CB-81

ESTRATEGIAS DOCENTES EN LAS PRIMERAS ASIGNATURAS DE ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL GRADO EN MATEMÁTICAS

Juan Matías Sepulcre Martínez
JM.Sepulcre@ua.es
Universidad de Alicante, España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Universidad
Palabras clave: Análisis de una variable real; Grado en matemáticas; Errores conceptuales y operativos; Estrategias docentes.

Resumen

El primer curso universitario supone, en general, un cambio brusco para los estudiantes de nuevo ingreso que se ve especialmente reflejado en la relación porcentual entre el número de créditos aprobados y el número de créditos presentados en algunos grados y materias en particular. En el caso del grado en matemáticas, las primeras asignaturas del área de análisis matemático resultan ser muy a menudo un escollo inexorable para el alumnado. El propósito principal que se persigue en este trabajo es ayudar a que el alumno identifique claramente las principales dificultades de la materia mediante la exposición de los fallos, errores o confusiones usuales que se cometen a lo largo de las pruebas de evaluación de carácter teórico-práctico realizadas a lo largo del curso, y también de la lista de criterios y penalizaciones específicas que se emplean en la corrección de las mismas. La puesta en práctica de este tipo de propuestas ayuda también al profesorado a detectar los conceptos de difícil comprensión con tal de incidir más en ellos en posteriores explicaciones teóricas.

Introducción

Un porcentaje elevado de alumnos de los primeros cursos universitarios realiza una revisión superficial de los textos de apoyo, de la información contenida en sus apuntes, de las referencias bibliográficas o, en general, de cualquier fuente de información. En particular, tras haber realizado pruebas de evaluación, muchos alumnos no extraen sus propias conclusiones de los errores cometidos. Además, muchos alumnos *engullen* los temarios de

ISBN 978-84-945722-3-4

las asignaturas y de esta manera la mayoría de los principales conceptos son olvidados con el paso del tiempo.

En este sentido, los resultados del primer año de carrera universitaria en algunos grados universitarios, como el de Matemáticas o Física, son mucho peores que los obtenidos en los últimos años de bachillerato. De hecho, la tasa de eficacia, es decir, la relación porcentual entre el número de créditos aprobados y el número de créditos presentados, resulta ser muy baja en este primer año de matrícula universitaria. En concreto, algunas asignaturas específicas presentan una elevada tasa de suspensos (ver por ejemplo [2] y [3].

Independientemente de la realización de otras propuestas en relación especialmente a estas asignaturas que tienen muchos suspensos, la que se plantea en este trabajo es la de recopilar los errores, confusiones o fallos específicos que han sido detectados en la corrección de las pruebas parciales de evaluación, realizadas a lo largo del curso, para posteriormente facilitárselos a los alumnos con tal de que no se produzcan de nuevo en futuros desarrollos y pruebas. Además, se propone también acompañar esta lista de errores con otra que marque los criterios y las penalizaciones específicas que se utilizarán en la corrección de las pruebas para que sea accesible de antemano a todo el alumnado. En concreto, en este trabajo mostraremos la implementación de esta propuesta, mediante ejemplos concretos de estas listas, en asignaturas específicas del área de análisis matemático correspondientes a primer curso del grado en matemáticas.

Contexto

Aunque la propuesta planteada se puede realizar a su manera en cualquier asignatura, tal como señalamos en la introducción, este trabajo se enfoca en las primeras asignaturas del área de análisis matemático del grado en matemáticas y afines. Algunos manuales sobre el temario de estas asignaturas son por ejemplo [1] y [5].

Los propósitos básicos que se persiguen en tales asignaturas son los de introducir los números reales, desarrollar las nociones de continuidad y derivabilidad y, finalmente, tratar las nociones de integral y serie numérica que tendrán su continuación natural en otras asignaturas del grado.

ISBN 978-84-945722-3-4

En cuanto a los objetivos formativos específicos podemos destacar los de aprender a utilizar el análisis de sucesiones, conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados fundamentales del cálculo diferencial de una variable real, manejar con soltura diversas clases de funciones como herramienta para resolver gran diversidad de problemas, aprender a utilizar el análisis de series numéricas y, por último, conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados fundamentales del cálculo integral de una variable real.

De esta manera, los bloques temáticos más importantes son: introducción axiomática de los números reales, sucesiones de números reales, límites, continuidad y derivabilidad de las funciones de una variable real, primitivas e integrales indefinidas, la integral de Riemann y series numéricas.

Por todos es sabido que estas asignaturas presentan un elevado porcentaje de suspensos en primera convocatoria y es por ello que conviene plantear nuevas estrategias docentes encaminadas a reforzar el buen aprendizaje del alumno matriculado.

Propuestas planteadas

Como se expuso anteriormente, este trabajo plantea la iniciativa de realizar listados con los errores usuales detectados en las diferentes pruebas teórico-prácticas realizadas a lo largo del curso. Estos fallos se pueden acompañar, opcionalmente, de breves comentarios o aclaraciones indicando por ejemplo el motivo y las correcciones.

Además, estas listas de errores cometidos pueden ser acompañadas de otras que incluyan los criterios que se utilizarán, en especial el apartado de las penalizaciones, para corregir posteriormente las pruebas efectuadas.

Tanto los errores como los criterios y penalizaciones se escriben para que los alumnos sean conscientes de los posibles fallos cometidos (por ejemplo, de formalismo, rigor y claridad) y tratar de que no se produzcan en futuras pruebas y exámenes. Así se les indica también a los alumnos. Además, estas listas se plantean de forma anónima sin indicar naturalmente quién ha cometido cada fallo o error expuesto.

Finalmente, la redacción de estas listas puede ser complementada, con anterioridad, con la resolución de la prueba, inmediatamente después de que los alumnos hayan intentado

ISBN 978-84-945722-3-4

hacerla. De esta forma, el alumno tiene muy reciente la forma que ha tenido de enfocar los problemas y ejercicios planteados, y de buen seguro que las dificultades y las dudas surgidas son contrastadas con la resolución mostrada y con la ayuda del profesor. Posteriormente, algunos días después, la exposición de los errores, confusiones y fallos encontrados puede resultar bastante esclarecedora con tal de cerciorarse de ellos y tratar de que no se produzcan en futuras ocasiones.

En este sentido, pensamos que conviene realizar un análisis más exhaustivo de los errores cometidos en las primeras pruebas parciales, correspondientes a los primeros bloques temáticos, que resultan ser muy importantes ya que suponen el arranque de la asignatura y la forma de trabajar en ella. Precisamente, exponemos a continuación un ejemplo específico de tales listas, sobre uno de los primeros bloques temáticos de la materia objeto de estudio. Este ejemplo se basa en los siguientes problemas planteados en una prueba parcial de carácter teórico-práctico:

<u>Problema 1</u>.- Se define por recurrencia $a_1 = 9,\ a_{n+1} = \sqrt{a_n} + 2$. Decidir justificadamente si la sucesión $\{a_n\}$ es convergente. En caso afirmativo, calcular su límite.

<u>Problema 2</u>.- Probar formalmente, utilizando ε y n_0, que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{2n^2 + n - 5} = \frac{1}{2}.$$

Lista de <u>comentarios sobre errores/fallos/confusiones particulares cometidos</u> alrededor de las preguntas anteriores:

- Algunos alumnos afirman que si $\{x_n\}$ es convergente, entonces $\{x_n\}$ ha de ser monótona y acotada.

  (Esto es falso ya que, por ejemplo, se mostró en clase que la sucesión definida por $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$ es convergente y, sin embargo, no es monótona. El resultado correcto es que si $\{x_n\}$ es monótona, entonces $\{x_n\}$ es convergente si, y sólo si, $\{x_n\}$ es acotada. Este resultado se vio en clase con el nombre de teorema de convergencia de las sucesiones monótonas).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Algunos estudiantes no consideran la definición correcta de convergencia. Al corregir los exámenes se han detectado variantes totalmente incorrectas como por ejemplo: $\left|x_n - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon$ si $\forall \varepsilon > 0\ \exists n_0$ con $n > n_0$, o también $\forall n_0 \in N\ \exists \varepsilon > 0$ tal que $\left|x_n - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon$.

  (La definición de convergencia dada en clase es: $\{x_n\}$ es convergente a $x \in \Re\ si\ \forall \varepsilon > 0\ \exists n_0 \in N$ tal que $|x_n - x| < \varepsilon\ \forall n > n_0$).

- También hay estudiantes que escriben bien la definición de convergencia de una sucesión $\{x_n\}$ a un número real x, pero después tratan de acotar inferiormente $|x_n - x|$ con desigualdades del tipo > y finalmente concluyen afirmando que la definición de convergencia se verifica tomando $n_0 < 1 + 2\varepsilon$. (Esto último da a entender claramente que la definición de convergencia no se ha entendido correctamente).

- Se han detectado también errores básicos de cálculo bastante incomprensibles al sumar y restar fracciones, y al elevar al cuadrado. Por ejemplo: si $L = \sqrt{L} + 2$, entonces $L^2 = L + 4$.

  (Lo correcto es $L^2 = \left(\sqrt{L} + 2\right)^2 = L + 4\sqrt{L} + 4$, o bien $(L-2)^2 = L$ para quitar la raíz cuadrada).

- Algunos alumnos quitan el valor absoluto en la expresión $|x_n - x| = \left|\frac{n^2}{2n^2 + n - 5} - \frac{1}{2}\right|$ sin ningún tipo de justificación.

  (Evidentemente esto no se puede hacer y, de hecho, en este ejercicio es falso que $|x_n - x| = x_n - x\ \forall n \in N$. Por ejemplo para $n = 1$ ya falla).

- Otros errores detectados en más de una ocasión son los relativos a demostrar que la sucesión es acotada inferiormente utilizando la técnica de inducción. En alguna ocasión se dice que “Supongamos que $a_n > 4$ y veamos que $a_{n+1} > 0$."

  (La inducción no está aplicada correctamente, en todo caso sería suponer que $a_n > 0$ y demostrar que $a_{n+1} > 0$).

ISBN 978-84-945722-3-4

- En la misma línea del ejemplo anterior, se dice que "Supongamos por hipótesis de inducción que $a_n > 4 \; \forall n \in N$."

  (Esta no puede ser la hipótesis de inducción, en todo caso sería suponer que $a_n > 4$ para un valor n concreto, no para todo $n \in N$).

- También en la misma línea, se dice que "Supongamos que $a_1 > a_2$, entonces veamos que $a_{n+1} > a_{n+2}$."

  (Lo correcto en todo caso sería demostrar previamente que $a_1 > a_2$, suponer que $a_n > a_{n+1}$ y demostrar que $a_{n+1} > a_{n+2}$).

- También en otra ocasión se dice que "Supongamos que nuestra hipótesis de inducción es cierta" pero no se dice cuál es la hipótesis de inducción.

  (A lo largo de todo el examen se requiere el rigor que tanto caracteriza a la temática en cuestión).

- Algunas veces no se descartan justificadamente los valores que no son solución para el límite de la sucesión. Otras veces, para descartar posibles valores del límite (por ejemplo, descartar la solución $L = 1$) algunos alumnos argumentan que la razón viene dada porque $a_n > 2$ o $a_n > 4$, pero en cambio esta propiedad no se ha demostrado o únicamente se ha visto que $a_n > 0$.

Lista de los principales <u>criterios y penalizaciones</u> que se utilizarán en la corrección de la prueba:

-Respecto al primer problema (que vale 5 puntos):

- Se penalizará con 2 puntos si no se demuestra correctamente que la sucesión es **monótona decreciente** o **estrictamente decreciente**.
- Se penalizará con 2 puntos si no se demuestra correctamente que la sucesión es **acotada inferiormente**.
- Se penalizará con 1.5 puntos si no se concluye adecuadamente (no eliminando **de forma justificada** posibles valores del límite que no corresponden a la verdadera solución).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Se penalizará con 1.5 puntos una demostración realizada por inducción en la que no se haga un uso correcto de tal **principio de inducción** (por ejemplo, no se comprueban las condiciones para los primeros valores de n o no se escribe adecuadamente la hipótesis de inducción (H.I.)).
- Se penalizará con 0.5 puntos un **error** *tonto* **de cálculo**.
- Se penalizará con 0.5 puntos toda **implicación** *fácil* **no debidamente justificada**.
- Si las propiedades de la sucesión se demuestran correctamente pero no se llega al **resultado correcto del límite**, la puntuación del ejercicio será 2.5 puntos (la mitad de la nota). Observad que no llegar al resultado correcto, además del propio posible error de cálculo cometido, implica que las propiedades previas no se han asimilado en la parte final de la resolución del problema.

-Respecto al segundo problema (que también vale 5 puntos):

- Se penalizará con 2.5 puntos el hecho de **quitar el valor absoluto sin justificar nada** (es decir en la desigualdad $|x_n - x|$). Quizás la parte más importante era precisamente justificar este hecho.
- Concretamente, se penalizará con 1.5 puntos si únicamente **no se justifica el denominador de** $|x_n - x|$ a la hora de quitar el valor absoluto.
- Se penalizará con 2 puntos cuando la **definición** dada **de convergencia** es **errónea o no se hace un uso correcto de ella**. En este sentido aún se penalizará más fuertemente el hecho de poner bien la definición (seguramente de memoria) y después concluir diciendo que n_0 ha de ser menor que algo que depende de ε (eso me dice que el alumno no ha entendido en absoluto la definición de límite).
- Se penalizará con 0.5 puntos un **error** *tonto* **de cálculo**.
- Se penalizará con 0.5 puntos toda **desigualdad no directa** (y que no involucre al valor absoluto) **no debidamente justificada**.
- Se penalizará con 1 punto toda **desigualdad o igualdad no válida** que no involucre al valor absoluto (por ejemplo, sin decir a partir de qué valor de n es válida).
- Se penalizará con 1 punto cuando no se concluya diciendo que **n_0 natural** tiene que ser **mayor** que el máximo entre algo que depende de épsilon y un valor fijo (por ejemplo,

ISBN 978-84-945722-3-4

el 5) que previamente haya sido utilizado. También se admite poner que n_0 debe ser mayor que ambos al mismo tiempo (sin poner la palabra máximo).

Para la elaboración de la lista de errores cometidos, conviene hacer notar que, debido a la amplia utilización de expresiones y fórmulas matemáticas, se recomienda usar algún editor de textos científicos como LaTeX (ver por ejemplo [4]), ya que el uso del editor de ecuaciones de otros programas como Word resultan ser bastante tedioso.

En el anexo se expone también otro ejemplo de la elaboración del mismo tipo de listas para una prueba teórico-práctica sobre los últimos bloques temáticos (ver anexo).

Conclusiones

La elaboración de listas de los principales errores cometidos por el alumnado en las distintas pruebas de evaluación realizadas supone naturalmente un esfuerzo extra para el profesorado. Sin embargo, este esfuerzo se ve ampliamente recompensado pues de ellas se pueden extraer conclusiones que repercuten tanto en una mejor tarea docente del profesor-tutor como en un mejor análisis y autoconsciencia del alumnado con respecto a las dificultades de la materia en cuestión.

Por una parte, el profesor saca provecho de la elaboración de este tipo de listas, pues detecta de forma muy clara las principales dificultades de comprensión que presenta su alumnado. Las pruebas parciales de evaluación, bien planteadas, resultan ser una prueba muy evidente de la evolución del alumno en la asignatura y, por tanto, a través de la detección de los errores cometidos se pueden extraer conclusiones a diferentes niveles. En este sentido, aunque el tiempo que se dispone para impartir el contenido completo de las asignaturas objeto de estudio suele ser bastante limitado, resulta muy importante en clase hacer hincapié en los conceptos de difícil comprensión que han sido detectados, por ejemplo, a través de la puesta en práctica de propuestas como las planteadas en este trabajo, pero también de otras que puedan complementarlas.

Por otra parte, mediante la implementación de esta iniciativa, al alumnado se le facilita de forma muy clara su tarea de estudio y comprensión de los conceptos y resultados clave en la asignatura. Al alumno se le entrega un material valioso, en forma de listas

ISBN 978-84-945722-3-4

pormenorizadas, que puede aprovechar, entre otras cosas, para hacer autocrítica de las pruebas realizadas, revisar y ampliar sus conocimientos, identificar y analizar los principales problemas conceptuales y operativos encontrados, cerciorarse de primera mano de los puntos temáticos que su profesor considera importantes y obligarse a tener que repasar continuamente.

En este trabajo se han expuesto dos listas concretas de errores cometidos por el alumnado en dos pruebas parciales de la materia en cuestión (ver el apartado anterior y el anexo), pero pensamos que el tipo de errores o fallos expuestos en el apartado anterior se suele repetir con el paso de los años y algunos de los errores detectados se podrían claramente extrapolar a otros ejercicios o problemas de la misma índole que puedan componer otras pruebas de evaluación de la asignatura. Es por tanto de esperar que, una vez detectados, expuestos y haber hecho hincapié en ellos, se logre paliar en parte el déficit con el que, generalmente, se parte en la materia en cuestión.

Referencias bibliográficas

[1] Fernández-Viña, J.A. (1992): *Análisis matemático. V.1. Cálculo infinitesimal*, Madrid: Tecnos.

[2] Molina, M.D et al. (2015). Seguimiento grado en matemáticas. Curso 13-14. En J.D. Álvarez, M.T. Tortosa y N. Pellín (Eds.), Investigación y propuestas innovadoras de redes UA para la mejora docente, Capítulo 16, pp. 281-296, Alicante: Editorial UA.

[3] Molina, M.D et al. (2016). Seguimiento del grado en matemáticas. En J.D. Álvarez, S. Grau y M.T. Tortosa (Eds.), Investigación e Innovación Educativa en Docencia Universitaria. Retos, Propuestas y Acciones, Capítulo 25, pp. 158-174, Alicante: Editorial UA.

[4] Mulero, J.; Sepulcre, J.M. (2016). *LaTeX con palabras clave. Alicante: Editorial Publicaciones de la Universidad de Alicante.*

[5] Spivak, M. (2008). *Calculus*. New Cambridge: Cambridge University Press.

Anexo: Ejemplo de lista de errores cometidos en una prueba parcial de carácter teórico-práctica sobre los últimos bloques temáticos.

Este ejemplo se basa en los siguientes problemas planteados:

Problema 1.- Dado un parámetro real α, se considera la serie

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

$$\sum_{n=3}^{\infty}(-1)^n \frac{\log^{\alpha} n}{n-2}.$$

i) Estudiar la convergencia absoluta de la serie en función del parámetro α .

ii) Estudiar la convergencia de la serie en función del parámetro α .

Problema 2.- Sean $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ y $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ dos sucesiones de número reales y $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sus series asociadas respectivamente. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Cuando la afirmación sea verdadera hay que probarla y cuando sea falsa hay que escribir un contraejemplo.

i) Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es convergente y $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0,$ entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente.

ii) Si $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ es convergente y $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{|a_n|}{|b_n|} = 0,$ entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente.

iii) Si la sucesión $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ es acotada y estrictamente decreciente, entonces $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n b_n$ es convergente.

iv) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\sqrt[n]{n}\right)^n$ es incondicionalmente convergente.

Comentarios sobre errores particulares cometidos:

- Un error elemental detectado es afirmar que $\ln^{\alpha} n = \alpha \ln n$, es decir, $(\ln n)^{\alpha} = \alpha \ln n$.

  (Lo correcto es $\ln(n^{\alpha}) = \alpha \ln n$).

- Algunos alumnos afirman que $\lim_{n\to\infty} \ln^{\alpha} n = \infty$ para cualquier valor de α .

  (Lo correcto es $\lim_{n\to\infty} \ln^{\alpha} n = \infty$ si $\alpha > 0$, pero $\lim_{n\to\infty} \ln^{\alpha} n = \lim_{n\to\infty} 1/\ln^{-\alpha} n = 0$ si $\alpha < 0$. En el caso $\alpha = 0$, el límite es claramente 1).

- Se han detectado desigualdades como $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n-2} > \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$ y $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} > \infty.$

  (En general, aunque se cumpla que $0 < x_n < y_n \; \forall n \in N$, no es cierto que $\sum_{n=1}^{\infty} x_n < \sum_{n=1}^{\infty} y_n$, lo que se cumple es $\sum_{n=1}^{\infty} x_n \le \sum_{n=1}^{\infty} y_n$. Además, hay que revisar lo que se escribe pues no tiene sentido escribir que una serie es mayor que infinito).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Varios de los estudiantes intentan aplicar el criterio de comparación y/o el de la raíz a las series que aparecen en los apartados i) y iv) del ejercicio 2.

  (El criterio de comparación y el de la raíz, entre otros criterios vistos en clase, únicamente se puede aplicar a series de términos no negativos. Por tanto, en el ejercicio 2, apartados i) y iv), tales criterios no se pueden utilizar, ya que las condiciones no aseguran que las series involucradas sean de términos positivos. En particular, es conveniente notar que $\left(1-\sqrt[n]{n}\right)^n$ es negativo si $n>1$ es impar y positivo si $n>1$ es par).

- En alguna ocasión se afirma que dado que $\ln n < n,$ entonces $\ln^\alpha n < n^\alpha$, sin especificar para qué valores de α se cumple.

  (Si se cumple que $\ln n < n,$ con $n \in N,$ entonces $\ln^\alpha n > n^\alpha$ para valores negativos de α. La desigualdad contraria se verifica para valores positivos de α).

- Al intentar aplicar el criterio de Leibniz, algunos estudiantes se apoyan en el hecho de que la sucesión dada por $b_n = 1-\frac{1}{n}$ es creciente.

  (Esto no es cierto, en realidad $\{b_n\}$ es decreciente como otros alumnos sí que afirman. De hecho, $b_{n+1} > b_n \; \forall n \in N$).

- También algunos alumnos escriben que $\lim_{n\to\infty} \ln^\alpha n \big/ (n-2) = \infty$ para $\alpha > 0$.

  (No es cierto, ya que este límite vale 0 para cualquier valor de α).

- Algunos alumnos piensan que si el término general de una serie tiende a 0, entonces la serie converge.

  (Como se dijo en clase, esto no es cierto. Se trata de una condición necesaria pero no suficiente).

- Las derivadas y las integrales se realizan sobre funciones, no sobre sucesiones de términos numéricos. Es decir, si $\{b_n\}$ es una sucesión de números reales, no tiene sentido hacer $\int_1^\infty b_n$. Tampoco tiene sentido aplicar la regla de l'Hôpital a sucesiones numéricas en la expresión $\frac{a_n}{b_n}$, la regla de l'Hôpital se aplica a funciones $\frac{f(x)}{g(x)}$ cuando las condiciones apropiadas se verifican.

ISBN 978-84-945722-3-4

- Como especifica el enunciado del examen (y como se dijo en el mismo examen), para mostrar que algún apartado del ejercicio 2 es falso, es necesario dar un contraejemplo... no es suficiente únicamente con darse cuenta qué es lo que puede fallar.
- En los ejercicios de verdadero y falso, no se pueden cambiar las hipótesis. Es decir, si una hipótesis es por ejemplo que $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, entonces no hay que buscar contraejemplos en los que esta condición no sea verdad.
- Algunos alumnos no son conscientes de que absolutamente convergente implica incondicionalmente convergente (que equivale a que las series de términos positivos y negativos son convergentes).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4