

**LA UNIDAD DIDÁCTICA Y EL ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO
INSTRUMENTOS METODOLÓGICOS DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA
DE LA MATEMÁTICA Y FORMACIÓN DE PROFESORES:
EL CASO DE LA DERIVADA**

Solano, Silvia – Bedoya, Evelio
silvia.solano@correo.icesi.edu.co – evelio.bedoya@correounivalle.edu.co
Universidad del Valle – Cali, Colombia

Tema: Bloque IV: Formación del Profesorado de Matemáticas IV. 2 Formación y Actualización del Profesorado

Modalidad: MC

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Formación y Competencias de Profesores de Matemáticas, Análisis Didáctico (AD), Unidad Didáctica (UD)

Resumen

*Cuando un profesor, por razones formativas o de desarrollo curricular y profesional, se propone realizar un proyecto de investigación o de sistematización sobre su práctica docente, requiere de unos referentes conceptuales y procedimentales, esto es, de unos instrumentos o recursos organizadores que le permitan no solo planificar y ejecutar la acción sino también recolectar y analizar la información relacionada con el objeto de estudio. La experiencia de los autores (Bedoya, 2002, 2011, 2013; Solano, 2013), en el marco de los trabajos de investigación, desarrollo curricular y formación de profesores de matemáticas del grupo PNA (Rico, 1997; Marín, 1997; Castro y Castro, 2001; Bedoya 2002; Gómez, 2007; Lupiañez y Rico, 2009) han mostrado que el **análisis didáctico (AD)** y las **unidades didácticas (UD)**, constituyen procesos e instrumentos adecuados de planificación y análisis, en todas las dimensiones funcionales de la actividad profesional de los profesores de matemáticas: formación, innovación, desarrollo, investigación, evaluación. En esta propuesta de “Mini Curso” nos proponemos presentar modelos particulares de AD y de UD, como estrategias e instrumentos de investigación, de formación de profesores de matemáticas y de desarrollo curricular, en relación con el concepto de derivada en el contexto de la educación media y primer año de universidad.*

1. La formación de profesores de matemáticas: conocimientos y competencias profesionales

La investigación en **Didáctica de las Matemáticas (DM)** ha venido generando en las últimas décadas nuevas aproximaciones y propuestas conceptuales y metodológicas sobre los contenidos que se trabajan en los **currículos** (referidos a la formación, la disciplina, los objetivos y los procesos cognoscitivos, instruccionales y de evaluación). Esto, junto con otras problemáticas educativas, como por ejemplo las frecuentes situaciones de cambios, de crisis, de dudosa calidad y exigencias sociales, que

repercuten sobre el currículo, ha llevado a revisar e incluso a replantear el rol, la formación, los conocimientos y competencias del profesor, esto es, su formación, en relación con los contenidos curriculares y con respecto a las problemáticas y nuevos retos educativos. En otras palabras, ha llevado a preguntar y preocuparse por las características, contenidos y sentidos de la formación, los conocimientos, saberes y competencias profesionales de los profesores de matemáticas en la actualidad (siglo XXI).

Las reflexiones sistemáticas sobre estas problemáticas han llevado a constituir en el ámbito de la **DM** el campo de **Formación de Profesores de Matemáticas (FPM)**, el cual se ocupa en términos generales de su desarrollo profesional, de los diferentes dominios de conocimiento y saberes sobre los procesos instruccionales, curriculares y educativos en torno a los distintos contenidos matemáticos escolares. Gran parte de los autores en estos campos organizan para efectos de estudio estos conocimientos y saberes en dos grandes dominios: uno referido a los conocimientos desarrollados en procesos formales de formación, como por ejemplo en la formación inicial; y otro referido a los conocimientos y saberes desarrollados durante los procesos instruccionales (de enseñanza, aprendizaje, evaluación) de las matemáticas. Estos últimos, a pesar de ser utilizados y construidos a través de la práctica docente, no constituyen necesariamente “conocimiento práctico” o “conocimiento en la acción”, como lo denominan algunos autores. Según Bromme (1988, citado por Llinares, 1994), “los conocimientos prácticos son, desde un enfoque lógico, de otro origen que los resultados de trabajo de los científicos básicos. Los conocimientos teóricos requieren una transformación heurística y una integración para poder devenir conocimientos prácticos”.

En general, los conocimientos teóricos y prácticos desarrollados en estos dos dominios constituyen el “**conocimiento profesional de los profesores de matemáticas**” (**CPM**). Y tal como se mostrará más adelante, estos conocimientos, junto con los procesos de **AD** y la **UD** constituyen unos de los fundamentos teóricos (conceptuales), metodológicos y prácticos (procedimentales) y actitudinales más importantes de las **competencias profesionales** de los profesores de matemáticas, concebidas como “el sistema de conocimientos, saberes, habilidades y actitudes de orden intelectual, cognoscitivo, práctico y afectivo, que es necesario para concretar su formación continuada, su desarrollo profesional, curricular e instruccional, y que se les plantean localmente en sus aulas, instituciones y contextos educativos” (Bedoya, 2013). La

sociedad y el sistema educativo exigen al profesorado una formación y actualización permanentes basadas en el desarrollo de competencias profesionales, que dé respuestas a éste nuevo perfil, funciones y sentidos de desempeño.

En este contexto nos situamos en el grupo de investigación sobre formación de profesores y pensamiento matemático educativo (GIFPME, Código GrupLac-COLCIENCIAS: COL0036156) de la Universidad del Valle en Cali Colombia, en el cual se han venido desarrollando algunos proyectos y tesis de maestría como la que estamos realizando los responsables de este “Mini Curso”, cuyos avances y resultados son referencias principales para el mismo.

2. El conocimiento profesional de los profesores de matemáticas y el análisis didáctico: hacia una conceptualización didáctica de la derivada

De acuerdo con las referencias anteriores, se considera que toda propuesta de formación de profesores de matemáticas debe estar basada en el siguiente sistema de contenidos que estructuran y organizan esta dimensión del “**conocimiento profesional de los profesores de matemáticas**” (CPM) (Rico, 1997; Bedoya, 2002, 2011):

- Conocimiento del currículo,
- Conocimiento del contenido matemático,
- Conocimiento didáctico del contenido,
- Conocimiento psicológico (cognitivo),
- Conocimientos y saberes sobre la instrucción/evaluación.

Rico (1997) denomina “**organizadores del currículo**” a los referentes teóricos que fundamentan conceptual y metodológicamente estos conocimientos y propone, entre otros, los siguientes organizadores: (i) *fenomenología didáctica*, cuyo objeto de estudio son los fenómenos de los que han surgido los conceptos como formas de organización, así como las aplicaciones prácticas de los conocimientos; (ii) *visualización y sistemas de representación* de los objetos o procesos matemáticos, establecidos mediante convenios o por propia decantación de carácter práctico a lo largo de la historia de la matemática; (iii) *modelos matemáticos y procesos de modelización*, mediante los cuales se asigna una estructura (modelo) matemática a unos fenómenos que quedan representados mediante la misma; (iv) *medios, materiales y recursos* que pueden emplearse en la enseñanza para manipular y experimentar; (v) *errores, dificultades y*

obstáculos asociados a conceptos y procedimientos de cada unidad, que se han detectado en el aprendizaje y que se han puesto de manifiesto en estudios e investigaciones de psicología matemática; (vi) *historia de las matemáticas* que nos muestra los momentos de interés relacionados con cada uno de los tópicos del currículo de las matemáticas escolares. También los *estudios sobre resolución de problemas* constituyen un conocimiento organizador relevante del currículo de matemáticas.

La disciplina Didáctica de las Matemáticas a través de sus estudios e investigaciones ha desarrollado la mayoría de estos organizadores, por esta razón a estos conocimientos se les denomina **conocimientos didácticos de las matemáticas (CD)** y se propone que los profesores los desarrollen y utilicen mediante procesos de análisis, en torno a los contenidos matemáticos escolares (en nuestro caso, el concepto de derivada). Estos procesos se denominan de **Análisis Didáctico (AD)** y se concretizan en la elaboración de sistemas de actividades o **unidades didácticas (UD)** para la enseñanza, aprendizaje y evaluación de dichos contenidos.

El Análisis Didáctico

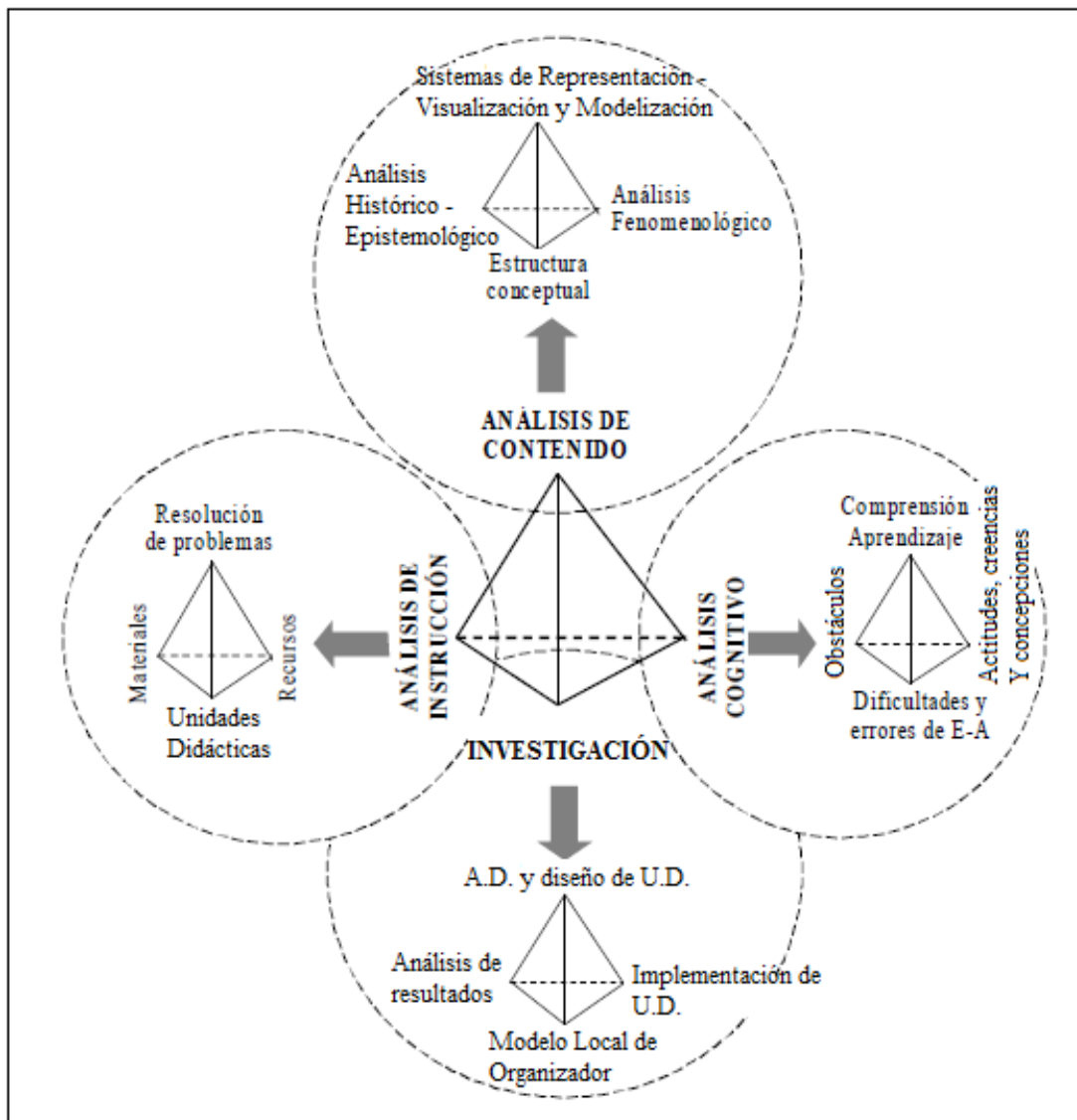
Bedoya (2002) denomina **Análisis Didáctico (AD)** el proceso mediante el cual el profesor de matemáticas, basándose en conocimientos didácticos, diseña, implementa y evalúa las distintas actividades de planificación, ejecución y evaluación de la enseñanza de las matemáticas; tiene carácter local o situado en relación tanto con el contenido como con el contexto. Estas mismas actividades se pueden adaptar con propósitos investigativos, confiriéndole de esta manera al AD carácter de metodología auxiliar de investigación. Tal como se dijo inicialmente, el AD, o mejor, los conocimientos, habilidades y capacidades de los profesores para realizarlo, constituye indicadores de una formación y de competencia profesional de estos.

En la práctica el proceso de **AD** consta de los siguientes componentes o subprocesos: revisión y/o análisis curricular, análisis de contenido, análisis cognitivo y análisis de instrucción; cada uno de los cuales se basa y fundamenta conceptual y metodológicamente en unos conocimientos didácticos correspondientes, cuya puesta en juego se enmarca dentro de la estructura analítica del **análisis didáctico (AD)**, que viene a ser la expresión local o micro del diseño curricular y medio a través del cual es posible pasar de diseños centrados en una secuenciación lineal de contenidos a diseños

sistémicos y complejos que tienen en cuenta distintas dimensiones y factores del sistema didáctico local. Así pues, el AD se caracteriza por:

- (a) Tener un conocimiento disciplinar de referencia: el **conocimiento didáctico de las matemáticas**;
- (b) Tener una utilidad práctica: diseño, planificación, puesta en práctica y evaluación de actividades curriculares o instruccionales concretadas en propuestas de **unidades didácticas**.

En la siguiente figura (tomada de Bedoya, 2002) se presenta esquemáticamente la organización estructural de las principales nociones y cuestiones de CD que se movilizan y desarrollan en el proceso de **AD**.



Este diagrama conceptual y procedimental nos servirá de referencia para reflexionar conjuntamente con los participantes del Mini Curso sobre los múltiples contenidos de conocimiento y procesos que se presenta en un sistema didáctico y curricular.

3. Unidad didáctica: el concepto de derivada en la transición educación media – universitaria

De las secciones anteriores se puede inferir el carácter indisociable y complejo de la triada de sistemas de conocimientos teóricos y prácticos que hemos denominado: conocimiento didáctico (CD), análisis didáctico (AD) y unidad didáctica (UD), los cuales constituyen base y concreción de la formación y competencia profesional de los profesores de matemáticas. Cuando estos conocimientos se aplican a un contenido matemático específico, permiten reconceptualizarlo y resignificarlo de manera particular, y se constituye en conocimiento didáctico del contenido en cuestión. En esta sección se propone realizar este ejercicio de análisis didáctico y de concreción en algunos elementos para una unidad didáctica en torno al sistema conceptual de la derivada. Sin embargo, de acuerdo con nuestra experiencia, estos propósitos de formación y de desarrollo curricular concretados en la realización de AD y de una UD, los referimos a tres categorías y funciones complementarias a saber:

- El AD y la UD como instrumento o medio que concretan en el aula una propuesta para la enseñanza de un tópico matemático en un contexto curricular determinados. De acuerdo con Marín (1997), la UD es la línea de choque de la planificación curricular con la práctica docente, ya que debe contener los instrumentos y recursos de planificación en su grado más concreto y los indicadores para detectar cómo se va produciendo adecuadamente el proceso instruccional.
- El AD y la UD como estrategia o proceso de planificación, organización y desarrollo curricular.
- El AD y la UD como fundamentos e instrumentos de análisis metodológicos de investigación educativa, curricular y/o didáctica.

En el Mini Curso y en los documentos de apoyo se mostrarán algunos elementos, resultados y propuestas de AD realizado y de la UD, los cuales han sido realizados en relación con la tercera categoría de funciones mencionadas anteriormente. Aunque esta no constituirá un conjunto de actividades para la enseñanza de la derivada, sino

instrumentos metodológicos de investigación, sin embargo, se pueden extraer de esta información propuestas para el rediseño microcurricular para la enseñanza del tópico matemático específico, el concepto de derivada.

Referencias bibliográficas

Libros

Bedoya, E. (2002). *Formación inicial de profesores de Matemáticas: La Enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada.

Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Editorial Síntesis, S.A.

Rico, L., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M. (1997). *Cuadernos de formación del profesorado educación secundaria. La educación Matemática en la enseñanza secundaria*. ice (Institut de Ciències de l'Educació Universitat de Barcelona. Horsori Editorial.

Capítulo de libro

Romberg, T.A. (1988). Can teachers be professional?. En: Grouws, D. A. y Cooney, T.J. (eds.). *Perspectives on reserach on effective Mathematics teaching*. NTCM.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En: Rico, L. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Capítulo 3 p.125-154 Barcelona: ICE-Horsori.

Artículo en Revista

Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada, España. *Revista latinoamericana de matemáticas educativa*. 1998 Vol. 1 No. 1 Pp. 22 – 39

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the Reform, en *Harvard Educational Review*, 1987 Vol. 57 No. 1 Pp. 1 – 22

Información extraída de una página web

Gómez, P., & Rico, L. (2002). *Análisis didáctico, conocimiento didáctico y formación inicial de profesores de la matemática de secundaria*.
<http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GomezP02-2715.PDF>