

**TRATAMIENTOS Y CONVERSIONES ENTRE REGISTROS DE
REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA PARA LA APREHENSIÓN DEL OBJETO
FRACCIÓN IMPROPIA**

Carla Hernández Celis – Macarena Reyes Bravo

carla.dennise.h@gmail.com – maca.reyes.b@gmail.com

Universidad San Sebastián, Chile.

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: CB

Nivel educativo: Primaria

Palabras clave: fracción impropia, representación semiótica, tratamientos, conversiones.

Resumen

La presente investigación evidenció que los estudiantes de educación primaria consiguen, en relación al objeto fracción impropia, realizar las actividades cognitivas de generación de registros, tratamientos y conversiones entre ellos, apoyado en la teoría de representación semiótica propuesta por Raymond Duval.

La problemática que da origen a esta investigación surgió desde las prácticas docentes observadas por las investigadoras, las cuales corroboraron que se priorizan registros de lenguaje natural y aritméticos en función de la algoritmización de los objetos matemáticos, impidiendo de esta forma la construcción comprensiva de estos últimos.

El propósito fue evaluar la aplicación de una secuencia de aprendizaje para lograr la aprehensión del objeto matemático mencionado previamente, en un quinto año básico en Santiago de Chile, analizando resultados previos y posteriores a la intervención. A través de esto, se visualizó como ganancia para los estudiantes la capacidad de transitar dentro y entre diversos registros de representación semiótica, logrando el objetivo propuesto inicialmente.

Con esta investigación, se expone la necesidad imperiosa de desarrollar la habilidad de representación en diferentes registros para los distintos ámbitos de la educación matemática, para de esta forma facilitar a los estudiantes la aprehensión de los objetos propios de esta rama.

Introducción

La educación escolar como proceso requiere el desarrollo de una serie de saberes, habilidades y actitudes que van en creciente complejidad, lo que demanda considerar

diversos puntos a la hora de educar. Uno de estos radica en la importancia del desarrollo de un modelo constructivista, en el que se promueve la construcción de los aprendizajes en oposición a la transmisión de saberes. Es aquí donde la didáctica adquiere gran relevancia desde el punto de vista del estudio de los fenómenos originados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Según diversos autores como Bruno D'Amore (Macías, 2014, pp. 31), se muestran evidencias de cómo las transformaciones semióticas y el tránsito entre registros favorecen la aprehensión de los objetos matemáticos. Su propuesta avala la teoría de Raymond Duval (Duval, 1999, pp. XX), quien declara que no hay *noesis* sin *semiosis*.

A su vez Ríos (Carrillo, 2012, pp. 11), nos presenta una serie de dificultades en el área del objeto matemático a trabajar, en este caso fracción impropia, analizando las posibles representaciones pertinentes y la utilización de más de un registro. Además, plantea la necesidad de trabajar la representación del número mixto ya que, de acuerdo a lo observado por el investigador, este no es representado.

A continuación, se presenta una investigación realizada en Chile que pretende evaluar una secuencia de aprendizaje cuyo objetivo es la aprehensión del objeto matemático fracción impropia.

Presentación del problema

En la asignatura de matemática, desde primero a sexto año básico, el Ministerio de Educación de nuestro país propone el desarrollo de cuatro habilidades transversales que facilitan el logro de los objetivos de aprendizaje, encontrándose dentro de estas habilidades la representación.

Los objetos matemáticos no son objetos reales, por lo tanto es necesario la utilización de representaciones para poder aprehenderlos; por cuanto, la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación (Duval, 2004, pp.144). De lo anterior, resulta necesario que los estudiantes puedan utilizar diversas representaciones semióticas para la comprensión de dichos objetos. Como resultado de las diferentes prácticas experimentadas por las investigadoras en su formación de pregrado y en su ejercicio docente, se ha evidenciado la poca aprehensión de diferentes objetos matemáticos, y la escasa utilización de representaciones en esta área. Podemos entonces especular que los

docentes no promueven diferentes registros de representaciones semióticas a la hora de crear y aplicar una secuencia de aprendizaje, siendo esta una de las posibles causales de los bajos niveles alcanzados en matemática a nivel nacional.

El objetivo de esta investigación es evaluar si la aplicación de una secuencia de aprendizaje, basada en tratamientos y conversiones entre registros de representación semiótica, permite una mejor aprehensión del objeto fracción impropia en un grupo estudio de quinto año básico (10 u 11 años) en el Colegio del Real en Santiago, durante el segundo semestre del año 2015.

Marco teórico

La teoría de registros de representación semiótica expuesta por Raymond Duval (Duval, 1999), plantea que para la comprensión de la matemática es primordial distinguir un objeto y sus diferentes representaciones, ya que sin estas no se logra la aprehensión del objeto, siendo esto último una característica propia de la actividad cognitiva.

Las representaciones semióticas permiten exteriorizar las representaciones mentales que el estudiante posee, a través del empleo de diversos signos. Es importante comprender que los objetos matemáticos no son aprehensibles por la percepción de estos, sino por la utilización de diferentes registros de representación semiótica y junto a ello la necesidad de recurrir a diversos tratamientos y conversiones dentro de los registros de representaciones semióticas. Pues bien, a mayor número de sistemas de representaciones sincrónicos, la aprehensión del objeto en estudio se cumple con mayor eficacia (Duval, 1999).

La *semiosis* es identificada como la producción de una representación semiótica del objeto a trabajar, mientras que *noesis* se llama a la actividad asociada a la aprehensión conceptual del objeto ya representado. Para el funcionamiento cognitivo del pensamiento, se hace necesaria la coordinación de ambos sistemas semióticos, por lo que el autor plantea que no hay *noesis* sin *semiosis*. (Duval, 1999)

Para considerar un sistema semiótico como un sistema de representación, es necesario que cumpla con las siguientes características:

- a) Formación de registros de representación: Hace referencia a las características que se pretenden presentar del objeto matemático.

- b) Tratamiento: Corresponde a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro.
- c) Conversiones: Actividad cognitiva que permite transformar de una representación a otro registro, preservando completa o parcialmente el contenido de la representación inicial. (Duval, 1999).

Para el autor de esta teoría, el aprehender un objeto matemático conlleva imperiosamente la transformación de representaciones semióticas y la conversión entre registros de representación semiótica, ocupando un lugar importante y determinante dentro del aprendizaje de las matemáticas. Bajo este marco existe una diversidad de registros de representaciones semióticas, de los cuales se pueden mencionar: registro en lenguaje natural, registro aritmético, registro figural, registro algebraico, registro gráfico, etc.

Diseño de la secuencia

La secuencia propuesta se llevó a cabo en cinco intervenciones con una muestra de 19 estudiantes. Se elaboró como primer instrumento un “pretest”, con el fin de diagnosticar la aprehensión a priori del objeto matemático en estudio. Durante la investigación se realizaron tres intervenciones, cada una enfocada en un avance progresivo y articulado del objeto y de la utilización de diferentes registros, finalizando el estudio con un “postest” con el fin de evaluar la aprehensión a posteriori del objeto matemático y sus representaciones.

Los instrumentos pretest y postest, constan de ejercicios y problemas de resolución cotidiana, en los que los estudiantes deben utilizar representaciones para obtener la solución a las situaciones propuestas.

La primera intervención se basa en comprender el concepto de equivalencia entre fracciones, además de reconocer la fracción propia a través de la utilización de barras fraccionarias y recta numérica. La segunda intervención se enfoca en las fracciones iguales al entero y fracciones impropias, utilizando el lenguaje natural, el registro aritmético, gráfico y figural, por medio de actividades que presentan situaciones problemáticas, cuyo fin es que el estudiante encuentre soluciones a través de las representaciones semióticas. Y por último, la tercera intervención, consiste en trabajar las fracciones impropias y números mixtos como una igualdad, utilizando lenguaje natural, registro aritmético, registro gráfico

y registró figural, para finalizar con la construcción del algoritmo tradicional aritmético que permite el tratamiento de fracción impropia a número mixto, y viceversa.

	Intervención n°1	Intervención n°2	Intervención n°3
Tiempo	2 bloques pedagógicos (90 min.)	2 bloques pedagógicos (90 min.)	2 bloques pedagógicos (90 min.)
Conceptos matemáticos	Fracción propia	Fracción igual al entero e impropias	Fracción impropia y número mixto
Registros	Lenguaje natural, registro aritmético, registro gráfico y registro figural	Lenguaje natural, registros aritmético, registro gráfico y registro figural	Lenguaje natural, registro aritmético, registro gráfico y registro figural

Tabla 1. Descripción de intervención de la secuencia didáctica

Análisis y resultados pretest

Se generó un análisis a priori del pretest con el fin de prever conversiones y tratamientos entre registros de representación semiótica, errores frecuentes o procesos mecánicos que se suscitan al identificar o buscar fracciones equivalentes, dificultades al reconocer conceptos como numerador y denominador en un problema escrito, escasez de estrategias para representar una fracción impropia, un número mixto o su estrecha relación, etc.

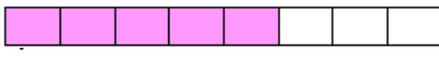
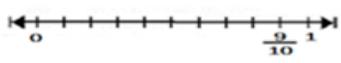
Registro inicial	Registro final	Ejemplos
Aritmético	Lenguaje Natural	$\frac{2}{3} \rightarrow$ Dos tercios
	Figural	$\frac{2}{3} \rightarrow$ 
	Gráfico	$\frac{9}{10} \rightarrow$ 
	Algebraico	$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{1}{5} + \triangle = \frac{4}{5}$

Tabla 2. Ejemplos de respuestas esperadas de conversiones en el Pretest

A partir de la tabulación de los resultados obtenidos en el pretest, 37% logrados y 63% no logrado, se puede afirmar que, el promedio del curso está bajo el rango de aprobación con respecto a la unidad fracciones. Es preciso mencionar que los estudiantes no habían logrado la aprehensión del objeto matemático, pese a la reciente intervención del docente en torno a este. Junto a ello se constata el escaso conocimiento por parte de los estudiantes sobre la utilización de material concreto, dificultando la construcción de registros de representación distintos al registro aritmético. Esto se refleja en la constante pregunta que los estudiantes efectúan solicitando que les recordaran el algoritmo aritmético (“regla”) que la docente les había enseñado, sin antes intentar resolver los problemas y situaciones planteadas por las investigadoras mediante el material entregado. Se deduce a partir de esto, que los estudiantes trabajan mayoritariamente tratamientos dentro del registro aritmético (no conversiones), y solo utilizando algoritmos escolares establecidos, sin un desarrollo numérico lógico a partir de las fracciones que componen el entero y la parte fraccionaria. Se concluye a partir de esto, la razón por la cual no son capaces de presentar diversas estrategias cuando el pretest se los solicita.

Análisis y resultados del postest

Se genera un análisis a priori del postest con el fin de reconocer los posibles errores de cada ítem y los posibles tratamientos y conversiones entre registros que pudieran entregar los estudiantes en sus respuestas. Este instrumento fue aplicado posterior a la secuencia de aprendizaje descrita previamente, buscando la mayor cantidad de evidencia que pudiera ratificar la aprehensión del objeto fracción impropia. El primer ítem consiste en la completación de una tabla en la cual los estudiantes deberán representar fracciones en el mismo y en otros registros, dependiendo de la celda que se omita. El segundo ítem corresponde a situaciones contextualizadas, donde se busca que los estudiantes puedan reconocer la fracción impropia como un número mixto y viceversa por medio de diversas formas de resolución, pudiendo evaluar si han comprendido el objeto fracción impropia, independiente la representación que utilicen.

Registro inicial	Registro final	Ejemplos	Actividad cognitiva del ejemplo
-------------------------	-----------------------	-----------------	--

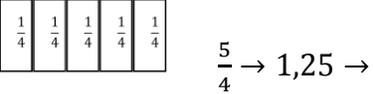
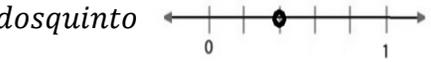
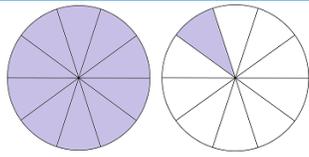
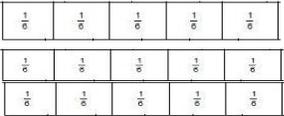
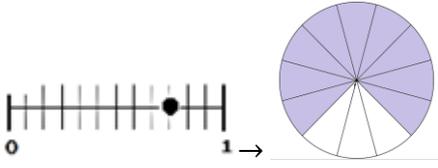
Aritmético y lenguaje natural	Gráfico, aritmético, figural		Tratamiento y conversión
Aritmético y gráfico	Aritmético, figural y lenguaje natural	\rightarrow <i>dosquinto</i> 	Conversión
Aritmético y figural	Aritmético, gráfico, figural y lenguaje natural	$1,1 \rightarrow$ 	Conversión
Aritmético y figural	Gráfico, aritmético, lenguaje natural, figural	 \rightarrow <i>dieciséisquintos</i>	Conversión
Aritmético y lenguaje natural	Gráfico, aritmético, figural	$\frac{15}{6} \rightarrow 2,5 \rightarrow$ 	Tratamiento y conversión
Aritmético y gráfico	Aritmético, figural, lenguaje natural		Conversión
Aritmético y figural	Gráfico, aritmético, lenguaje natural, figural	 $\rightarrow 0,25$	Conversión

Tabla 3. Tratamientos y conversiones que se buscan en el primer ítem del postest

Posterior a la aplicación y revisión de los resultados del primer ítem del postest, se obtiene evidencia que la aprehensión del objeto matemático fracciones impropias y número mixto fue conseguido, esto debido a que 16 de los 19 estudiantes logran transitar entre al menos dos registros de representaciones semióticas.

Además, en la sección de resolución de situaciones contextualizadas, el mismo número de estudiantes fueron capaces de encontrar solución a diferentes problemas cotidianos utilizando diversos registros, dando sentido a la secuencia didáctica vivenciada previamente, que permite comprender la utilización algoritmo convencional.

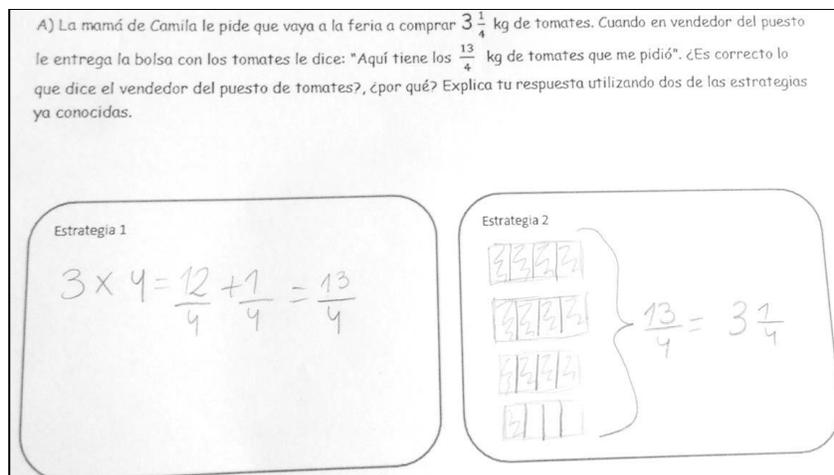


Figura 4. Respuesta otorgada por estudiante en postest, donde se busca que presenten dos estrategias distintas para dar solución a un problema contextualizado. (2015)

Finalmente, se refleja en la mayoría de los estudiantes la aprehensión del objeto matemático en estudio como consecuencia del trabajo en la secuencia de aprendizaje aplicada. Las actividades cognitivas de formación, tratamientos y conversiones permitieron robustecer el objeto matemático tratado, cumpliendo con el propósito principal de esta investigación.

Conclusión

A través de la secuencia de aprendizaje diseñada e implementada por las investigadoras y sus resultados favorables, queda evidenciada la necesidad de una enseñanza que busque fomentar la utilización de diversos registros de representación semiótica y los tratamientos y conversiones que entre ellos se pueden realizar, puesto que como menciona el autor, es fundamental la *semiosis* en función de lograr la *noesis*, en este caso del objeto fracción impropia.

Las representaciones semióticas, y las actividades cognitivas asociadas a estas, resultan favorables y permiten al docente no mecanizar el aprendizaje con rutinas carentes de significado, sino que buscar la comprensión conceptual y procedimental de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes, en función de la aprehensión acabada de estos últimos.

Así mismo como se expone en esta secuencia de aprendizaje, se espera que los docentes en las aulas del país generen instancias para que sus estudiantes logren la habilidad de representar e interioricen el objeto fracción impropia, y no solo lo presenten en ausencia de

tratamientos y conversiones, puesto que suele enseñarse en un solo registro y con una sola estrategia, lo que conlleva a la mecanización privada de sentido. Además, se visualiza durante la secuencia que el trabajo con materiales concretos genera nuevas representaciones en los registros semióticos (como por ejemplo el registro gráfico), lo que permite que el estudiante enriquezca su variedad de registros de representación y de esta manera, pueda realizar mayor número de conversiones y tratamientos, obteniendo como ganancia su aprendizaje.

Como conclusión, la aprehensión de los objetos matemáticos en educación básica requiere que los estudiantes realicen *semiosis*, es decir que sean capaces de generar diversos registros de representación; por lo tanto, se presenta un desafío en la preparación de los futuros docentes para que sean capaces de construir secuencias de aprendizaje contemplando componentes matemáticos, didácticos y pedagógicos, en función de diseñar clases efectivas cuyo fin sea la *noesis* de los objetos matemáticos, y no la algoritimización de estos últimos.

Bibliografía

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle.

MINEDUC, M. d. (2012). *Programa de Estudio quinto año básico, Matemática*. Santiago: MINEDUC.

Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación*. Revista La Gaceta de la RSME, 9.1, 143-168.

Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionada a las fracciones*. (Tesis de maestría, Universidad Católica del Perú, Lima). Recuperada de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1547/CARRILLO_YALAN_MILAGROS_ORGANIZACION_MATEMATICA.pdf?sequence=1

Macías, J. (2014). *Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje*. Revista digital de investigación educativa Conect@2, 9. Recuperado de <http://www.revistaconecta2.com.mx/revistas/revista9.php>