CB-183

ALFARO Y MATHEMATICA (resumen 183)

Xaro Nomdedeu Moreno

xaro123@gmail.com

Catedrática de Matemáticas de EEMM. España

Núcleo temático: IV. Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Bachillerato
Palabras clave: escultura, matemática, simulación, digital

Resumen

Proceso de análisis geométrico de las esculturas "Un Món Per a Infants" y "El Caragol" de Alfaro, y posterior síntesis de modelos mediante el programa Mathematica.

En ambas esculturas se buscan las ecuaciones de las superficies que, exacta (en el caso de "Un Món per a Infants") o aproximadamente (en el caso de "El Caragol"), sean susceptibles de ser representadas por las sentencias gráficas del programa matemática, utilizando la opción de seleccionar sólo una de las familias de curvas paramétricas de la superficie.

El icono del logotipo de estas jornadas me ha traído inevitablemente a la memoria la escultura "Un Món per a Infants" de Andreu Alfaro, expuesta en el Museo al Aire Libre de Madrid.

Ilustración 1: VIII CIBEM

ISBN 978-84-945722-3-4

Ilustración 2: *Un Món Per a Infants*, Andreu Alfaro, Museo de Escultura al Aire Libre, Madrid, 1971"

La construcción de estas esculturas a base de varillas metálicas les confiere la propiedad de superficies regladas, las varillas constituyen, en ambos casos, una de las familias de generatrices de estas superficies. Las directrices del icono de nuestro logotipo son dos rectas que se cruzan. Las generatrices se apoyan en ellas y generan una escultura tridimensional, "Un Món Per a Infants", que es un paraboloide hiperbólico de ecuación implícita $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$, cuya representación gráfica, obtenida mediante el comando Plot3D, es la siguiente:

ISBN 978-84-945722-3-4

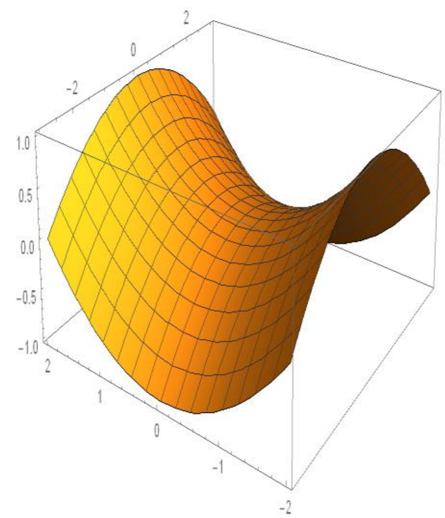

Ilustración 3: Plot3D[{((y^2)⁄4)-((x^2)⁄9)},{x,-3,3},{y,-2,2}]

Su nombre se deriva de las parábolas e hipérbolas que se obtienen al seccionar la superficie mediante planos y=k y z=k’ respectivamente, donde k y k’ son constantes. Es decir, al cortar la superficie con planos verticales (paralelos al plano OXZ o al OYZ) se obtienen parábolas. Cortándolo por un plano horizontal (paralelo al plano OXY) se obtienen hipérbolas.

De su ecuación cartesiana podemos obtener las rectas que generan esta superficie doblemente reglada, también llamada silla de montar:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z \;\rightarrow\; \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = z$$

$Si\ z = 0$, entonces obtenemos las rectas $r_1 : \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$ y $r_2 : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$

$Si\ z \neq 0$, obtenemos las rectas generatrices

primera $\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = \alpha z$ y $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = \alpha^{-1}$

segunda $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \beta z$ y $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \beta^{-1}$

ISBN 978-84-945722-3-4

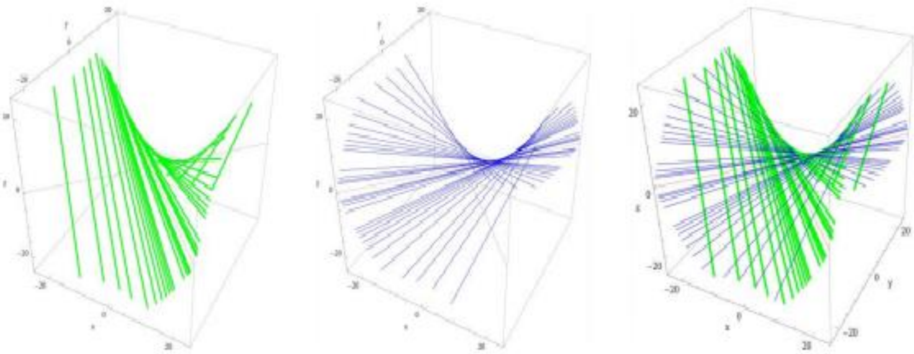

Ilustración 4: generatrices (Molina, J. Verdú, A., & Almazán, J.L, 2012),

La escultura de Alfaro utiliza sólo una de las rectas generatrices.

Otra forma de obtenerla es utilizar la función ParametricPlot3D del programa Mathematica, aplicada a la parametrización siguiente del paraboloide hiperbólico:

$$x\ (u, v) = u;\ y\ (u, v) = v;\ z\ (u, v) = u.v$$

El comando ParametricPlot3D nos devuelve digitalizado un modelo de paraboloide hiperbólico al estilo del construido por Emma Castenuovo y Mario Barra en su afamada obra *Matematica nella Realtà:*

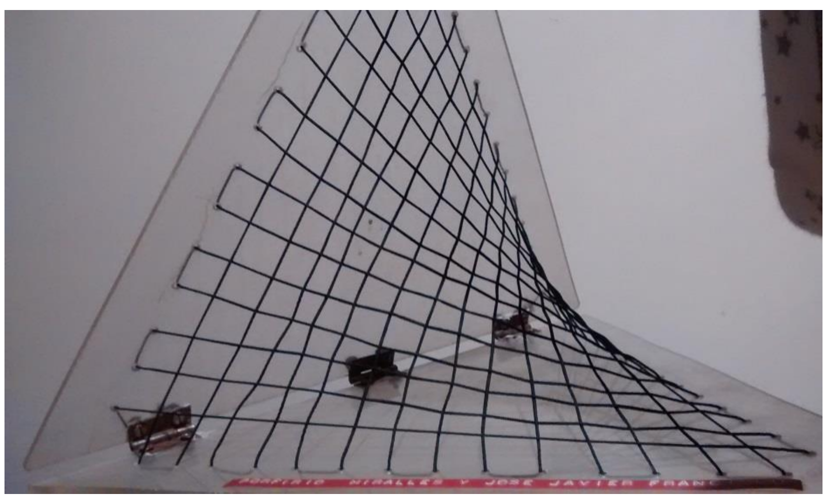

Ilustración 5: construcción de Porfirio Miralles y José Javier Francisco del nivel preuniversitario, 1980 (Castelnuovo, E & Barra, M., 1976, pp. 140)

ISBN 978-84-945722-3-4

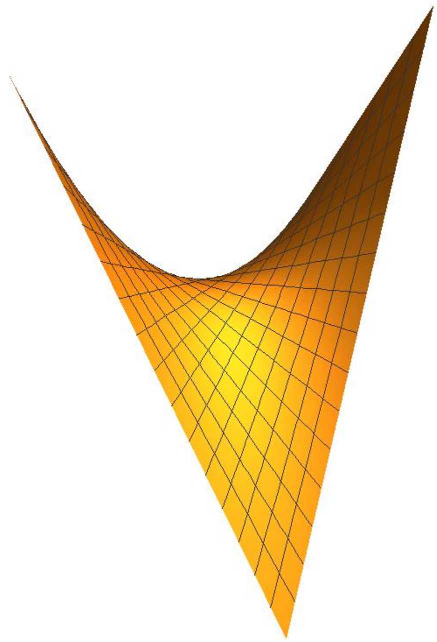

Ilustración 6: ParametricPlot3D[{u,v,(u)(v)},{u,-1,1},{v,-1,1}]

Al suprimir una de las familias de curvas paramétricas mediante las restricciones que permite el comando ParametricPlot3D, obtenemos el modelo matemático de la escultura diseñada por Alfaro:

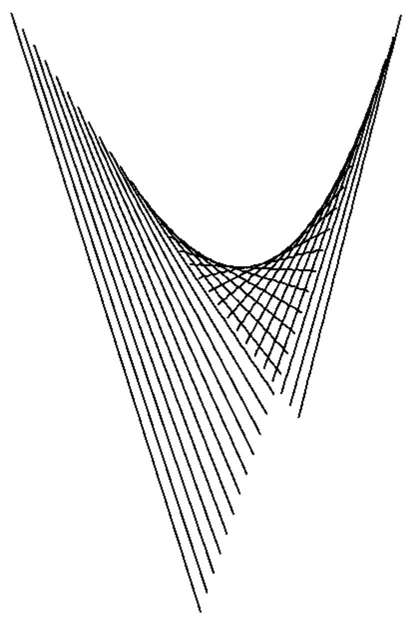

Ilustración 7: MeshFunctions -> {#2 &}, Mesh -> 30

ISBN 978-84-945722-3-4

La segunda escultura estudiada es la escultura de Alfaro titulada "El Caragol".

Ilustración 8: *El Caragol*, Andreu Alfaro, Vía de los Poblados, Madrid, 1978

Es de suponer que el escultor pensó en los caracoles para poner título a esta escultura. Algunos modelos matemáticos de caracoles aportan informaciones a partir de las cuales iniciar la búsqueda de las ecuaciones que modelicen "El Caragol"

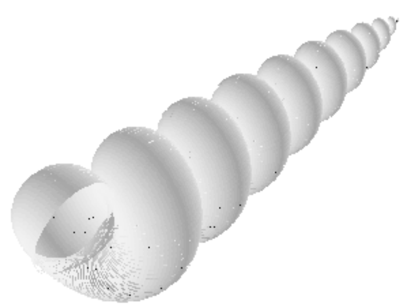

Ilustración 9: caracola WinLogo, *The Golden Fruits*, ICME 10, 2004

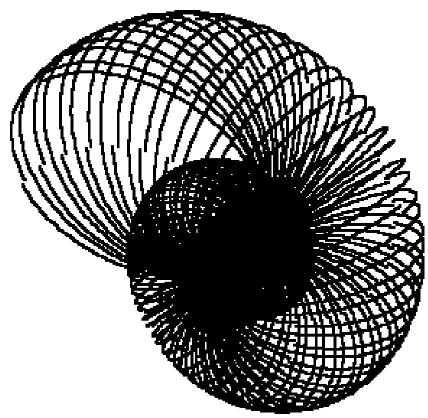

Ilustración 10: caracol WinLogo, *Ritmos*, 2002

Para modelizar esta escultura se ha procedido análogamente al primer caso (*Un Món per a Infants). S*e ha optado por modelos en parrilla que se obtienen mediante el comando ParametricPlot3D en el programa Mathematica.

ISBN 978-84-945722-3-4

El modelo matemático construido para simular “El Caragol”, se genera al apoyar las generatrices de esta superficie doblemente reglada, sobre sus directrices que son la curva intersección de un helicoide elíptico con un hiperboloide también elíptico y su eje.

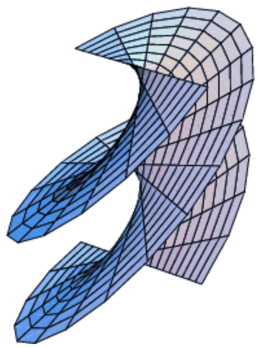

Ilustración 11: ***Helicoide elíptico***

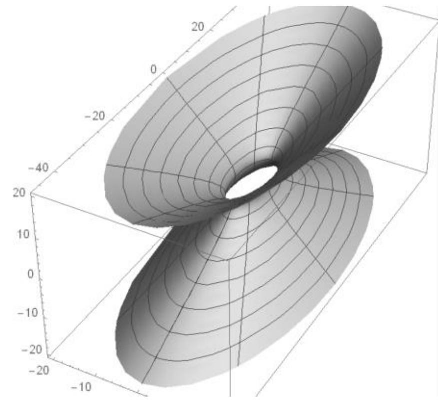

Ilustración 12: ***Hiperboloide elíptico***

Las ecuaciones paramétricas de dicha intersección son:

x(u)=4Sqrt[(u^2) +1] Cos[u]; y(u)=4 Sqrt[(u^2)+1] Sin[u]; z(u)=4u

Una vez obtenidas las ecuaciones de la superficie, a partir de las directrices a que me ha llevado el análisis geométrico, he procedido a su representación gráfica mediante el comando ParametricPlot3D y, al suprimir una de las familias de curvas paramétricas, he obteniendo un modelo que simula las barras metálicas de “El Caragol”.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

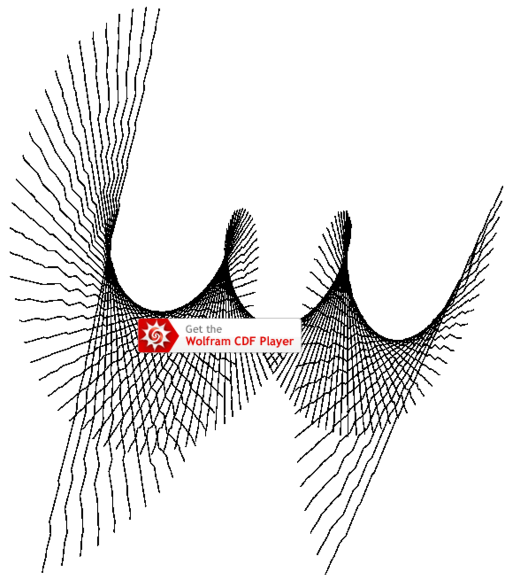

Ilustración 13: *El Caragol* de Mathematica

BIBLIOGRAFÏA

Alfaro, A. (2014). *La Colección.* Godella. Taller Alfaro.

Borräs, E., Moreno, P. & Nomdedeu, X. (2000). *Fotografía y Matemáticas*. Madrid: Ministerio de Educación, Instituto de Tecnologías Educativas, Recuperado de http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/matefoto/libro/index.htm/, consultado 14/01/2017.

Castelnuovo, E. & Barra, M. (1976). *Matematica nella realtà.* Turino: Boringhieri.

Casuqui, Ana María (2012). *Taller de fundamentos de diseño*. Recuperado de http://mcnenipopo.blogspot.com.es/2012/03/superficies-regladas.html/, consultado 14/01/2017.

Marín, J., Verdú, A., & Almazán, J.L (2012), “Experiencias docentes. Transformando Cuádricas Regladas" en *Pensamiento Matemático*, VolumenII, Número 2, pp. 13-24. Valencia: Universidad Politécnica.

Nomdedeu, X. (2002). “Espiral humilde”. En *Ritmos, matemáticas e imágenes*, Capítulo48, pp. 300-306. Madrid: Nivola.

ISBN 978-84-945722-3-4

Nomdedeu, X (2001) “Funciones para las caracolas” en X JAEM. Zaragoza: FESPM, Recuperado de http://slideplayer.es/slide/2893902/, consultado 14/01/2017.

Nomdedeu, X. (en prensa). “Objetivo Mateático”. En *Fotografía y Matemáticas*, FESPM.

OECOM (2004) *Te Golden Fruits*. Copenhagen. ICME-10.

Wolfram, S. (2014). *Mathemática v10.0.* Champaign, IL. Wolfram Research: Editions Home.

ISBN 978-84-945722-3-4