O AUXÍLIO DO GEOGEBRA NA VERIFICAÇÃO DE ALGUNS TEOREMAS DA GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA

Marcella Luanna da Silva Lima
marcellaluanna@hotmail.com
Universidade Estadual da Paraíba - Brasil

Tema: V.5 - TIC y Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: GeoGebra. Geometria Euclidiana Plana. Demonstrações.

Resumo
Ao se pensar Ensino de Matemática faz-se necessário uma revisão das concepções metodológicas que, tradicionalmente, fazem uso de recursos didáticos pouco variados em processos de ensino e aprendizagem, nos quais professores são transmissores de um conhecimento tido como acabado e inquestionável e alunos são apenas receptores. Em um momento de revolução tecnológica, tem sido constante e necessário o uso de computadores no Ensino das Ciências, em particular da Matemática. É nesse contexto que os aplicativos educativos matemáticos apresentam-se como válida alternativa metodológica, quando utilizados corretamente. O presente trabalho, vinculado ao subprojeto PIBID/Matemática, relata o trabalho desenvolvido durante a Oficina "O GeoGebra no Ensino de Matemática", realizada na VI Semana de Matemática do CCT da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, com objetivo de apresentar o software GeoGebra como um recurso metodológico facilitador dos processos de ensino e aprendizagem, enfatizando o uso do referido software na verificação de alguns teoremas da Geometria Euclidiana Plana, fazendo uma comparação entre as demonstrações clássicas de alguns teoremas com as demonstrações feitas utilizando este software. A Oficina consistiu em uma oportunidade de reflexão e aperfeiçoamento dos participantes diante de sua prática docente.

Introdução

Diante do desafio dos professores em motivar os seus alunos e em desconstruir a visão de que a Matemática é uma ciência difícil e incompreensível, novas teorias de aprendizagem e novos recursos didáticos devem ser implementados a fim de fornecerem aos alunos uma formação mais significativa, onde eles possam ter maior participação na construção de seus próprios conhecimentos e onde possam ser preparados numa perspectiva de homem e de sociedade.

Em um momento de revolução tecnológica, tem sido constante e necessário o uso de computadores no ensino das ciências, em particular na Matemática. O uso dessa tecnologia, no entanto, exige uma adaptação à realidade escolar; realidade essa limitada em sua infraestrutura, em seus recursos e na qualificação profissional. Os professores precisam, não apenas superar as dificuldades de manuseio desses recursos computacionais, como também, assumir uma postura reflexiva e investigativa em relação aos temas para que estes sejam trabalhados de forma estratégica, evitando os modismos e permitindo que os alunos desenvolvam habilidades diversas. A esse respeito:

> Os recursos computacionais em si mesmos, quando amplamente dominado pelo professor, não são suficientes para garantir uma ação educacional diferenciada, se não estiverem claras e fundamentadas as teorias. Assim, além da necessidade de saber lidar com o computador, o professor deve entregar-se ao processo de construir para si mesmo um novo conhecimento, incorporando não somente os princípios que estão sendo atualmente desenvolvidos sobre informática e educação, mas acima de tudo, passando pelas considerações teóricas sobre a aprendizagem que melhor explicam a aquisição do conhecimento e o desenvolvimento cognitivo. Trata-se de dominar o conhecimento científico de uma maneira ampla e necessária para o seu próprio aprimoramento intelectual. (Oliveira, 2007).

É nesse contexto que os softwares educativos matemáticos apresentam-se como uma válida alternativa metodológica, quando utilizados corretamente. Este artigo foca-se no uso do GeoGebra, software de Geometria Dinâmica, no estudo de alguns temas da Geometria Euclidiana Plana, durante uma Oficina ministrada para professores e alunos de Licenciatura em Matemática.

Atividades trabalhadas na Oficina

Durante a VI Semana de Matemática do CCT, evento realizado nos dias 8 a 11 de novembro de 2011 na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), ministramos a Oficina intitulada “O GeoGebra no Ensino de Matemática”; essa Oficina foi parte integrante das atividades desenvolvidas no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) e teve por objetivos apresentar o software GeoGebra aos participantes, utilizá-lo para desenvolver algumas atividades lúdicas através de figuras geométricas e, em especial, para relacionar a Álgebra com a Geometria.

Para desenvolver essas atividades foi utilizado o laboratório de informática da Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística (UAME) da UFCG, em que cada aluno, de posse de material impresso, ver Silva et al (2011), e fazendo uso de um computador com o GeoGebra instalado, desenvolvia as atividades propostas sendo auxiliados pelos ministrantes e, ocasionalmente, pelo professor-orientador.

A Oficina deu-se início com a apresentação do programa (o que é, com o que trabalha, onde pode ser adquirido e como é constituída sua Interface), e com exemplificações da funcionalidade dos principais comandos. Posteriormente, uma vez que o GeoGebra permite inúmeras animações, a imaginação dos alunos foi estimulada a partir de algumas atividades lúdicas, com a devida orientação quanto aos passos da construção.

Por fim, o GeoGebra foi utilizado para verificar a validade de alguns teoremas da Geometria Euclidiana Plana; isso permitiu, por sua vez, que os participantes tomassem conhecimento de meios que facilitam o entendimento dos alunos, que geralmente é limitado devido a abstração e complexidade de muitas demonstrações. Entre os resultados trabalhados podemos citar:

1. PROPOSIÇÃO 1: “Três pontos não colineares determinam um círculo.”

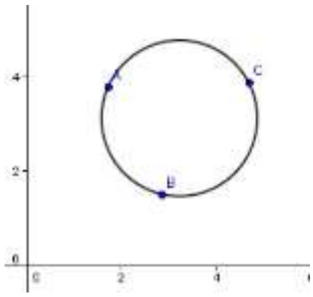

Figura 1: Círculo determinado por três pontos.

2. PROPOSIÇÃO 2: “Todo polígono regular está inscrito em um círculo.”

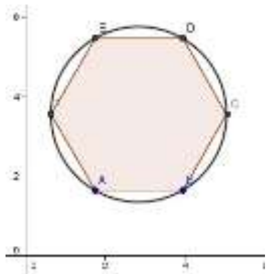

Figura 2: Polígono regular inscrito em um círculo.

3. PROPOSIÇÃO 3: “Dado um segmento de reta qualquer, é possível construir um triângulo equilátero tendo este segmento como um dos lados.”

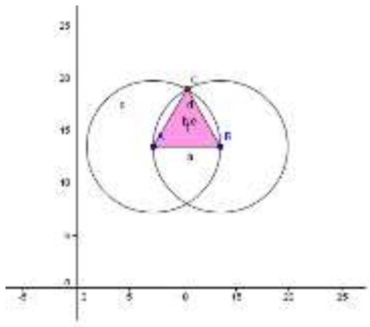

Figura 3: Triângulo equilátero construído dado um segmento de reta qualquer.

Comparação entre as demonstrações clássicas e as demonstrações usando o GeoGebra

Nessa seção fazemos uma comparação entre as demonstrações clássicas de alguns resultados trabalhados na Oficina, com as demonstrações feitas utilizando o GeoGebra. As demonstrações clássicas estão baseadas em Garbi (2010), Barbosa (2006) e Euclides (2009).

4.1. PROPOSIÇÃO 1: “Três pontos não colineares determinam um círculo.”

<u>Demonstração clássica (Garbi, p. 101):</u>

Considere os pontos $A, B\ e\ C$ não alinhados, conforme a Figura 1.

Unindo $A\ e\ B$ ao ponto C, fica formado o ângulo não nulo $\angle ACB$.

Tracemos as mediatrizes dos segmentos BC e AC.

Tais mediatrizes, por serem perpendiculares aos lados BC e AC do ângulo $\angle ACB$, formam entre si ângulos congruentes ou suplementares ao ângulo $\angle ACB$.

Logo, elas não podem ser paralelas entre si ou coincidentes.

Portanto, elas devem cruzar-se em um ponto P.

Os triângulos APN e CPN são congruentes (LAL) pois são retângulos (por construção), PN é comum e $NA = NC$ (por construção).

Logo, $PA = PC$.

Os triângulos PMC e PMB são congruentes (LAL) pois são retângulos (por construção), PM é comum e $MB = MC$.

Logo, $PB = PC$.

Logo, $PA = PB = PC$ e, por definição de circunferência, os pontos $A, B\ e\ C$ estão sobre uma circunferência de centro C e raio congruente com $PA = PB = PC$.

<u>Demonstração usando o GeoGebra (ver Figura 1):</u>

- Selecione a sexta janela na Barra de ferramentas;
- Clique no quarto comando desta janela;
- Dê o primeiro clique na área de desenhos e o primeiro ponto, A, é construído;
- Em seguida, dê outro clique em outra parte da área de desenhos e um segundo ponto, B, é construído;

- Para finalizar, dê outro clique em outra parte da área de desenhos e um terceiro ponto, C, é construído, formando, assim, um círculo determinado por três pontos.

4.2. PROPOSIÇÃO 2: “Todo polígono regular está inscrito em um círculo.”

Demonstração clássica da Proposição 2 (Barbosa, pp. 139 - 140):

Seja $A_1, A_2, \ldots, A_n$ um polígono regular. Tracemos o círculo que passa pelos pontos A_1, A_2 e A_3. Seja O o centro deste círculo. Como $OA_2 = OA_3$ então o triângulo OA_2A_3 é isósceles e logo $O\hat{A}_2A_3 = O\hat{A}_3A_2$. Como o polígono é regular todos os seus ângulos internos têm a mesma medida. Portanto $A_1\hat{A}_2A_3 = A_2\hat{A}_3A_4$. Mas então, $A_1\hat{A}_2O = O\hat{A}_3A_4$. Como além disso $A_1A_2 = A_3A_4$ (lados de um polígono regular são congruentes) e $OA_2 = OA_3$, então os triângulos OA_1A_2 e OA_4A_3 são congruentes.

Daí obtém-se $OA_4 = OA_1$. Portanto A_4 também é um ponto do círculo. O mesmo raciocínio pode agora ser repetido para provar que A_5 também pertence ao círculo, e assim sucessivamente.

Como resultado final obtém-se que todos os pontos do polígono pertencem ao círculo, c.q.d.

Demonstração usando o GeoGebra (ver Figura 2):

- Construa um polígono regular de quantos lados você julgar conveniente;
- Clique no comando “Círculo definido por três pontos”;
- Selecione três pontos do polígono construído e você obterá o desejado.

4.3 . PROPOSIÇÃO 3: “Dado um segmento de reta qualquer, é possível construir um triângulo equilátero tendo este segmento como um dos lados.”

Demonstração clássica da Proposição 3 (Euclides, pp. 99-114)

Seja um segmento de reta AB. Vamos então, sobre ele construir um triangulo equilátero.

Com centro em A, e distância AB, façamos o círculo BCD, e, da mesma maneira, com centro em B, e distância BA, façamos o círculo ACE, e, a partir de ponto C, no qual os círculos se cortam, até os pontos A, B fiquem ligados as retas CA, CB.

E como o ponto A é centro do círculo CDB, a AC é igual à AB; de novo, como o ponto B é centro do círculo CAE, a BC é igual à BA. Mas a CA foi também provada igual à AB; portanto, cada uma das CA, CB é igual a AB. Mas as coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si; portanto, também CA é igual à CB, portanto, as três CA, AB, BC são iguais entre si.
Portanto, o triângulo ABC é equilátero, e foi construído sobre a reta limitada por AB.

<u>Demonstração usando o GeoGebra (ver Figura 3):</u>
- Trace um segmento de reta AB definido por dois pontos;
- Faça um círculo com centro em A e distância AB;
- Faça um círculo com centro em B e distância BA;
- Marque a interseção C entre os dois círculos formados;
- Ligue os pontos A ao C, ao B e B ao A.

Observando as duas formas das demonstrações, a clássica e a do GeoGebra, feitas acima, é possível perceber a grande diferença da facilidade da demonstração da última forma e de sua própria aprendizagem. Assim, os alunos poderão compreender melhor os teoremas da Geometria sem precisar, necessariamente, que o professor faça a sua demonstração de forma clássica. Em outras palavras, utilizando o GeoGebra, os alunos passam a ver de forma concreta e mais clara, as ideias utilizadas ao longo das demonstrações e as propriedades geométricas envolvidas em cada passo da mesma.

De acordo com Guimarães et al (2002), a verdadeira aprendizagem em Matemática, especialmente em Geometria, deve passar necessariamente pelas etapas de exploração concreta, experimentação, resolução de problemas, elaboração de conjecturas, justificativas informais e provas. Ou seja, as demonstrações feitas no GeoGebra podem fazer com que o aluno passe por cada uma dessas etapas de exploração, mas cabe, necessariamente, ao professor que o auxilie na construção do conhecimento, que o questione diante de cada passo e que aproveite os erros cometidos diante das demonstrações para que possa explorar os conceitos que não ficaram esclarecidos para os alunos.

Resultados

A Oficina foi desenvolvida para atender professores de Matemática do Ensino Médio como também alunos da graduação. Do público esperado, os participantes eram, em sua maioria, professores da rede pública de ensino.

Em virtude do domínio de propriedades matemáticas dos participantes, as atividades foram desenvolvidas com entendimento significativo do que estava sendo feito, de quais conhecimentos estavam envolvidos e quais habilidades os alunos poderiam desenvolver ao usarem, adequadamente, o GeoGebra. Houve, inclusive, colocações interessantes e participações nas resoluções.

Os professores mostraram-se bastante interessados no aprimoramento de seus conhecimentos no que diz respeito às novas tecnologias, tendo consciência de que é preciso adaptar-se a uma geração que difere muito da que lhes formaram. A Oficina, portanto, consistiu em um apoio à aprendizagem da Matemática, diminuindo a distância do professor com o computador e as possíveis ameaças que essas tecnologias os provocam, apresentando o software GeoGebra como um instrumentalizador do processo de ensino.

Conclusão

O desenvolvimento da Matemática, assim como das demais Ciências é marcado pelas influências do contexto social e, diante de um mundo em constantes inovações tecnológicas, o papel da escola e a prática docente devem ser constantemente revistas a fim de que os conteúdos matemáticos sejam ensinados e apreendidos por meios mais eficientes e significativos para os alunos.

À escola compete formar sujeitos aptos a buscarem o aperfeiçoamento contínuo e oferecer condições para que os professores utilizem os recursos computacionais, não somente com ambientes informatizados, mas também com cursos de capacitação, diminuindo, assim, o medo e a insegurança existentes. O professor, por sua vez, deve repensar métodos e novas formas de trabalho, conscientes de que esses recursos são meios e não fins e de que essa tecnologia deve ser usada de modo a propiciar a construção de um conhecimento contextualizado e de interesse para o aluno, de modo que ele se sinta estimulado a descobrir, explorar, estabelecer hipóteses e generalizar resultados.

Com essa visão, a Oficina "O GeoGebra no Ensino de Matemática" apresentou o software GeoGebra como uma ferramenta de auxílio nas aulas de Matemática, mas especialmente, de Geometria Euclidiana Plana. Esse software, assim como outros recursos, pode ser usado a benefício da educação quando as atividades e metas forem bem definidas. O professor, portanto, não precisa nem deve ignorar suas demais concepções metodológicas e nem deve temer ser substituído por esses recursos; basta reflexão, capacitação e disponibilidade ao novo.

Referências bibliográficas

Barbosa, J. L. M. (2006). *Geometria Euclidiana Plana*. 8ª ed. Rio de Janeiro: SBM.

Garbi, G. G. (2010). *C.Q.D.: explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da Geometria*. São Paulo: Livraria da Física.

Euclides. (2009). *Os Elementos: livro I*. Trad. e int. Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP.

Oliveira, E. M. (2007). Metodologia para o uso da Informática na Educação. *Educação Matemática em Revista, SBEM*, 13(23), 57-67. issn: 1517-3941.

Silva, A. A., Silva, B. F., Alves, B. N., Sousa, E. V., Lima, M. L. S., Trajano, M. L. S. & Oliveira, S. B. (2011). Oficina: O GeoGebra no Ensino da Matemática. Geometria Plana, Funções Afins, Quadráticas e Atividades Lúdicas. *Portal do PIBID Matemática UFCG*. Recuperado de http://pibidmatematicaufcg.webnode.com/materiais-bibliograficos-/

Guimarães, L. C., Belfort, E. & Bellemain, F. (2002). Geometry: Back to the Future?. *Proceedings of the Second International Conference on the Teaching of Mathematics*, 1(2), 1-8. Recuperado de http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap384.pdf