreender de que modo as praxeologias matemáticas por mim vivenciadas enquanto professor de matemática e aluno de cursos de formação continuada podem contribuir, impedir, ou mesmo serem neutras, na construção de uma nova praxeologia didática sobre a fórmula de resolução de equações do 2º grau no ensino fundamental. Sob a luz da teoria antropológica do didático, são exploradas as noções de dinâmica praxeológica e cognitiva de uma pessoa para análise das duas fases da transposição didática interna, realizadas em uma turma da quarta etapa da EJA. Os resultados apontam que o equipamento praxeológico e o universo cognitivo relativos ao objeto matemático em questão contribuem para construção de uma nova praxeologia matemática. Mas o jeito pontual de pensar e fazer em sala de aula pode determinar as ações docentes e não permitir o fazer das conexões entre os objetos matemáticos intencionados na primeira fase da transposição didática interna sobre o objeto de estudo.

1- Introdução

Segundo Chevallard (2009), sob o quadro da TAD, um *professor de matemática* é resultante de seu passado e presente de sujeições institucionais de modo que o seu conhecimento , em *diacronia*, pode ser imaginado como o fazer da *história do professor como sujeito* por meio da crônica de suas sujeições e contra sujeições, e em *sincronia*, em que se pode imaginar o quadro de suas relações pessoais com os objetos de ensino, o seu *universo cognitivo*. Assim, ao longo do tempo, da *história do professor como sujeito*, existe uma *dinâmica cognitiva*, em que se faz com que alguns objetos apareçam ou desapareçam de seu universo cognitivo e, em dialética, existe uma *dinâmica praxeológica* em que o *equipamento praxeológico do professor* muda, no sentido de que algumas partes deste equipamento perdem suas características de operação, enquanto outras partes são remodeladas e novos elementos são adicionados ao longo do tempo.

Essa dialética ganha especial importância quando refletimos sobre as singularidades da atuação do professor na transposição didática interna sob as condições e restrições institucionais e pessoais (Chevallard (2005) e Ravel (2003)); o de construção do texto eminente do saber a ser ensinado e das praxeologias didáticas associadas ao saber por ele vividas em sala de aula.

À luz desse entendimento assumi o problema posto por Chevallard (2009), especificamente, de compreender de que modo as praxeologias matemáticas e didáticas por mim vivenciadas enquanto professor de matemática e aluno de cursos de formação continuada podem contribuir, impedir, ou mesmo serem neutras, nos dois momentos da transposição didática interna, e na dialética entre eles, sobre a fórmula de resolução de equações do 2º grau no ensino fundamental. Para tanto, busco em minhas memórias as praxeologias sobre a fórmula de resolução da equação do segundo grau que experienciei nas diferentes instituições em que fiz e faço parte, pois "em geral, nossas relações pessoais são frutos de nossa história de submissões institucionais passada e presente" (Chevallard, 2009, p. 3), de como me tornei professor e como foi se construindo minha prática docente que marca minhas relações pessoais com o saber matemático, em especial com o objeto matemático supracitado.

Assumo, assim, o trabalho investigativo a partir de narrativas de minhas memórias sobre as praxeologias realizadas em diferentes instituições , pois enquanto sujeito de diferentes instituições " é válido pensar em termos pluralistas sobre o uso da memória por diferentes grupos sociais, que devem ter diferentes visões do que é importante ou memorável" (Burke, 2000 apud Miguel; Mendes, 2010, p. 84) e desse modo revelar as imposições institucionais que amalgam meu fazer docente e o alcançar meu o objetivo de (re)construir o equipamento praxeológico e minhas relações pessoais com a equação do segundo grau, sem perder de vista que:

> As narrativas constituem as expressões de uma realidade que é do sujeito, não sendo tomadas como uma representação fidedigna de um contexto histórico, mas como o universo de significação social que é subjetivamente real para ele. Ou seja, quando uma pessoa relata os acontecimentos vividos, percebe-se que reconstrói sua trajetória atribuindo-lhe novos significados (Paixão, 2008, p. 47).

Assim, em acordo que "a narrativa autobiográfica não compreende a verdade literal dos acontecimentos, mas, antes, uma representação que deles faz o sujeito" (Cunha, 1997, p. 3) e que, segundo Chevallard (2009), a relação pessoal a um objeto emerge de uma pluralidade de relações institucionais e que, portanto, nunca é perfeitamente conforme com as relações institucionais, ou seja, a pessoa quase sempre, em certa medida, tem uma relação não conforme com as instituições pois a sua relação pessoal a um objeto é formada pela integração ao longo do tempo de diferentes relações institucionais em que se sujeitou, penso ser, nesse sentido, factível encontrar minhas respostas aos questionamentos postos; o que me leva espontaneamente a assumir a narrativa autobiográfica, de forma a reconstituir episódios de minha vida sob a compreensão da TAD, como pessoa que ocupa seu lugar nas instituições, de suas relações pessoais que foram se construindo e se reconstruindo como consequências das várias relações institucionais decorrentes de diferentes sujeições que vive e viveu.

2 – A formação do equipamento praxeológico

Não posso precisar com detalhes, mas em acordo com minhas lembranças as equações de 2º grau e sua resolução foram-me apresentadas quando ainda aluno da 8ª série do nível fundamental com a seguinte sequência: o professor expôs a definição da equação do 2º grau e expôs três formas de resolvê-las: uma forma de resolução da equação do segundo grau que se dava sempre com o uso da fórmula para as equações completas (do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b, c sendo números reais e diferentes de zero) e duas técnicas para as incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$ (por fatoração pondo o fator comum em evidência) e $ax^2 + c = 0$ (calculando-se a raiz quadrada de – c/a).

Quando iniciei a docência em turmas do Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries minha formação era de engenharia e as relações pouco ou nada mudaram na forma de resolver equações do 2º grau e essas relações influenciaram sobremaneira nas ações iniciais como professor da escola básica, uma vez que o processo de formação docente pode ser desenvolvido desde as primeiras experiências vivenciadas na escola como aluno e por meio de observação do trabalho dos professores. Sobre tais experiências Gonçalves e Mendes (2007, p. 48), apoiados em Camargo (1998), afirmam que “[...] situações vivenciadas como alunos são de forte influência no trabalho do professor em sala de aula, porque correspondem a experiências relativas ao ensino, à aprendizagem [...]”.

Nessas aulas iniciais, minha estratégia era resolver com os alunos a maior quantidade de exercícios possível pondo estes com as dificuldades em ordem crescente, de acordo como eu obtive algum êxito enquanto aluno e ratificada enquanto professor de aulas particulares. Nesse sentido, Liston e Zeichner (1993) citados por Gonçalves (2006, p. 182) reafirmam que:

> Está claro que os futuros professores ascendem a sua formação profissional com uma bagagem histórica de experiências educativas como estudantes. Tem idéias prévias sobre o que significa ser um bom professor, o conteúdo que deve ensinar, como deve fazê-lo e o tipo de ambiente de aula que gostaria de proporcionar. Não chega em branco.

A abordagem inicial que fiz dos conteúdos foi fortemente pautada nas sequências de conteúdos propostas pelo livro didático, inclusive transcrevendo para o quadro seus exercícios, integralmente. Para exemplificar, nas 7ª e 8ª séries do ensino fundamental, segui rigorosamente a sequência dos conteúdos nos livros didáticos que foram adotados pela escola naquele ano letivo. Os conteúdos da 7ª série, tais como expressões algébricas e operações com polinômios (com destaque para produtos e fatorações) eram "revistos" na 8ª série em equações do 2º grau. Mas as praxeologias em cada série se davam de tal forma que esses objetos pareciam isolados no currículo. Ou seja, desenvolver produtos de polinômios e produtos notáveis, fatorar polinômios, solucionar sistemas de equações do 1º grau pareciam tarefas que nada tinham a ver com o questionamento: qual a melhor forma de resolver uma equação do 2º grau?

No ano letivo seguinte, fui professor de uma turma da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de 4ª etapa, e deveria ensinar todo o conteúdo de 7ª e 8ª séries em um ano. Recordo que fazia um resumo de cada conteúdo do programa; os de 7ª série eram ensinados no 1º semestre e de 8ª série, no 2º. Não havia (ainda não há supostamente) uma praxeologia para a EJA.

2.1- As buscas por formação e suas perturbações nas dinâmicas praxeológicas

Após algum tempo de docência, cursei licenciatura em matemática por exigência da nova LDB (Lei de Diretrizes e Bases). Em seguida, fiz cursos de aperfeiçoamento, de especialização em educação matemática. Esses cursos contribuíram sobremaneira no meu fazer pedagógico na escola. Inclusive, com aulas que foram trabalhadas com abordagens da etnomatemática e da modelagem matemática, com produção de artigos.

No seguimento da formação contínua, ingressei no curso de mestrado em educação matemática da UFPA, onde, nas notas de aulas e orientações do professor Renato Guerra, questionamentos relacionados aos saberes da matemática escolar e às práticas realizadas frente a esses saberes foram (e continuam) discutidos. Do estudo de teorias da didática francesa, em especial da teoria da transposição didática (Chevallard, 2005) e teoria antropológica do didático (Chevallard, 1999, 2009), nas aulas e nos encontros do grupo de estudo de didática da matemática, surgiram questionamentos que sobremaneira dinamizaram minhas relações com diversos saberes da matemática escolar, em especial para mim a resolução de equações do 2º grau. Essa nova relação surge com um encadeamento de saberes acerca da fórmula de resolução de equações do 2º grau inspirada em Silva e Guerra (2009) e que será exposto a seguir.

3- Uma nova praxeologia para a fórmula de resolução da equação do 2º grau a partir de velhas praxeologias

A noção de praxeologia é o cerne da TAD e que segundo Bosch e Chevallard (1999) constitui um jeito de fazer e de pensar as atividades no seio de uma determinada instituição. Segundo Chevallard (1999), a estrutura de uma praxeologia consiste que toda prática é composta por um conjunto de tarefas que para serem realizadas necessitam de uma técnica, que formam o bloco do saber fazer; e que a compreensão da técnica se constitui na tecnologia que por sua vez é justificada por uma teoria.

Uma praxeologia pode ter alcance determinado pelo tipo de tarefa, técnica tecnologia e teoria e, dependendo desse alcance ela pode ser dita pontual, local, regional ou global. Segundo Bosch e Chevallard (1999, p. 8):

> Um complexo de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas em torno de um tipo de tarefas forma uma *organização praxeológica* ou *praxeologia pontual*. A reunião de várias praxeologias pontuais criará uma praxeologia *local* ou *regional* ou *global*, de acordo com o grau de expansão dessas reuniões sucessivas e respectivamente, a tecnologia, a teoria ou a posição institucional considerada.

No caso da fórmula de resolução da equação do 2º grau, apresento no anexo 1 uma praxeologia matemática local em que a fórmula surge como necessidade de estudo da técnica de fatoração. Há uma abordagem para o estudo das equações do 2º grau evocando vários conteúdos posteriores e anteriores a este no currículo.

Na organização posta no anexo 1, surgem praxeologias pontuais com as seguintes tarefas: desenvolver produtos monômio e polinômios de uma variável; fatorar polinômios, resolver sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas; Calcular o valor numérico de expressões algébricas.

Em relação à equação do 2º grau, a tarefa se constitui em resolver equações usando fatoração de polinômios. No entanto, há equações que não são resolvidas pela técnica de fatoração de forma trivial. Assim, o estudo da técnica e a articulação de objetos já exibidos em praxeologias anteriores, como os produtos notáveis e sistemas de equações, produz uma técnica de maior alcance: a fórmula de resolução. Na resolução da equação do 2º grau, o desenvolvimento da fórmula se constitui na tecnologia da técnica. No entanto, a fatoração assume caráter de tecnologia para resolução de equações polinomiais com o Teorema Fundamental da Álgebra como elemento teórico.

Minhas reflexões sobre o objeto em termos da transposição didática, e a consequente reflexão da prática docente me conduziram a uma nova relação com os objetos matemáticos em destaque nesse trabalho (anexo 2). A ação docente foi pensada de modo revelar para mim as característica de transacionalidade dos objetos matemáticos e suas articulações entre si, e não de objetos tratados isoladamente. A respeito da transacionalidade do objeto, Mesquita (2011) apoiado em Chevallard (2005) afirma que o objeto de ensino deve produzir um equilíbrio contraditório entre passado e futuro. Assim, o "não envelhecimento" de um objeto do saber corresponde ao papel de transacionalidade do mesmo, ou seja, se pode dizer que a superação da contradição antigo/novo de um objeto do saber favorece o não envelhecimento desse objeto. Assim como uma espécie de ser vivo evolui para não ser extinto, um objeto do saber também pode "evoluir" no sentido de não se tornar obsoleto e vítima do tempo didático. Isso pressupõe que tal objeto seja renovado no curso de seu estudo. E isso é tarefa do professor. A partir disso, fiz uma intervenção numa turma de 4ª etapa da EJA, onde os objetos ostentados no anexo 1 poderiam ser trabalhados sem embaraço, pois eles fazem parte do programa dessa etapa.

A praxeologia didática evoluiu numa tentativa minha de manter a integração dos objetos matemáticos. Ensinei produtos de polinômios do tipo $(x - a)(x - b)$, e os produtos notáveis $(x + a)^2$, $(x - a)^2$, para que surgissem os trinômios do 2º grau; e os produtos $x(x - a)$ e $(x + a)(x - a)$ para os binômios do 2º grau. A diferença entre o quadrado da diferença e o quadrado da soma de dois termos se configura como tarefa chave para o desenvolvimento da fórmula. A tarefa posterior era fatorar os trinômios e binômios do 2º grau com uma variável, para em seguida, solucionar equações do tipo $(x - a)(x - b) = 0$; $x(x - a) = 0$; $x^2 - Sx + P = 0$, esta última tendo que fazer tentativas. Assim, surge a tarefa: determine dois números sabendo sua soma e seu produto. O desenvolvimento dessa tarefa leva a um sistema de duas equações e duas incógnitas tais como: $a + b = S$ e $a.b = P$, o que resulta numa equação do tipo $a^2 - aS + P = 0$ e volta para a solução por tentativas. Para romper com este ciclo, fizemos (eu e os alunos) a articulação de $a + b = S$ e $a.b = P$ com a diferença $[(a - b)^2 - (a + b)^2 = - 4ab]$ e que resulta na tarefa de resolver um sistema de equações do 1º grau, tendo $(a + b) = S$ e $(a - b)^2 = S^2 - 4P$.

Essa nova praxeologia parecia conduzir as articulações dos objetos de estudo que fazem parte da 4ª etapa. Mas o jeito de fazer pontual ainda estava muito presente em meu equipamento praxeológico de tal forma que a relação entre o quadrado da diferença e da soma surgiu de forma abrupta para solucionar o problema. Contudo, essa nova relação com a fórmula de resolução de equação do 2º grau, contribuiu sobremaneira num alargamento de repertório cognitivo e praxeológico de minha pessoa e me despertou para o fato de que o professor pode construir praxeologias com objetos matemáticos da escola.

4- Considerações finais

Ao preparar o texto do saber a partir da organização matemática de Silva e Guerra (2009) sobre a fórmula de resolução das equações do 2º grau, não encontrei naquele momento dificuldades, pois reconheci imediatamente praxeologias matemáticas pontuais como as dos produtos notáveis, resolução de sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, fatorações de polinômios. É importante destacar as mobilizações entre elas, as quais atendiam a intenção de encontrar a fórmula por meio de um fazer conduzido por uma tecnologia que reclamava ser justificada por uma teoria. Mostrava-se inteligível e, sobretudo, (re)significava as praxeologias matemáticas pontuais em uma praxeologia matemática local. Sob esse entendimento posso dizer que as praxeologias matemáticas de meu equipamento praxeológico contribuíram fortemente para construção de uma nova praxeologia e correlativamente para modificar minha relação com a fórmula de equação do segundo grau.

Embora motivado pela gestão do ensino que poderia otimizar o tempo didático para o estudo dos objetos matemáticos demandados na 4ª etapa da EJA, nas ações em sala de aula houve momentos em que rompi com as articulações entre as praxeologias pontuais como havia planejado, ora por ainda manter as relações com os objetos do modo posto em praxeologias pontuais, ora por descobrir que a praxeologia que detinha sobre um objeto não era adequada para a posição ocupada na instituição ensino da EJA.

Assim, parece-me claro que embora tenha havido uma nova relação com o objeto, a fórmula da equação do segundo grau, materializada em uma praxeologia matemática, não se converteu plenamente em uma nova praxeologia didática.

Referências bibliográficas

Bosch, M., Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l’activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 19, n. 1, p. 77-124.

Chevallard, Y. (1999).El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221-266.

Chevallard, Y. (2005). *La Transposición Didáctica:* del saber sabio al saber enseñado. 3. ed. 2. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.

Chevallard, Y. (2009). *La TAD face au professeur de mathématiques.* Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse le 29 avril 2009.

Cunha, M. I. (1997). Conta-me agora! As narrativas como alternativas pedagógicas na pesquisa e no ensino. *Revista de Faculdade de Educação,* São Paulo, v. 33, n. 1-2.

Gonçalves, T. O.(2006) *A constituição do formador de professores de Matemática:* a prática formadora. Belém: Cejup.

Gonçalves, T. O. Mendes, M. J. F. (2007). Reflexões sobre a formação do professor de Matemática. In: ______. *Formação e inovação curricular no ensino de Ciências e Matemáticas:* pesquisando idéias, saberes e processos. Belém: Cejup. (Coleção Pesquisa em Educação em ciências e Matemáticas).

Mesquita, F. N. A.(2011). *As dinâmicas praxeológicas e cognitivas e a construção do conhecimento didático do professor de matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – IEMCI, Universidade Federal do Pará, Belém.

Miguel, A, Mendes, I. A. (2010). Mobilizing in mathematics teacher education: memories,social practices, and discursive games. *ZDM Mathematics Education*,v.42,381-392.

Paixão, C.C. (2008). *Narrativa autobiográfica de formação*: processos de vir a ser professor de Ciências. 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém.

Ravel, L. (2003). *Des programmes a la classe***:** etude de la transposition didactique interne:Exemple de l’arithmétique en Terminale S spécialité mathématique. Thèse préparée au sein de l’équipe de Didactique des Mathématiques (DDM), Laboratoire Leibniz-IMAG.

Silva, F. H. S.; Guerra, R. B. (2009). Contextualização do ensino da matemática. In: Silva, F. H. S. *Formação de professores*: mitos do processo. Belém: UFPA.

ANEXOS

Anexo 1 – Uma praxeologia local para a fórmula de resolução de equação do 2º grau

A equação do 2º grau é apresentada na forma, $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, que permite escrevê-la como sendo $x^2 + px + q = 0$, que é um polinômio do segundo grau que pode ser escrito como um produto de polinômios do 1º grau $x^2 + px + q = (x - a)(x - ß)$.

Mas, $(x - \alpha)(x - ß) = x^2 - (\alpha + ß)x + \alpha ß$ que comparada à expressão $x^2 + px + q$, obtém-se

$$\begin{cases} -(\alpha + \beta) = p \\ \alpha.\beta = q \end{cases}$$

Isto é, $-(\alpha + ß)x$ é igual ao termo do primeiro grau px e o termo constante $(\alpha\beta)$ é igual ao termo constante q.

A resolução, portanto, da equação $(x - \alpha)(x - ß) = 0$ tem solução observando-se que o produto de números reais $AB = 0$ é nulo quando pelo menos um dos fatores for nulo ($A = 0$ *ou* $B = 0$). Ou seja, $x - \alpha = 0$ ou $x - ß = 0$, obtendo-se $x = \alpha$ ou $x = ß$. Tudo se resume em fatorar um polinômio do 2º grau em um produto de fatores do primeiro grau: $x^2 + px + q = (x - \alpha)(x - ß)$.

Em geral, não é tão fácil encontrarmos α e $ß$ por operações mentais. No entanto, observando que o quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado de sua soma menos quatro vezes o produto entre eles, ou seja, $(\alpha - ß)^2 = (\alpha + ß)^2 - 4\alpha ß = p^2 - 4q$, podemos obter o sistema do primeiro grau

$$\begin{cases} \alpha + ß = s \\ \alpha - ß = \sqrt{p^2 - 4q} \end{cases}$$

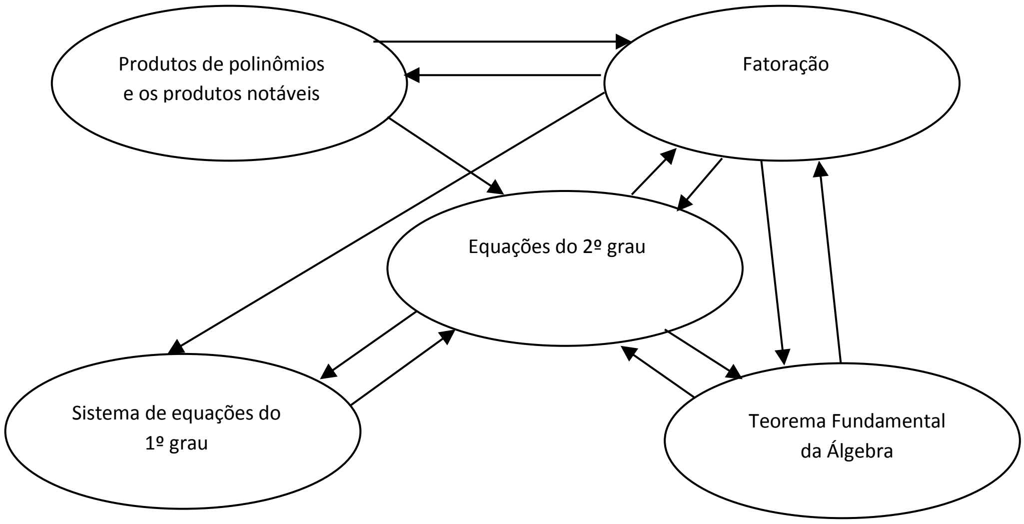
que é resolvido pelo método da adição. Assim, $x^2 - 7x + 12 = 0$, resulta em $p = -7$ e $q = 12$, pois donde $2\alpha = 8$ produz $\alpha = 4$, que substituído em $\alpha + ß = 7$ resulta em $ß = 3$.

Após vários exercícios, resolvemos o caso geral, e obtemos a fórmula de resolução da equação do 2º grau

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fonte: Silva e Guerra (2009, p. 93-96)

Anexo 2: Saberes articulados e integrados no texto do saber



Fonte: Mesquita (2011, p.68)