

EL CONCEPTO DE ÁNGULO CONSTRUIDO A
PARTIR DEL ARTE ABSTRACTO

JORGE ELIÉCER VILLARREAL FERNANDEZ

UNIDAD DIDÁCTICA

*El idioma de la naturaleza es matemática,
letra de esta lengua, son los círculos,
triángulos y otras figuras geométricas.
Galileo.*

"Volvía, enfrascado en mis pensamientos, de tomar apuntes, cuando, al abrir la puerta de mi estudio me vi de repente ante un cuadro de increíble belleza incandescente. Me detuve, desconcertado, mientras lo observaba. El cuadro no tenía tema, no representaba objeto identificable alguno, sino que estaba totalmente compuesto por manchas de colores brillantes. Me aproximé más, y reconocí lo que era realmente aquel cuadro: una de mis obras que estaba colocada de lado sobre el caballete... Ahora tenía clara una cosa: la representación de objetos, del mundo objetivo, no tenía cabida en mis propios cuadros y en realidad los estaba perjudicando."

WASSILY KANDINSKY



INTRODUCCIÓN

La unidad didáctica “**El concepto de ángulo construido a partir del arte abstracto**”, nace de la necesidad que se tiene en la educación matemática de cumplir con los fines contemplados en la Ley General de Educación. Teniendo en cuenta este documento rector y los fines de la educación, la unidad didáctica posibilita el desarrollo de los procesos de pensamiento tales como analizar, describir, comparar, deducir, inducir, entre otras; y por ende a aumentar las capacidades mentales del individuo. Desde esta perspectiva aporta al desarrollo social y cultural que es parte de la formación integral del individuo. La utilización de la lógica permite formar un hombre organizado, responsable, crítico, analítico, justo, equitativo y tolerante, con capacidad para desarrollar políticas que permitan plantear y solucionar problemas personales, comunes, sociales contribuyendo al beneficio personal, regional y nacional.

El desarrollo de las competencias desde el punto de vista de esta unidad didáctica no sólo es realizar operaciones básicas, procesos mentales de medición numérico, geométrico, aleatorio, variacional, algebraico, analítico, de observación, argumentación y proposición, es además generar en las personas cualidades humanas importantes para la convivencia ciudadana como el respeto, la tolerancia, la amistad, la solidaridad y el amor, elementos fundamentales para tener una persona ética y normalmente formada.

La unidad didáctica está ligada al aspecto lúdico y al quehacer diario del hombre, lo cual toca una gama de aspectos que apuntan a un desarrollo científico, histórico, filosófico, artístico, ético, y tecnológico. Se crea un ambiente de investigación y competencia sana, logrando despertar el interés y la motivación en el individuo, se logra profundizar ampliamente en diferentes temas de estudio, se enfrenta al desafío de hallar solución a diversos problemas, puede formular hipótesis y conjeturas, confrontar teorías y modelos existentes, comprobar su grado de validez, descubrir patrones o similitudes a partir de situaciones cotidianas.

Para lograr estos objetivos se han tomado como referentes teóricos el enfoque constructivista de la enseñanza y el aprendizaje y la tridimensionalidad como inicio y referente de las primeras nociones geométricas. Frente al primer referente se tienen en cuenta algunos principios básicos como son:

- Asegurar la relación de las actividades de enseñanza y aprendizaje con la vida real del alumnado partiendo, siempre que sea posible, de las experiencias que ya poseen.
- Partir del entorno del niño implica empezar por lo más próximo y real para conducirlo hacia lo más abstracto.
- Facilitar la construcción de aprendizajes significativos diseñando actividades de enseñanza y aprendizaje que permitan a los alumnos y alumnas establecer relaciones

substantivas entre los conocimientos y experiencias previas y los nuevos aprendizajes.

Frente al segundo referente se plantea que el niño está inmerso en una realidad tridimensional y sus experiencias geométricas iniciales nacen del contacto con objetos de tres dimensiones, el estudio de las caras de un cuerpo sólido conducirá al conocimiento de figuras planas y luego las líneas, los puntos. Los irá conociendo el alumno al analizar los sólidos geométricos.

La unidad didáctica tiene como base para su construcción dos experiencias realizadas; una por Mequé Edo Bast de la Universidad de Barcelona y la otra, continuación de ésta, realizada por Edelmira Badillo también de la Universidad de Barcelona. Estas experiencias se han llevado a feliz término en aulas de Europa y en Colombia.

Desde el enfoque de base se sugiere el diseño de actividades didácticas que integren la geometría y el arte en la primaria, que permitan transmitir al alumno una forma de “mirar” el entorno cultural y social que les ayude tanto a construir conceptos geométricos como a desarrollar sentimientos estéticos. La contemplación, descripción y creación de formas artísticas a partir de cuerpos, figuras y líneas, estáticas o en movimiento, genera un contexto adecuado para que los alumnos intuyan y construyan sus primeras nociones geométricas al mismo tiempo que se genera una atmósfera que invita a expresar y compartir sentimientos y emociones estéticas.

Conjuntamente el docente y alumno se involucra en un proceso de reflexión sobre la funcionalidad de los conceptos geométricos para interpretar y crear producciones artísticas, al nivel de cada estudiante, en donde se resalta con igualdad de importancia las emociones, sentimientos y valores que encierra el estudio y creación de una obra de arte, sin dejar de lado, el desarrollo de competencias matemáticas.

Todo esto implica la adopción de diferentes estrategias de enseñanza y de diferentes tipos de evaluación, en la que la responsabilidad del proceso de regulación de la construcción del conocimiento sea compartida entre alumnos y maestros. Por tanto se tendrá en consideración la auto-evaluación, la hetero-evaluación y la co-evaluación como parte integral de la formación de los alumnos.

Las actividades y contenidos que se desarrollaran en la unidad didáctica tienen en cuenta la naturaleza dual de la matemática (relación del pensamiento intuitivo geométrico y el pensamiento formal matemático), el uso de representaciones, la importancia de la definición matemática y el uso del lenguaje matemático, y la autorregulación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

PROBLEMA

La educación matemática se ha venido transformando en sus objetivos para con el estudiante. Antes de la renovación curricular la asimilación memorística de conceptos y procedimientos era el objetivo esencial. Con la renovación curricular las habilidades de pensamiento entraron a tratar de transformar la mente de los estudiantes y construir un hombre productivo que manejará procesos completos y tuviera un razonamiento más adecuado. La educación por competencias ha venido a plantear la necesidad de que los estudiantes estén en capacidad de resolver problemas en diferentes contextos.

En esta tarea la educación matemática tiene mucha importancia ya que permite el desarrollo del pensamiento lógico. Uno de los pensamientos matemáticos importantes para el desarrollo del pensamiento del niño es el geométrico ya que permite el desarrollo de la espacialidad y de diferentes transformaciones mentales que lo acercan a la comprensión del mundo que lo rodea.

Pero hasta ahora poco se enseña la Geometría y cuando se hace se parte de conceptos demasiado abstractos para la época de operaciones concretas en que se encuentran los estudiantes, sin tener en cuenta la diversidad en el aula, con métodos que no activan el pensamiento ni la motivación por los contenidos geométricos a trabajar y desligados del contexto tridimensional que rodea al estudiante.

Por esto el problema que se propone resolver es:

Diseñar una unidad didáctica que promueva el aprendizaje del concepto de ángulo a través de actividades constructivas que partan del nivel en la competencia curricular en que se encuentra cada estudiante, permita activar su pensamiento y motivación hacia el aprendizaje de la Geometría y la formación integral de la persona a través del trabajo en equipo y de la relación del contenido con el arte.

DESCRIPCIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Esta unidad didáctica fue construida para trabajar con estudiantes de cuarto o quinto grado de primaria, en instituciones que tengan o no incluida población diversa.

La unidad didáctica “**El concepto de ángulo construido a partir del arte abstracto**”, esta dividida en dos partes claramente diferenciables, una parte inicial que tiene que ver con la preparación de la nueva materia y la parte final donde se agrupan la elaboración y la asimilación de la nueva materia.

La preparación de la nueva materia tiene cuatro actividades que tienen como objetivo general el acercar a cada uno de los estudiantes a los conceptos necesarios para enfrentar la segunda fase. Para esta parte de la unidad didáctica los objetivos, lo mismo que los tiempos de las actividades, se han planteado de manera general para toda la fase, pero los contenidos, divididos en declarativos, procedimentales y actitudinales, lo mismo que los materiales a utilizar, están planteados en cada una de las actividades. Los conocimientos previos a evocar en esta fase son los conceptos de línea recta, línea curva, formas esféricas y no esféricas, cara plana y cara curva, esfera, cilindro, círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo, etc.

La elaboración y asimilación de la nueva materia también presenta cuatro actividades que se diferencian de las primeras en los contenidos a trabajar y en la complejidad de los conceptos y de las exigencias para los estudiantes. En esta parte los objetivos son planteados desde cada una de las actividades, lo mismo que la organización del espacio y el tiempo y los materiales. Los contenidos, también divididos en declarativos, procedimentales y actitudinales están descritos de manera general para toda la fase.

La creación artística transversaliza la unidad didáctica ya que en la propuesta se convierte en elemento aglutinador de los diferentes conceptos trabajados, a la vez que es la parte motivadora de las actividades. Se busca con esto el que se encuentre un mayor número de relaciones de las que normalmente hay en el trabajo con la Geometría.

Las actividades tienen como característica esencial la construcción a nivel individual, de pequeño grupo y de gran grupo de los conceptos objetivo. El estudiante es el protagonista de su aprendizaje y el docente es mediador director que guía la actividad desde la planeación y el dialogo heurístico.

Al inicio de algunas de las sesiones se implementaron como parte motivante, para centrar la atención y preparar el cerebro para el trabajo, actividades que hacen parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein. Éstas tienen diferentes niveles de complejidad y de habilidades a desarrollar.

Estándares relacionados con la unidad didáctica

Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

- Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
- Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.
- Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.
- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.

Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida

- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
- Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.

Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos

- Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.
- Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.
- Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.
- Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.
- Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.

Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

- Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
- Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.

Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).
- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
- Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.
- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.

Se desarrollan estándares con respecto a otras áreas del conocimiento, se deja al docente el que ubique estas características y haga transformaciones que permitan una mejor ligazón de los diferentes conocimientos para el enriquecimiento de su trabajo.

PREPARACIÓN DE LA NUEVA MATERIA

ACTIVIDADES PREVIAS

Las actividades previas tiene como objetivo el aseguramiento del nivel de partida teniendo en cuenta las diferencias que se pueden encontrar en el aula, es decir estas actividades pretenden que los estudiantes con mayores dificultades, incluyendo los de Necesidades Educativas Especiales, puedan trabajar con el resto del grupo en la misma actividad, por lo cual ésta tiene la particularidad de partir de niveles básicos de procesos de pensamiento, es decir desde la percepción, pasando por la observación, la descripción y llegando hasta la comparación de objetos, sus formas y usos, de manera concreta, así como relaciones básicas. De esta manera se garantiza un punto de partida igual sin que ninguno de los estudiantes se sienta por debajo de sus capacidades ya que se parte de actividades necesarias para el objetivo final.

A su vez por el interés que puede despertar en los niños una actividad diferente donde esencialmente no se va a copiar y donde la actividad principal va a ser realizada por ellos mismos la motivación aumenta y prepara de buena manera al estudiante para la realización del trabajo.

Además se empieza a orientar hacia el objetivo dado que desde el principio se presenta la orientación que va a tener la actividad.

Estas actividades son:

- Actividad de familiarización.
- Primera actividad plástica. Descripción y análisis de figuras planas.
- Actividad del análisis de un cuadro.
Primera fase. Descripción y cuantificación de los elementos reconocibles en la obra.
Segunda fase. Evocación creativa de posibles significados de la obra. Otras áreas tratadas en la propuesta.
- Preparación de los materiales para realizar una creación plástica.
- Creación plástica individual inspirada en el cuadro analizado.

Objetivos de la fase de preparación de la nueva materia

- Alcanzar los conocimientos previos necesarios para construir el concepto de ángulo a través de actividades que motiven al estudiante y que permitan el reconocimiento de conceptos adicionales.

- Construir y reconstruir los conceptos iniciales de línea recta, línea curva, formas esféricas y no esféricas, cara plana y cara curva, esfera, cilindro, círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo...
- Desarrollar los procesos de pensamiento básicos a nivel concreto y empezar con el desarrollo de la capacidad de abstracción teniendo como apoyo para esto el trabajo realizado en el análisis y creación de obras plásticas donde esta involucrada la matemática en general y la Geometría en particular.
- Motivar al estudiante al estudio de las matemáticas, a la valoración del trabajo en equipo, a la adquisición de responsabilidades individuales y colectivas, al desarrollo integral del estudiante a través de la intervención sobre las dimensiones del ser.

Tiempo de la fase de preparación de la nueva materia

Se ha planteado una intensidad de dos horas por cada una de las actividades que corresponden a esta fase, pero este tiempo deberá ser flexible teniendo en cuenta el ritmo que los estudiantes manejen, esto quiere decir que puede ser más o menos de este tiempo, pero siempre estando alrededor de lo planteado.

1. ACTIVIDAD DE FAMILIARIZACIÓN

Contenidos

- **Declarativo:** Concepto de esfera y no esfera, cara plana y cara curva, cilindro, prisma, círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo.
- **Procedimental:** Diferenciar formas esféricas y no esféricas.
Relacionar la capacidad de rodar de los objetos con el hecho de tener caras curvas.
Reconocer formas parecidas a esferas, cilindros y prismas.
Identificar caras planas y caras curvas.
Reconocer figuras planas en objetos tridimensionales.
Nombrar algunas figuras.
- **Actitudinal:** Valoración de la importancia de las figuras geométricas como parte de la representación de la realidad.

Materiales

- Colección de objetos de la realidad con formas esféricas, cilíndricas y distintos prismas.
- Caja de poliedros.

Desarrollo de la actividad

Un matemático, como un pintor o un poeta, es un hacedor de patrones. Si sus patrones son más permanentes que los de ellos, es porque están hechos con ideas. Un pintor crea patrones con sus formas y colores, un poeta, con palabras... Un matemático, por otro lado (a diferencia del poeta), no tiene material para trabajar salvo con sus ideas, y sus patrones suelen durar mucho más, ya que las ideas se gastan menos que las palabras.
G. H. HARDY, *A Mathematician's Apology* (1940)

Se inicia la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 1). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein. En cada sesión se implementará al inicio una de estas fichas con la intencionalidad planteada.

La actividad de familiarización comienza con la identificación y análisis de las características de los objetos con forma de esfera y no esfera, diferenciación de objetos que tienen alguna cara que puede rodar y otros que tienen todas las caras planas, etc.

Luego se reconocen objetos con formas parecidas a esferas, cilindros y prismas, se organiza el rincón de las formas en el que los alumnos, las alumnas y el docente van acumulando objetos e imágenes que tienen formas parecidas a las presentadas. Este material se utiliza para realizar distintos juegos y actividades, por ejemplo: analizar cuáles pueden rodar y cuáles no; reproducir estas formas con arcilla; construir con este material; realizar un recorrido geométrico por el barrio (reconocer elementos del entorno; papeleras, edificios, etc. Con formas parecidas a las trabajadas); jugar a la caja oscura (se coloca un objeto dentro de una bolsa opaca y mediante el tacto se debe reconocer, describir, reproducir con pasta de moldear, etc.). Todas estas actividades pretenden ayudar a los alumnos a centrar su atención en aspectos relacionados con la “forma de los objetos”, reconociendo y diferenciando los conceptos de caras planas y alguna cara curva, etc.

Después se plantea la actividad que consiste en separar los objetos que tienen alguna cara plana de los que no tienen ninguna. Para esto se vuelven a usar los materiales que se tienen y los de la caja de poliedros, los cuales serán objeto de análisis por parte de los alumnos. Acto seguido se pregunta si conocen qué forma tienen alguna de las caras planas de los

cuerpos separados. El docente pregunta: ¿qué pasaría si bordeáramos con un lápiz el contorno de esta cara encima del papel? ¿Qué aparecerá dibujado en la hoja? De este modo se entabla una conversación entre los alumnos y el docente en que los niños usan los términos: cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo, (es la forma de hacer aflorar los referentes previos, aunque al inicio en algunos casos no se apliquen con corrección). El interés de la actividad reside en: a) el hecho que estos términos geométricos surgen dentro de una situación en la que los niños generan hipótesis, discuten entre ellos, argumentan y comprueban sus ideas iniciales, algunos de ellos escucharan por “primera vez” estas palabras y las relacionaran con las figuras vistas y b) aparecen los primeros referentes de figuras planas como parte integrante de objetos tridimensionales.

Para culminar la actividad se realiza un dialogo acerca de lo observado por los alumnos, lo que encontraron en la realidad que se parece a las figuras y cómo muchas cosas que hay alrededor son hechas con diferentes figuras geométricas.

2. PRIMERA ACTIVIDAD PLÁSTICA. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE FIGURAS PLANAS

Contenidos

- **Declarativo:** Concepto de figura geométrica: círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo...
- **Procedimental:** Identificar y nombrar figuras planas
Seriación, unidad de repetición, ritmos.
Creación plástica. Estampación.
- **Actitudinal:** Desarrollo de trabajo en equipo asumiendo un rol en particular. Valoración de la geometría como herramienta utilizada en las actividades artísticas. Respeto por el trabajo de los demás.

Materiales

- Una lámina de pintura para cada alumno.
- Pinturas y esponjas de distintas formas.

Desarrollo de la actividad

La matemática nació para estudiar cómo resolver problemas prácticos. Bandas nómadas de cazadores podían vivir sin matemáticas, pero una vez que empezó la agricultura, empezó a ser importante poder predecir las estaciones contando los días. Una sociedad se desarrolla y adopta un

sistema monetario y hace falta aritmética para manejarlo. La geometría es necesaria para medir la tierra y construir edificios razonablemente elaborados.
KEITH BALL

Se inicia la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 2). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein.

Se realiza una actividad de estampación. Se selecciona un grupo de objetos (esponjas) con formas próximas a los objetos que se analizaron anteriormente (cilindros, prismas, etc.) y se colocan encima de unos platos con pintura de forma que sólo una de sus caras servirán para estampar.

Mientras los niños van realizando sus composiciones plásticas de estampación (en este caso la propuesta es muy abierta, no hay directrices respecto a los resultados que se esperan: figurativo, abstracto, etc.) el docente va pasando por los sitios de trabajo comentando y preguntando qué forma tiene el objeto con el que estampa, qué figura marcará en la hoja, etc. Una vez más los términos geométricos se utilizan en la conversación de manera muy natural.

Cuándo los alumnos van terminando su producción plástica de tema libre, el docente les pide que estampen más figuras, en otra hoja, bien separadas, puesto que éstas se habrán de recortar para ser utilizadas más adelante. Mientras se seleccionan algunas de las producciones plásticas recién acabadas y se las coloca en un lugar donde todos los alumnos las vean bien. Seguidamente se comentan las producciones de los alumnos. Aquí se debe aprovechar para trabajar seriaciones por formas, color, formas y color, etc.

En el dialogo final se debe observar el respeto por cada una de las producciones iniciales de los alumnos, se van a encontrar muchas diferencias en las calidades artísticas iniciales que deben ser valoradas por todos teniendo en cuenta que cada cual tiene habilidades diferentes que son desarrolladas a través del trabajo que se realiza en la escuela y fuera de ella.

3. ACTIVIDAD DEL ANÁLISIS DE UN CUADRO

El análisis del cuadro hace parte del proceso de creación artística y en el caso que se plantea y que interesa, el análisis tiene elementos geométricos claros (se escogió con esta intención) de tal forma que las actividades que se realizan con él tengan implícitos y explícitos los conceptos a trabajar.

El proceso de descripción de una producción plástica siempre sigue una pauta establecida. Se recomienda realizar este análisis en dos fases: la fase inicial se centra en una descripción objetiva de los elementos reconocibles en la obra (líneas, puntos, manchas, figuras, volúmenes, superficies, texturas, colores, etc.), la segunda fase consiste en una evocación

creativa centrada en la misma obra: ¿qué podría ser?, ¿qué me sugiere?, ¿qué me recuerda?, ¿qué me provoca?, etc.

Al seguir esta pauta se observa que la primera parte, la más concreta, geométrica, dota al alumno de una serie de “herramientas” derivadas del análisis de la forma que permiten que la segunda parte, la más creativa, la abstracta, llegue a ser más interesante, rica en matices y completa. De esta forma, el primer análisis, más geométrico y más objetivo, se conecta y convierte en elemento necesario para aumentar la capacidad de interpretar y crear composiciones artísticas, vinculándose al mismo tiempo al desarrollo de sentimientos y emociones estéticas.

En esta propuesta se presenta una actividad con una secuencia de dos fases centradas en distintos contenidos

- Primera fase. Descripción de los elementos reconocibles en la obra. Cuantificación de los elementos reconocibles en la obra.
- Segunda fase. Evocación creativa de posibles significados de la obra. Otras áreas tratadas en esta propuesta.

3.1. Primera fase. Descripción y cuantificación de los elementos reconocibles en la obra

Contenidos

- **Declarativo:** Conceptos geométricos de una y dos dimensiones: cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, medio círculo, lados, vértice, líneas rectas, curvas, líneas cerradas, puntos. Relaciones cuantitativas. Concepto de tabla de datos.
- **Procedimental:** Identificar y nombrar figuras geométricas.
Analizar y discutir acerca de las características definitorias de distintas figuras planas.
Contar los elementos de cada colección.
Comparar cantidades estableciendo relaciones de equivalencia y orden: “más que”, “menos que”, “tantos como”.
- **Actitudinal:** Reconocer la importancia de las obras artísticas como expresión del espíritu del autor.

Materiales

- Una reproducción del cuadro escogido.

Desarrollo de la actividad

La actividad inicia con la siguiente lectura y discusión de la misma:

"La historia de CERITO"
(una adaptación del cuento La Tortuga Taruga)

En numerolandia, un hermoso lugar donde habitan todos los números, vive un redondito, redondito número llamado CERO, a quienes sus amigos cariñosamente, llaman **CERITO**.

Cierto día, CERITO escuchó decir a sus amigos más cercanos - el número UNO y el número DOS-, que se iba a realizar una competencia para saber ¿Quién era el número más grande?

- Yo, yo no valgo nada - se dijo muy apenado
- Todos se ríen de mí y dicen que soy "UN CERO A LA IZQUIERDA"
- Creo que no competiré...

CERITO, se marchó muy alicaído y se fue a refugiar al cuaderno de Matemáticas, para que así, nadie lo pudiera encontrar el día de la competencia...

Todos los demás números se esforzaban para verse más grande: El número UNO por ejemplo, se compró unos zapatos muy, muy altos y caminaba con su nariz muy, muy empinada; el número DOS llamó a sus amigos TRES, CUATRO, CINCO Y SEIS y juntos fueron donde sus primos los números negativos -a pedirles prestado el guión, así ellos se posarían sobre este y sin duda, alguno de ellos ganaría, -eran tan amigos, que ganando uno de ellos, iba a ser como si ganaran todos, eso les bastaba; el número SIETE decidió colgarse todos los días un ratito de la rama de un árbol, con ello, su cuello se alargaría y tendría una seria posibilidad de ganar; el número OCHO decidió ponerse a dieta para verse más alto o esbelto y por más que se apretaba el cinturón, no fue mucho lo que creció; el número NUEVE era tan soberbio, engreído y estaba seguro de que él, iba a ganar... se reía de todas las cosas que hacían sus compañeros, como se creía el más inteligente (por su cabeza graaande), se presumía ganador .

Por fin llegó el día tan esperado por todos... inició el espectacular desfile el número UNO, iba caminando muy bien, cuando de repente tropezó y cayó, los niños, primero se rieron un poco, pero luego, lo aplaudieron para darle ánimo, él estaba muy avergonzado y se fue corriendo a refugiar al cuaderno de Matemáticas... entró llorando y todo, todo colorado... En eso, al dar vuelta a la hoja, se encontró con CERITO, quien lo escuchó atentamente y lo motivó a volver a la competencia...

CERITO, se paró a la derecha de UNO y le dijo:

- No te sientas mal mi querido amigo, a cualquiera le hubiera podido ocurrir un accidente así-, y siguió consolándolo...

UNO por primera vez con CERITO A SU DERECHA, se dio cuenta que juntos formaban el número más grande de todos los participantes, entonces, se lo hizo ver a CERITO, se tomaron de mano y se fueron corriendo al desfile, pues aún se oían aplausos... fueron los últimos en recorrer la pasarela y cuando llegaron ... **¿qué paso después?**, inventen ustedes el final, jajaja...

¿Qué moraleja obtienes tú de este cuento?

Léelo nuevamente con tus amiguitos y luego, narra tu final y cuéntanos, qué enseñanza obtuviste de esta historia.

Se continua la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 3). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein.

El docente lleva a clase la reproducción del cuadro escogido, en este caso Negro y Violeta de Wassily Kandinsky (en la figura). La obra de Kandinsky se escoge por la variedad de figuras geométricas utilizadas, por los colores que maneja y que atraen la atención de los estudiantes y, lo más importante, por ser una obra de arte abstracto que permite que los niños partan de elementos concretos ubicados en imágenes no concretas, lo cual permite que el niño se pare inmediatamente en la abstracción ya que lo que va a identificar en la obra va a ser una interpretación de lo visto.

Se coloca a los niños en semicírculo alrededor de la imagen y se pide que expresen lo que ven; aquello que ven deben señalarlo en el cuadro y el docente pregunta a los compañeros si están de acuerdo con lo expresado y mostrado. Si la figura es o no lo que se ha expresado. De esta forma se van reconociendo diferentes figuras planas: triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, etc.

Mientras se lleva a término la conversación anterior se deben crear momentos de duda con preguntas del tipo ¿Esto es, o no, un cuadrado? ¿Parece más un rectángulo? ¿Cómo sabemos si es un cuadrado o un rectángulo? Estas dudas expresadas oralmente provocan que algunos niños hagan intentos de analizar y definir las características principales de algunas figuras.



Negro y Violeta, Wassily Kandinsky

Durante el análisis de la obra aparecen los términos: cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, medio círculo, lados, vértice, líneas rectas, curvas, líneas cerradas, puntos, etc. Dentro de un contexto con significado, este dado por cada estudiante. Se compara y discute en qué se asemejan y en qué se diferencian los cuadrados y los rectángulos. Se comenta como sabemos que una figura es o no un triángulo. Toda esta conversación se realiza con la finalidad de analizar, comprender mejor los elementos de esta obra y llevar a los estudiantes al desarrollo de sus procesos de pensamiento.

La conversación deriva hacia cuántas figuras hay de cada tipo. Cada pregunta de los alumnos es utilizada al devolverla a los alumnos y hacer un recuento de cada tipo de figura. Conjuntamente se ponen a contar y anotar las cantidades en la pizarra en una tabla de datos donde se ubica el nombre de la figura, el dibujo de la figura y la cantidad que hay en el cuadro. A continuación se compara de que figura hay más, cuál es la figura que aparece menos veces, etc.

Hay que estar pendientes de dudas e interrogantes formulados por los alumnos que pueden generar reflexión y avance de distintos contenidos matemáticos.

3.2. Segunda fase. Evocación creativa de posibles significados de la obra. Otras áreas tratadas en la propuesta.

Contenidos

- **Declarativo:** Concepto de expresión plástica como medio de representación y de comunicación. Concepto de obra de arte como instrumento de expresión y comunicación de situaciones reales e imaginarias. Contenidos de otras áreas tratadas en la propuesta.
- **Procedimental:** Observar reproducciones artísticas e identificar en ellas formas conocidas
Utilizar la imaginación para interpretar de forma personal una obra artística.
Tener una actitud de respeto y valoración por obras de interés artístico.
Desarrollar habilidades de otras áreas.
- **Actitudinal:** Sensibilidad artística.

Desarrollo de la actividad

La conversación no se queda en el reconocimiento y cuantificación de figuras. El docente debe hacer preguntas acerca de la pintura: ¿qué es?, ¿qué hace?, ¿qué le pasa?, etc. En esta parte es donde más se empieza a manejar la abstracción. El docente debe tener claro en que momento el estudiante plantea inferencias y en que momento son suposiciones o creaciones que pueden no tener relación con la obra presentada.

Las referencias que hagan los alumnos en las que se dejan llevar por la imaginación y la fantasía con momentos de reflexión y análisis de la forma, deben ser aprovechadas por el docente para el trabajo ya que es una buena manera de vivir las matemáticas en las primeras edades. De aquí deben surgir hipótesis a debatir entre todos teniendo como base de discusión la pintura y la imagen creativa que tiene para los alumnos.

La conversación se alarga y en distintos momentos aparecen referencias a diferentes áreas que se pueden convertir en formas de recoger la información para la evaluación, por ejemplo:

- Lenguaje escrito.
- Expresión oral.
- Conocimiento propio y autonomía personal.

La actividad permite el desarrollo de temáticas de otras áreas, en este caso de Lengua Castellana y de la dimensión social y ética de la persona, es decir que la actividad intenta el que haya una formación integral de la persona ya que abarca una serie de temáticas y formas de trabajo que tienen en cuenta no sólo lo cognitivo, como ha sido tradicional en la escuela, que muchas veces es la dificultad que tienen algunos niños u, al contrario, se mejora lo cognitivo partiendo del trabajo sobre otras dimensiones como la social, la estética, la corporal, la comunicativa, etc.

4. PREPARACIÓN DE LOS MATERIALES PARA REALIZAR UNA CREACIÓN PLÁSTICA

Contenidos

- **Declarativo:** Conceptos geométricos de una y dos dimensiones: cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, medio círculo, lados, vértice, líneas rectas, curvas, líneas cerradas, puntos.
- **Declarativo:** Identificación de líneas rectas y curvas en el perímetro de figuras planas.
Reconocimiento de características esenciales de figuras planas: círculo, cuadrado, triángulo y rectángulo.
Reconocimiento de cualidades (color, forma...) Agrupación y clasificación.
Completación de clasificaciones atendiendo a un único criterio.
- **Actitudinal:** Valoración de la planificación del trabajo a realizar. Importancia de la creación artística desde el punto de vista individual.

Materiales

- Tijeras.
- Figuras estampadas.
- Pegamento.
- Bandejas de reciclaje para usar como contenedor cuando agrupan y clasifican.

Desarrollo de la actividad

*Alicia sonrió: “No tiene sentido que pruebe”,
dijo, “uno no puede creer en cosas
imposibles”. “Me atrevo a decir que no has
intentado lo suficiente”, dijo la reina.
“Cuando yo era joven, lo intentaba al menos
media hora por día. Incluso, hubo días en
que me creí hasta seis cosas imposibles
antes del desayuno”. “¿Por dónde tendría
que empezar?”, preguntó. “Empieza por el
principio”, dijo el rey, “y detente cuando
llegues al final”.
LEWIS CARROLL, Alicia en el País de las
Maravillas*

Se inicia la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 4). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein.

El docente explica que cada alumno realizará una composición propia inspirándose en el cuadro que han analizado, pero que para ello, deben prepararse primero los materiales que van a utilizar.

En esta propuesta se presentan dos actividades centradas en distintos contenidos. Ambas del área. Además hay un trabajo dirigido hacia el desarrollo de la motricidad fina.

Recorre de figuras planas atendiendo a las líneas que las delimitan. En primer lugar el docente pide a los alumnos que recorten las figuras planas que habían estampado previamente. Mientras los alumnos van realizando la actividad el docente pregunta: ¿cuáles son más difíciles de recortar y por qué?, los círculos, ¿por qué se hacen con una línea curva y las demás tienen todas las líneas rectas?

Los alumnos entablan una conversación acerca de que figuras son más difíciles de recortar y lo más probable es que lleguen pronto al acuerdo que son los círculos porque se hacen con una línea curva, en cambio en los rectángulos, cuadrados y triángulos, todas las líneas son rectas. Una vez más, se aprovecha una situación real y funcional para ayudar a los alumnos a reflexionar acerca de las cualidades básicas de las figuras planas. Ayudar a distinguir los polígonos de los no polígonos, aunque no se mencione siquiera este término, será un buen referente en el momento en que se formalice este contenido.

En este caso se parte de la idea de que el nombre no es el concepto y que el nombre en algunas situaciones es lo último que se debe aprender ya que es la forma en que se denomina un proceso o el conocimiento de un objeto, o los pasos en la construcción del concepto.

Agrupación y clasificación de figuras

Una vez recortadas las figuras se realiza un trabajo de agrupación y clasificación con las mismas. Los alumnos, en grupos pequeños, deben agrupar las figuras en distintas bandejas, sin que el docente haya dictado que criterio de clasificación deben seguir: forma, color, tipo de líneas que las delimitan, etc.

Los alumnos buscan (individualmente y de forma intuitiva) algún criterio para agrupar figuras, así, en cada mesa se van apareciendo colecciones de figuras que guardan algún criterio de agrupación, pero en ninguna mesa se utiliza un único criterio para clasificar todas las piezas. Seguidamente, el docente va pasando por las mesas y pide que los alumnos expliquen que hay en cada bandeja. De esta forma, y una vez los alumnos han definido cada conjunto de figuras, el docente los ayuda a ver que están utilizando distintos criterios simultáneamente y les piden que escojan un único criterio para reorganizarlo todo.

Este proceso es especialmente interesante. Si el docente dicta el criterio a priori, los alumnos no tienen la oportunidad de buscar una relación propia entre las figuras, sin embargo de esta forma, se ha partido de la aplicación de los conocimientos previos de los niños para, después de ayudarles a estructurar todo el material a partir de un único criterio, es decir los ayuda a llegar a clasificar.

Una vez acordado un único criterio para clasificar todas las figuras de todos los sitios de trabajo se exponen en una zona de la clase para proseguir la actividad.

5. Creación plástica individual inspirada en el cuadro analizado

Objetivos

- Identificar distintos planos en una creación plástica bidimensional.
- Situar y distribuir elementos en el plano atendiendo a criterios espaciales.
- Formar un grupo de seis elementos.
- Realizar una composición plástica, inspirada en una obra de referencia.
- Inventar títulos.

Contenidos

- **Declarativo:** Concepto de creación artística bidimensional. Concepto de agrupación.
- **Procedimental:** Identificación de recursos del lenguaje plástico para representar la realidad y la fantasía.
Cuantificación, números cardinales.
Situación y ubicación de figuras en el plano.
Creación de producciones plásticas aplicando distintas técnicas.
Creación de títulos.
- **Actitudinal:** Sensibilidad artística. Valoración estética.

Materiales

- Una lámina de pintura para cada alumno.
- Pinturas y rodillos.
- Pinceles y pintura negra.

Desarrollo de la actividad

El docente propone que cada alumno haga una reproducción plástica propia inspirándose en la obra de Wassily Kandinsky. En esta propuesta presentamos una secuencia de cuatro actividades centradas en distintos contenidos.

Finalmente se pide que cada alumno haga su cuadro inspirándose en la obra de Wassily Kandinsky. Para ello, se observa de nuevo la lámina con la reproducción del cuadro y se establece un diálogo basado en: ¿Por donde se debería empezar? ¿Cómo es el fondo del cuadro? ¿Qué aparece en el primer plano? Tal vez nuestros alumnos no están acostumbrados a analizar obras de arte por lo que es importante y enriquecedor que se de una explicación acerca de estos conceptos y su utilización en las obras plásticas. Después de la explicación habrá un acuerdo en que figuras están en un primer plano y cuales no lo están, teniendo en cuenta el porqué de esta apreciación. Dado el que algunos docentes no tienen la comprensión de estos conceptos es interesante solicitar la ayuda del docente de artística, pedirle su participación activa en la actividad, sus consejos y su explicación acerca de los conceptos.

A continuación se pide que cada alumno escoja seis figuras y que las coloquen encima de su hoja. A continuación se pide a los niños que comprueben si sus compañeros tienen la cantidad de figuras requeridas.

Este sistema de evaluación entre iguales, es decir, de evaluación mutua entre compañeros, permite que los alumnos reflexionen y discutan acerca de la resolución de una tarea, realizada individualmente, con sus compañeros y por tanto favorece que aparezcan estrategias de argumentación, de comprobación, etc. Que, si la corrección la realizara el docente, nunca se darían.

Luego, el docente pide que coloquen las figuras encima de su lámina centrandó la atención en el hecho de realizar una buena distribución de los elementos, recordando que se van a convertir en personajes o cosas en la obra. Concretamente se recomienda:

- Distribuir de forma uniforme las figuras por toda la superficie, que no queden partes del fondo vacías, ni otras demasiado llenas.
- No colocar las figuras demasiado cerca de los bordes de la hoja ya que estas figuras se convertirán en personajes que pueden tener brazos, piernas, lo que sea.
- Intentar colocar las figura en posiciones distintas a las habituales, para favorecer la sensación de movimiento dentro de la obra.

En este momento se retira la lámina de Wassily Kandinsky de la vista de los alumnos porque no se trata en absoluto de “copiar” el cuadro de alguien, sino que se trata de realizar una producción propia, personal, única, a partir de los elementos descubiertos en la obra de referencia.

En esta actividad los indicadores que da el docente son pocos. Básicamente se comenta de nuevo: que lo que van a dibujar es imaginario y que por lo tanto pueden ser como cada uno quiera; que no tengan prisa en terminar; que piensen, antes de pintar, cómo quieren que sea cada línea que dibujen y que de vez en cuando se detengan, observen bien su creación y decida que más quieren poner.

Los niños y las niñas van completando su creación plástica con pinceles y pintura, de forma que mediante líneas rectas, curvas, largas, cortas, etc., las figuras se van transformando en personajes y cosas de la obra. A medida que van terminando esperan sentados pensando en el título que van a poner a su trabajo. Cuando todos han finalizado se pasean por la clase, admirando y comentando las obras de sus compañeros. El apareamiento de burlas a las creaciones de los compañeros dará lugar a un debate acerca del respeto por las creaciones de los demás y de las diferencias que existen en las habilidades de las personas.

EVALUACIÓN

La finalidad de la evaluación en este momento es reorganizar y ajustar la enseñanza hacia el proceso de aprendizaje de los niños. La observación sistemática, planificada desde aquello previsible hasta aquello espontáneo, es la base propicia de la evaluación en esta fase de la unidad, la fase de aseguramiento del nivel de partida, teniendo en cuenta que se van a encontrar diferencias en cada uno de los niños frente a su nivel en los temas tratados y en los procesos necesarios para la adquisición de los conceptos objetivo de la unidad. Comporta una actitud del maestro relajada, de escucha, de comprensión y de respeto hacia aquello que los alumnos están viviendo, pensando y expresando. Por ello la evaluación ha de ser planificada de forma abierta, comprensiva y flexible, para investigar los efectos de la acción en el contexto de una situación determinada.

Además es necesario que se tenga en cuenta en la evaluación el que se han planteado tres tipos de contenidos, declarativos procedimentales y actitudinales, los cuales deben ser tenidos en cuenta ya que en su conjunto forman la integralidad que se busca con la unidad didáctica.

Es posible marcarse unos ítems de referencia para observar si los alumnos a lo largo de esta fase de la unidad realizan avances en relación a:

- Distinguen formas de tres dimensiones, de dos y de una.
- Intentan utilizar vocabulario adecuado cuando nombran y analizan las formas.
3D: cilindro, esfera, prisma.
2D: círculo, cuadrado, triángulo, rectángulo.
1D: línea recta, curva, abierta, cerrada.
- Participan activamente en la actividad de agrupación y clasificación.
- Realizan agrupaciones de seis o más elementos autónomamente. Necesitan ayuda. Son capaces de ayudar a los compañeros.
- Distribuyen correctamente elementos en el plano, atendiendo a unas pautas.

Pero los ítems concretos de evaluación sólo los puede determinar cada maestro según los conocimientos previos de sus alumnos y aquellos necesarios para continuar con el trabajo, basados en los indicadores del plan de estudio o en los estándares de calidad. Sería recomendable que se redactaran unos ítem, a priori, pero, que se concretaran a medida que va avanzando la unidad cuando el maestro o la maestra va observando qué dificultades surgen y en qué aspectos desea (él y su grupo) profundizar.

ELABORACIÓN Y ASIMILACIÓN DE LA NUEVA MATERIA

Las actividades de esta fase cumplen la doble función de elaborar los conceptos que se tienen como objetivo conseguir a través de un proceso de construcción que se inició en la fase anterior y buscar la asimilación de estos nuevos conceptos, teniendo en cuenta para este caso la relación que se debe hacer con otras áreas del conocimiento donde estos conceptos son aplicados, encontrar una mayor aplicabilidad a estos conceptos y abrir la perspectiva del estudiante para procesos de indagación e investigación.

Contenidos de la fase de elaboración y asimilación de la nueva materia

- **Declarativo:** Concepto de ángulo. Tipos de ángulo.
- **Procedimental:** Resolver problemas matemáticos y no matemáticos que apliquen el concepto de ángulo en su resolución.
- **Actitudinal:** Valorar la importancia que tienen las matemáticas, las expresiones artísticas y las relaciones que hay entre ellas, en la formación integral del ser.

6. ACTIVIDAD DE FAMILIARIZACIÓN

Después de la fase anterior se presentaran dos tipos de actividades de familiarización, en este momento para avanzar a los objetivos propuestos en la unidad. Un primer grupo de actividades buscan, por un lado, que los alumnos construyan las relaciones entre arte y geometría y, por otro lado, obtener las ideas previas de los alumnos en relación con los conceptos ángulo, partes del ángulo y tipos de ángulos. Un segundo grupo de actividades se centra en el estudio de los rasgos más significativos de la vida y obra del pintor escogido.

Objetivos

- Identificar las ideas previas que tienen los niños sobre ángulos, elementos y tipos de ángulos a partir de una pintura de Wassily Kandinsky.
- Introducir a los niños en la interpretación de obras de las artes, emitiendo juicios valorativos, expresando los sentimientos y emociones que les transmite el autor, resaltando los elementos artísticos y las técnicas que se utilizan a partir de la contemplación de las formas geométricas esbozadas en el cuadro de Wassily Kandinsky.
- Motivar a los niños hacia la investigación de los rasgos más importantes de la vida y obra de este pintor, centrándonos en la relación con la Geometría.
- Proponer y justificar a otros pintores y obras concretas que ayuden en el estudio de estos conceptos.

Materiales

- Fotocopia de la figura a utilizar para cada estudiante.
- Retroproyector, diapositiva de la figura a utilizar o, en su defecto, fotocopia ampliada y plastificada del cuadro de Wassily Kandinsky, papel para consignar las ideas de los alumnos y rotuladores o marcadores.

Metodología

Trabajo en gran grupo, en pequeño grupo y exposición del profesor.

Secuenciación y tiempo

Esta actividad requiere de dos sesiones de una hora. En la primera sesión se realiza el primer tipo de actividad y en la segunda hora el segundo tipo.

Desarrollo de la actividad

Se inicia la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 5). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein.

1. Construcción de las relaciones entre arte y Geometría.
Se presenta la figura, de la pintura de Kandinsky para:
 - Formular hipótesis del contenido de la pintura en la parte geométrica, respondiendo a interrogantes del tipo: ¿cuándo ves esta imagen qué ideas geométricas te vienen a la cabeza?, ¿qué crees que forman?, ¿dónde se podrían encontrar?, ¿qué objetivo tiene la presentación de esta imagen?, ¿para qué nos servirá en clase de matemática?, etc.



In the blue, Wassily Kandinsky

- Observar las impresiones de los niños, respondiendo interrogantes del tipo: ¿qué ideas se te vienen a la cabeza?, ¿qué crees que es?, ¿de dónde crees que la hemos sacado?, ¿dónde la podrías encontrar?, ¿qué objetivo tiene la presentación de esta imagen?, etc.
- Sacar conclusiones de la imagen presentada (intentando remarcar tanto elementos constructivos del cuadro como, medida, relación, proporción, peso, agrupamiento, dirección, movimiento, ritmo; como elementos expresivos, armonía / contraste, equilibrio / inestabilidad, neutralidad / acento, unidad / fragmentación).
- Observar ideas previas de los niños sobre líneas paralelas y perpendiculares; y sobre ángulos y tipos de ángulos. Por eso, se les entrega una fotocopia de la figura y de la actividad 1, donde se les plantean los siguientes interrogantes.

[En una hoja se anotarán los aportes de los niños antes del desarrollo de las actividades]

- Cuando observas esta imagen, ¿qué palabras relacionadas con la Geometría te imaginas? Es decir, ¿qué elementos geométricos identificas?

[Se especifica que de momento sólo nos centraremos en las líneas individualmente y no como figura completa]

- ¿Cómo son las líneas? ¿Ves diferentes tipos de líneas? ¿Cuáles? ¿Puedes definir las o explicarles con tus palabras? ¿Qué son?

[Se pondrá énfasis en el uso del lenguaje formalizado de las matemáticas, mediante el uso de palabras sinónimas que ayuden a la comprensión de los términos matemáticos]

- ¿Qué forman las líneas cuando se cortan, se tocan o se interceptan?
- ¿Puedes explicarlo con tus palabras o definir qué es un ángulo?
- ¿Puedes identificarlos en el cuadro? ¿Qué partes tienen un ángulo?
- ¿Ves diferentes tipos de ángulos? ¿Cuáles? ¿Puedes enumerarlos? ¿Puedes explicar o definir con tus palabras cada uno de ellos?
- ¿Cómo podemos explicar, comprobar o demostrar que un ángulo es de un tipo o de otro, por ejemplo que uno es más grande que otro o más pequeño que otro o iguales?

[Se trata de enfatizar la importancia del rigor matemático, o de la demostración matemática, tanto gráfica como algebraica]

- ¿Conoces el transportador? ¿Para qué sirve esta herramienta o instrumento geométrico? ¿Sabes utilizarlo?
- Ahora intentaremos juntos describir este objeto, el transportador, ¿qué observamos que tiene? ¿si lo comparamos con una regla, qué significado pueden tener estas líneas? ¿en qué unidades se miden los ángulos?

[Se presenta, nuevamente, la pintura de Wassily Kandinsky, para buscar la interpretación personal de los alumnos]

- ¿Qué significado tiene esta imagen?, ¿qué podría ser?
- Coloquémonos en el lugar del pintor. ¿Qué idea o sentimientos crees que quiere transmitir con esta obra?
- ¿Qué podemos destacar de los colores, la intensidad de colores, la posición y colocación de las líneas, la secuencia de las líneas, del fondo?, ¿cuántos planos vemos?, ¿cuál creemos que es el principal y por qué?, etc.
- ¿Qué palabras podrían salir en el título de este cuadro?, ¿qué título le pondrías?

2. Descripción por parte del docente de la obra haciendo referencia a:

- a) *Título:* In the blue (1925)
- b) *Autor:* Wassily Kandinsky (1866 – 1944). Rasgos más característicos de su vida y obra



c) *Técnica utilizada.*

3. Motivación para investigar de forma individual sobre:

- Características más importantes de la vida y obra de este pintor, centrándonos más en la relación con las matemáticas (Geometría).
- Proponer y justificar otros artistas y obras concretas que nos ayuden a estudiar este tema: ángulos, tipo de ángulos, etc.

7. Actividad de definición de ángulo

Objetivos

Con esta actividad se persigue los siguientes objetivos:

- Construir progresivamente los siguientes conceptos: ángulo, elementos del ángulo y tipos de ángulos.
- Desarrollar los procesos de pensamiento del estudiante desde la observación hasta el análisis a través de la construcción del concepto de ángulo.
- Formar al estudiante en el respeto por su trabajo y por el trabajo de los demás valorando cada una de las construcciones individuales y colectivas.

Materiales

- Transparencias, rotuladores permanentes (o cartulina y marcadores), fotocopias actividad anterior; material de consulta: libros de texto de matemática de primaria, diccionarios, posibilidad de asistir a la sala de Internet, etc. Esto para los alumnos.
- Para el docente: retroproyector, transparencia de la figura utilizada o en su defecto, fotocopia ampliada y plastificada del cuadro de Kandinsky.

Metodología

Trabajo individual, en pequeño grupo y en gran grupo.

Secuenciación y tiempo

Esta actividad de definición requiere de cuatro sesiones de una hora. En la primera sesión se realiza la primera fase de definición, en la segunda sesión la segunda fase de definición, en la tercera sesión la tercera fase de definición y en la cuarta sesión los alumnos exponen los mapas y entre todos se construye el mapa consensuado por la clase para el concepto de ángulo.

Desarrollo de la actividad

Se inicia la sesión con una actividad que tiene como objetivo para el docente el motivar por una parte y el centrar la atención en lo que se va a realizar (Anexo 6). La actividad hace parte del Programa de Modificabilidad Cognitiva de Reuven Feuerstein.

En la construcción de la definición del concepto de ángulo se tienen en cuenta tres fases, que se encuentran esbozadas en la siguiente tabla:

| Fase I Definición individual (ideas previas) | Fase II Confrontación entre iguales | Fase III Consenso e introducción de la definición |
|--|--|---|
| 1. En tu ficha responde por escrito a las siguientes preguntas: a. ¿Qué es para ti un ángulo? b. ¿Qué partes tiene un ángulo? c. ¿Cuántos tipos de ángulos conoces? ¿Puedes enunciarlos y representarlos? | 1. Comenta con tus compañeros del grupo las definiciones anteriores. 2. Compárenlas con las que te presentan los libros de texto para ver qué le falta, qué incorporarías, y propongan una nueva definición para: a. Ángulo b. Partes y tipos de ángulos 3. Elaboren una transparencia o diapositiva con el concepto de ángulo que creen correcto. | 1. Puesta en común de las definiciones y acuerdo sobre la definición que compartiremos en la clase para: a. Ángulo b. Partes y tipos de ángulo 2. Elaboren individualmente un mapa conceptual del concepto de ángulo. 3. Puesta en común del mapa conceptual y elección de los aspectos más relevantes. |

Fase I. Definición individual

Se considera importante que inicialmente los alumnos de forma individual consignen por escrito sus definiciones previas sobre ángulo porque ayuda a ver los aciertos y los posibles errores o dificultades que tienen con relación a los conceptos a desarrollar. Se han de tener en cuenta en la gestión del proceso de construcción por parte de los estudiantes del concepto de ángulo entre otras cosas, las siguientes:

1. Aspectos de la definición [diferenciar términos como: punto, recta, semirrecta, segmento, etc.].
2. Las representaciones del concepto [hacer énfasis en las partes: lados, vértice, etc.].
3. La necesidad del uso de los símbolos matemáticos [facilitar la diferenciación de los diferentes elementos, por economía al escribir, etc.].

Fase II. Confrontación entre iguales

Esta fase, al igual que la anterior, es importante porque estamos convencidas que, precisamente, en la interacción entre iguales se crea un ambiente propicio para el dialogo, el intercambio de ideas en un contexto de igualdad. La confrontación de ideas y la unificación de criterios que se desprenden en esta fase, ayuda a los estudiantes a aprender del respeto por las ideas del compañero, a la negociación entre posturas y a la verificación, mediación y enriquecimiento de las mismas, mediante el buen uso de la información que les proporcionan otros referentes. En este caso las definiciones de otros libros de texto, el uso de diccionarios, Internet y en general, el manejo de otras fuentes de información.

Otro aspecto a resaltar de esta fase es la motivación por la creatividad que se intenta promover en los estudiantes a la hora de asumir el diseño de páginas que incluyan la definición del concepto de ángulo. Esto permite observar la influencia que tiene el trabajo en pequeños grupos, pues se dan evoluciones en las definiciones que inicialmente dan algunos de los estudiantes.

Fase III. Consenso de la definición

El objetivo que se plantea con esta actividad es consensuar y reconstruir las definiciones propuestas por los alumnos en las fases I y II, teniendo como marco de referencia las visiones estáticas y dinámicas de este concepto, el uso de variedad de representaciones y la importancia del uso de prototipos, ejemplos, no ejemplos y contraejemplos del concepto en la resolución de problemas.

En esta fase se quiere resaltar el papel del docente como orientador del proceso de aprendizaje de los alumnos. La gestión del maestro debe llevar al consenso de los elementos conceptuales relevantes del concepto en cuestión y proporcionarles a los alumnos las herramientas, en este caso el uso de los mapas conceptuales, que les ayuden en la organización de los aspectos teóricos del concepto de ángulo institucionalizados en clase, atendiendo a sus contextos de uso dinámico y estático.

Para la construcción de los mapas conceptuales, se sugiere a los alumnos los siguientes pasos:

1. Escribir un listado de palabras claves que consideran más importantes del tema objeto de estudio.
2. Tratar de organizar las palabras anteriores en jerarquías, y escribirlas en la hoja de papel donde desarrollaran el mapa conceptual definitivo.

3. Conectar los pares de conceptos y relacionarlos mediante conectores o palabras enlace, enfatizando que también podían utilizar palabras, por ejemplo verbos, que hagan sencilla la comprensión del mapa.

Dado que en esta tercera fase, el objetivo que se persigue es remarcar sobre los elementos conceptuales que se quiere que los alumnos construyan del concepto de ángulo, esta actividad resulta rica y provechosa, en el sentido que el intercambio en grupo grande sobre los diferentes mapas de los alumnos y la gestión del docente pueden ayudar a que los alumnos incorporen en sus esquemas conceptuales aspectos de la definición del concepto que no han quedado suficientemente claros.

Después de la presentación y justificación de los mapas conceptuales de los alumnos el docente construye con los aportes de los alumnos el mapa conceptual consensuado por toda la clase del concepto en cuestión. Es importante que se intente que el mapa conceptual sea lo más rico posible.

8. Actividad de construcción de producciones artísticas

Objetivo

Esta actividad tiene como objetivo promover en los estudiantes procesos de reflexión sobre la importancia que tiene, en la construcción de una producción artística, que relacione arte y Geometría, la justificación de los siguientes aspectos:

1. El uso práctico de los contenidos geométricos en la construcción de una producción artística.
2. Los procedimientos (geométricos y/o algebraicos) utilizados en la construcción de los objetos geométricos (ángulo, triángulo, etc.) que conforman la producción artística.
3. Las diferentes técnicas artísticas y materiales que utilizan en la construcción de la producción artística.
4. Título del cuadro, nombre del autor, y la descripción de los sentimientos que quiere transmitir con su producción artística.

Materiales

Cualquier tipo de material y técnica plástica es aceptado. Los alumnos deben escogerla y justificar su elección.

Metodología

Producción individual, descripción y justificación, gran grupo.

Secuenciación y tiempo

Esta actividad de construcción de producciones artísticas requiere de seis o siete sesiones de una hora. En la primera sesión se trata el manejo de los diferentes tipos de transportadores, en la segunda sesión se introduce la operación con ángulos complementarios, en la tercera sesión se introduce la operación con ángulos suplementarios y las tres últimas sesiones se dedican a la resolución de problemas y a la exposición y justificación de las producciones artísticas realizadas por los niños y niñas.

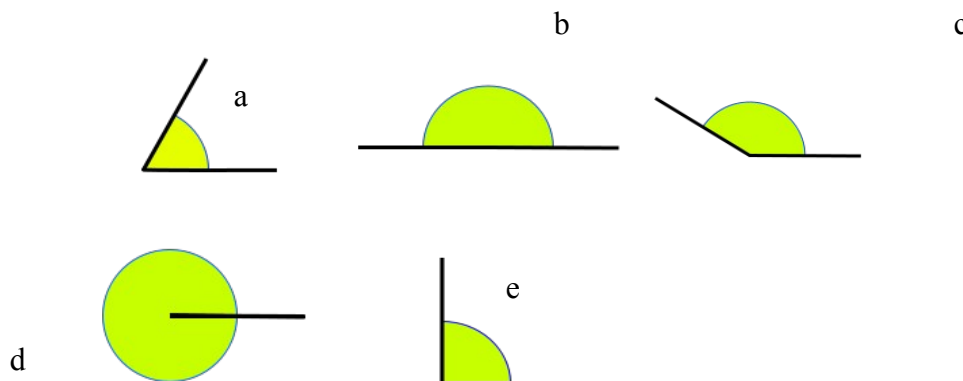
Desarrollo de la actividad

En esta actividad inicialmente se hace una introducción de las unidades de medida de ángulos, teniendo como referencia el sistema Sexagesimal. Se sugiere, en este nivel de escolaridad, centrarse en la medición de ángulos utilizando como unidad básica el grado. Es necesario matizar que el instrumento que permite medir ángulos en este sistema es el transportador. Igualmente se tiene que hacer énfasis de la variedad de modelos que hay en el mercado de transportadores y, por tanto, de las diferencias que hay en el uso de los mismos. De allí que se sugiere que esta actividad inicie con un reconocimiento del transportador que utilizará cada alumno.

Posteriormente se propone la resolución de una serie de problemas en los que se tratan los siguientes aspectos:

1. El pensamiento conjetural, con el propósito de que los estudiantes usen las definiciones de los diferentes tipo de ángulo en la medición aproximada de diferentes ángulos representados gráficamente, como en la siguiente actividad:

Clasifica los siguientes ángulos y con la ayuda del transportador verifica la medida de cada uno de ellos.



| | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|
| | a | b | c | d | e |
| TIPO DE ANGULO | | | | | |
| MEDIDA | | | | | |

2. Introducir el procedimiento geométrico, que consiste en la utilización del transportador como instrumento que permite una medición “exacta” de ángulos a partir de su representación gráfica.

- Referencia los anteriores ángulos en la siguiente tabla, nómbralos y llena el siguiente cuadro:

| | | | | | | |
|------------------------------------|----------------|-------|-------|--------|-------|----------|
| | TIPO DE ÁNGULO | AGUDO | RECTO | OBTUSO | LLANO | COMPLETO |
| MEDIDA | | | | | | |
| MEDIDA 1 (sin el transportador) | | | | | | |
| MEDIDA 2 (con el transportador) | | | | | | |

3. Construcción y reproducción gráfica de ángulos mediante procedimientos geométricos a partir de su representación algebraica o numérica.

- ¿Puedes utilizar algún objeto de la clase o de casa, que tenga que hacer algún tipo de giro para funcionar, para explicar cada uno de los tipos de ángulos? Intenta hacer la representación de la situación, especificando el tipo de ángulo al que haces referencia.

4. En la pintura In the blue, de Wassily Kandinsky, encuentra las diferentes clases de ángulos que se han trabajado hasta ahora, indicando donde se encuentran, el nombre del tipo al que pertenece y la medida del ángulo. Anota estos datos en la fotocopia que tienes de la pintura y compárala con las de tus compañeros para que ubiques si hay algún error o si te faltó alguno.

EVALUACIÓN

Dado que las aportaciones curriculares que se proveen en el contexto escolar pueden ser de distinta naturaleza (declarativos, procedimentales y actitudinales), la evaluación de sus aprendizajes exige procedimientos y técnicas diferenciadas.

Mientras que algunas técnicas evaluativas son válidas para todos los tipos de contenidos (por ejemplo, la observación, la exploración), otras suelen tener un uso restringido para ciertos tipos de contenidos. Lo relevante aquí es que todas las evaluaciones de los aprendizajes del contenido tiendan a apreciar el grado de significatividad y la atribución del sentido logrados por los alumnos.

La evaluación es considerada formativa, continua e integral. Lo anterior implica centrarnos en la evolución de los aprendizajes de los estudiantes más que en los aprendizajes puntuales o finales. Además, la evaluación es un proceso en la cual los alumnos tendrían que participar activamente. Por tanto, se describen brevemente las estrategias y tipos de evaluación que se implementan durante el desarrollo de esta parte de la unidad:

- Auto-evaluación: revisión continua de las actividades, revisión y mejora continua de sus producciones artísticas.
- Entre iguales (co-evaluación): valoración de las producciones del compañero, intercambio de material para corregir errores, debate y argumentación de ideas, etc.
- Negociación de los criterios de evaluación y de los aspectos y problemas a evaluar: los alumnos participan en la construcción de problemas, preguntas abiertas y las correspondientes respuestas, que después serán tenidas en cuenta en la evaluación final o de síntesis (que es una más en el proceso).
- Hetero-evaluación: considerada no estática, ni acabada; los alumnos tienen la oportunidad de revisar, mejorar y proponer alternativas de solución que reflejen los progresos que se van alcanzando.

EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE DE CONTENIDOS

Los contenidos de aprendizaje requieren de distintas estrategias e instrumentos de evaluación a continuación se plantearán algunas de las estrategias que se utilizan en cada uno de los tipos de evaluación propuestos.

Evaluación del aprendizaje de contenidos declarativos

Evaluar la comprensión o asimilación significativa es mucho más difícil que el simple recuerdo de datos o hechos. La evaluación de los conceptos puede basarse en varios tipos de estrategias:

- Solicitar la definición intensiva de un concepto o principio, partiendo de las características y no de la definición de los libros, buscando ejemplos, añadiendo explicaciones, etc.
- Reconocer el significado de un concepto entre varios posibles.
- Trabajar con ejemplos. Solicitar que se propongan ejemplos ilustrativos, positivos o los categorice por su tipicidad.
- Relacionar los conceptos con otros de mayor o menor complejidad (clasificación, organización, jerarquización) por medio de recursos gráficos (mapas conceptuales, diagramas).
- Emplear la exposición temática.
- Aplicar los conceptos a tareas de solución de problemas.

Para la evaluación del aprendizaje de contenidos declarativos, lo que se requiere es seguir una aproximación cualitativa, porque se trabaja esencialmente sobre cómo interpreta el concepto, o cómo se usa en explicaciones y aplicaciones. La asimilación de un concepto o principio no está sujeto a la ley del “todo o nada” como en el caso de un hecho o dato; esto es una cuestión de grado, por lo que hay que tener definidos claramente los criterios que permitan la valoración cualitativa, los cuales diferirán en función de lo que queramos enfatizar en su aprendizaje o evaluación.

Evaluación del aprendizaje de contenidos procedimentales

Los procedimientos no deben evaluarse como acontecimientos memorísticos. La evaluación que solicite que los alumnos “reciten” los pasos de un determinado procedimiento están valorando una parte muy limitada del mismo.

Debe evaluarse la significatividad de los aprendizajes. Dos cuestiones esenciales en este sentido, sobre todo para el caso de procedimientos no esencialmente algorítmicos, la funcionalidad y la flexibilidad.

Para lograr una valoración integral de los procedimientos, pueden contemplarse las siguientes dimensiones:

- La adquisición de la información sobre el procedimiento.
 - Evaluación indirecta por observación.
 - Solicitar a los alumnos directamente que nombren los pasos del procedimiento.
 - Solicitar a los alumnos directamente que se refieran a las reglas que rigen el procedimiento o a las condiciones principales que hay que atender para su ejecución
 - Solicitar que los alumnos expliquen a otros el procedimiento.
- El uso o conocimiento y el grado de comprensión de los pasos involucrados en el procedimiento.

- La composición y organización de las operaciones que forman el procedimiento.
- El grado de automaticidad de la ejecución.
- Saber hacer un uso generalizado o discriminado del procedimiento.
- El sentido otorgado al procedimiento.
 - Observación y seguimiento directo de la ejecución del procedimiento.
 - Observación y análisis de los productos logrados gracias a la aplicación de los procedimientos.

Evaluación del aprendizaje de contenidos actitudinales

Se sabe que la evaluación de las actitudes y los valores es menos común que la de los contenidos declarativos y procedimentales. Una razón de ello radica en la gran complejidad que tiene la evaluación de este tipo de contenidos curriculares.

En la medida en que la evaluación de las actitudes y los valores se haga una práctica común dentro de las aulas, los mismos alumnos comenzaran a reconocer que este tipo de contenidos son tan relevantes o más que los otros en los escenarios escolares y, al mismo tiempo, se percataran de que ellos también se encuentran realizando una serie de aprendizajes actitudinales y valorativos cruciales para su proceso de desarrollo personal y social.

Bolívar (1995) ha propuesto una clasificación de técnicas e instrumentos para la evaluación de este tipo de contenidos, que aquí simplemente se enunciarán, a saber:

- Uso de la observación directa.
 - Registro anecdótico.
 - Rúbricas, listas de control, escalas de observación.
 - Diarios de clase.
 - Triangulación (con otros profesores).
- Cuestionarios e instrumentos de autoinforme
 - Escalas de actitudes.
 - Escalas de valores.
- El análisis del discurso y la solución de problemas.
 - Entrevistas
 - Intercambios orales incidentales, debates en clase, etc.
 - Solicitud de redacciones sobre temas elegidos.
 - Técnica del role playing.
 - Tareas de clasificación de valores.
 - Resolución de dilemas morales.

- Contar historias vividas.

Dada la complejidad de la evaluación de las actitudes y los valores, es altamente recomendable que se apliquen varias técnicas de manera simultánea, lo cual puede exigir un alto costo en tiempo y preparación. Realizar la evaluación entre la “intuición y la instrumentación” ayuda a solventar un poco el problema mencionado.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La aplicación de la unidad didáctica conlleva una profunda reflexión acerca de los objetivos de la educación, reflexión que deje a un lado la simple instrucción y centre su labor en la formación integral del ser. Este es uno de los objetivos de la unidad y por lo tanto el no pensarlo de esta manera llevará a una no aplicación o a una aplicación alejada del espíritu en que fue construida.

El docente debe tomar esta unidad didáctica como un modelo sobre el cual trabajar, es decir, que partiendo del mismo recurso (un cuadro), cada docente debe rediseñar y crear su propia unidad.

Se pueden encontrar dificultades al intentar aplicar esta unidad didáctica en el aula. Estas dificultades pueden estar centradas en los materiales con que se cuenta en la implementación inicial, la distribución del tiempo dedicado a la geometría en el calendario escolar y la cantidad de alumnos por aula. Sin embargo la metodología de trabajo en grupos cooperativos, la utilización de recursos más sencillos y asequibles (cartulina, papel periódico, colores, marcadores y fotocopias ampliadas de las pinturas) y la convicción de que la geometría es un contenido curricular primordial que se debe rescatar en el trabajo en el aula de matemáticas, pueden convertirse en herramientas poderosas que motiven y ayuden a los profesores a llevar al aula esta propuesta como mediador del aprendizaje significativo en los alumnos.

Hay algunos aspectos claves a tener en cuenta en la aplicación de la unidad y que se deben resaltar:

El contexto, la situación creada permite que los contenidos matemáticos vayan más allá del aprendizaje de los mismos, se debe tener esto en cuenta para evitar que se diluya el objetivo propuesto. El docente debe tener claro el objetivo de la unidad desde su integralidad para poder graduar la movilidad por los diferentes aspectos tratados.

Contenidos geométricos, hay que buscar la relación de los términos geométricos que se están trabajando con la realidad tridimensional que se vive. Esto permite una comprensión de la aplicabilidad de estos contenidos y permitirá un avance en la significatividad que el estudiante le pueda dar a lo trabajado.

Interdisciplinarietà, buscar el enfoque globalizador de la situación y ser consciente que en este tipo de situaciones didácticas es posible que los alumnos puedan aprender simultáneamente distintos pensamientos del área de matemáticas y distintos aspectos de diferentes áreas. Esto permite que, aunque el tiempo de la aplicación sea largo, se avance en otros contenidos, por lo cual en realidad se avanza de mejor manera que trabajando por temas.

Metodología, se deben alternar actividades de conversación y dialogo con actividades que requieran que los niños estén activos físicamente, además de mentalmente (estampar, expresarse corporalmente, recortar, agrupar y clasificar, crear una producción plástica propia, etc.), no se debe perder la objetividad, se debe comprender que los alumnos que se tienen aún son niños y que su cuerpo pide movilidad a todo momento, por lo que la educación debe intentar también educar esta parte sin que la quietud absoluta sea la esencia de la actividad del aula.

Actitudes hacia las matemáticas, relacionar una materia que tradicionalmente se le ha considerado árida, y que en la aplicación la mayoría de veces lo es, abstracta y formal con estados emocionales agradables, emotivos y estéticos.

Para el trabajo con la diversidad es importante que el trabajo colaborativo y en equipos tenga como base la conformación de equipos heterogéneos, donde los estudiantes puedan encontrar diferentes niveles en cada una de las dimensiones de manera que se permitan aprendizajes en cada una de ellas producto de los avances individuales, los conflictos cognitivos, la visión de otras habilidades y el modelamiento de actitudes positivas.

BIBLIOGRAFIA

COUSO, Digna. BADILLO, Edelmira. PERAFAN E., Gerardo Andrés. ADURIZ-BRAVO, Agustín. Unidades Didácticas en Ciencias y Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá., 2005.

DIAZ-BARRIGA ARCEO, Frida. HERNÁNDEZ ROJAS, Gerardo. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. Editorial McGraw-Hill. México, 2002.

CATSI GERAS, Eleonora. Las Cartas Matemáticas (artículo de Internet). (Consulta: 23 de junio de 2007). Disponible en: www.fing.edu.uy/~eleonora/dvi/CARTAS_MATEMATICAS6.doc

FEUERSTEIN, Reuven. Fichas Modificabilidad Estructural Cognitiva. Procesos de Pensamiento. Documentos de clase.

PRIMERA, Eugenia. La Historia de Cerito (artículo de Internet). (Consulta: 15 de julio de 2007). Disponible en: <http://profesoraeugenia.blogspot.com/2006/06/mi-primer-cuento-infantil.html>

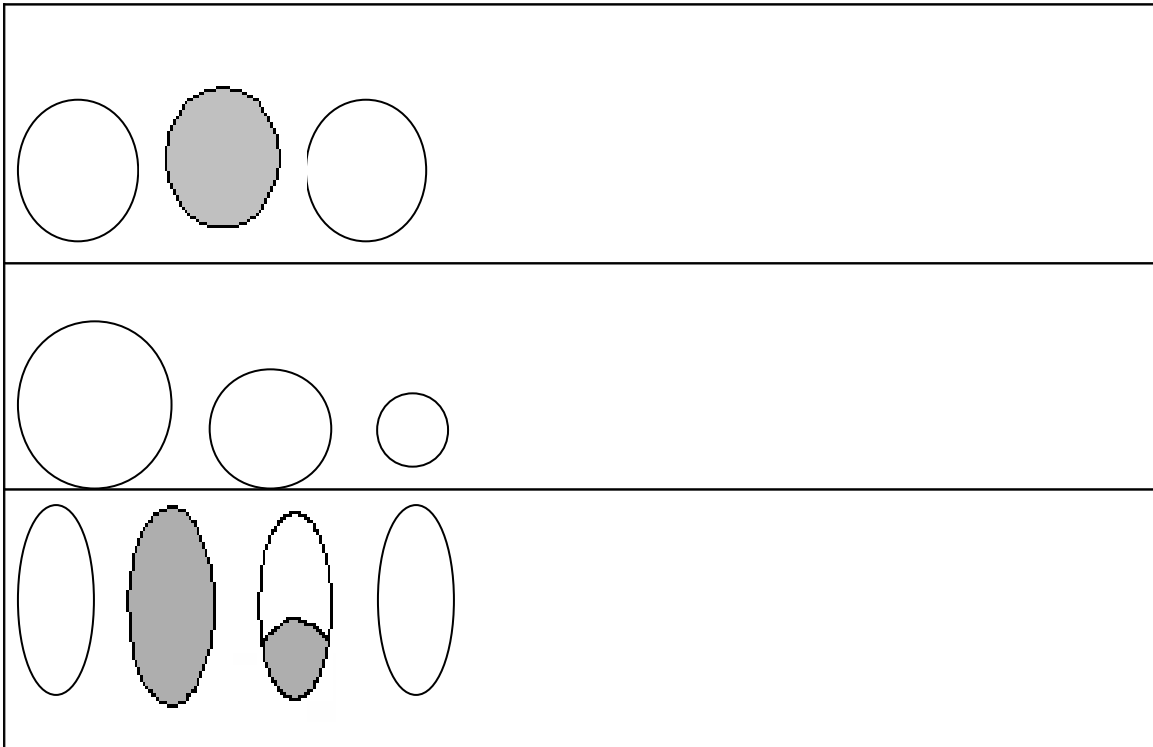
ANEXOS

ANEXO 1

Categoría: Progresiones Numéricas

Problema: Seriación

Actividad: Continúa el ejercicio según el modelo

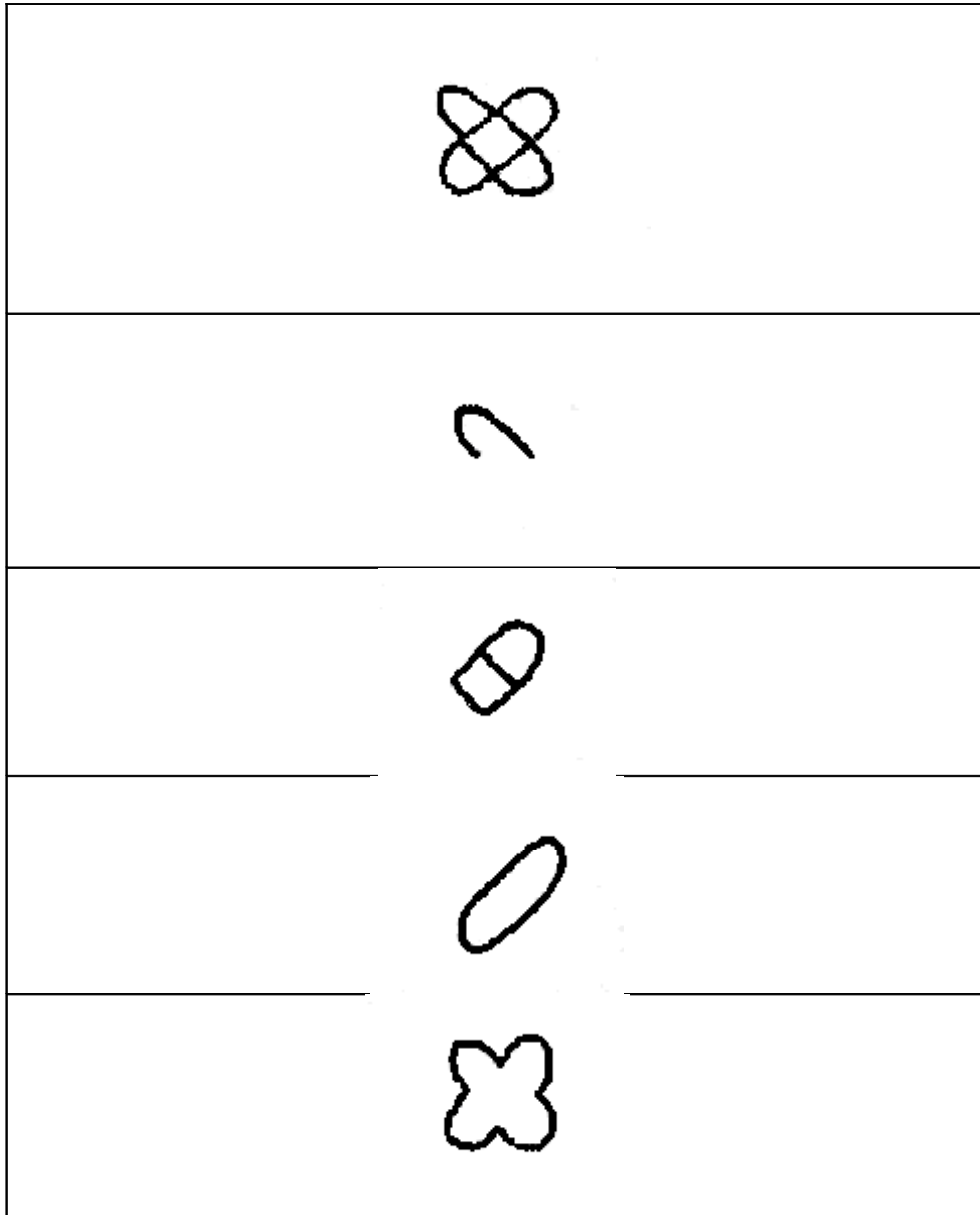


ANEXO 2

Categoría: Análisis Perceptual

Problema: Completación de figuras

Actividad: Completa la figura igual al modelo.

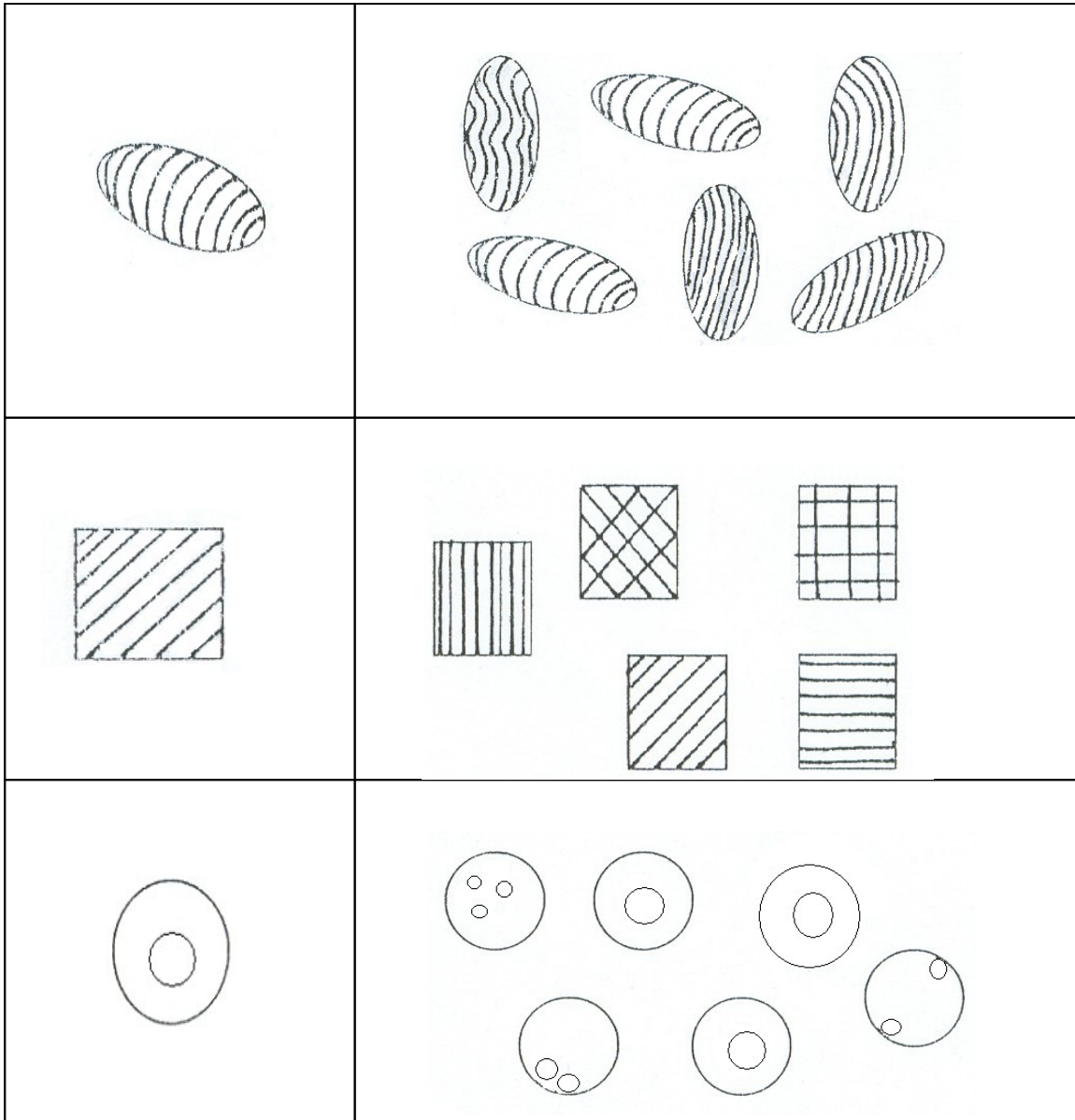


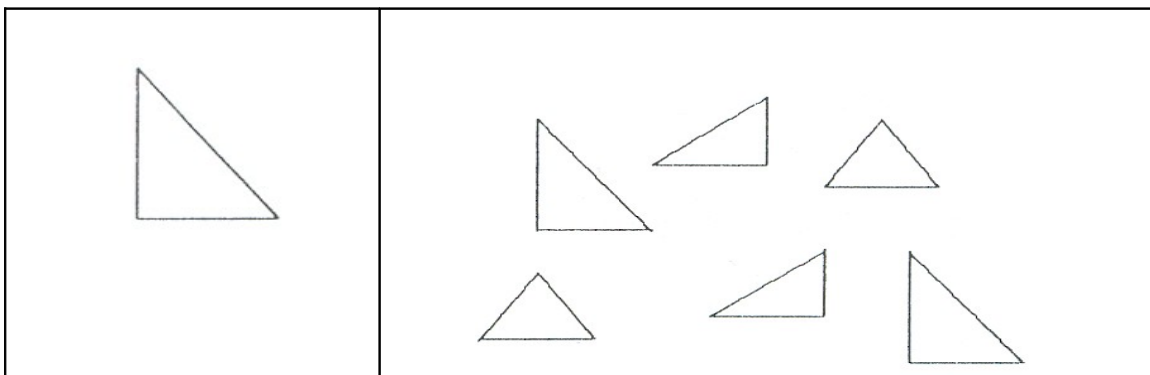
ANEXO 3

Categoría: Comparaciones

Problema: Reconocimiento de similitudes.

Actividad: Señalar con un color las figuras iguales al modelo.



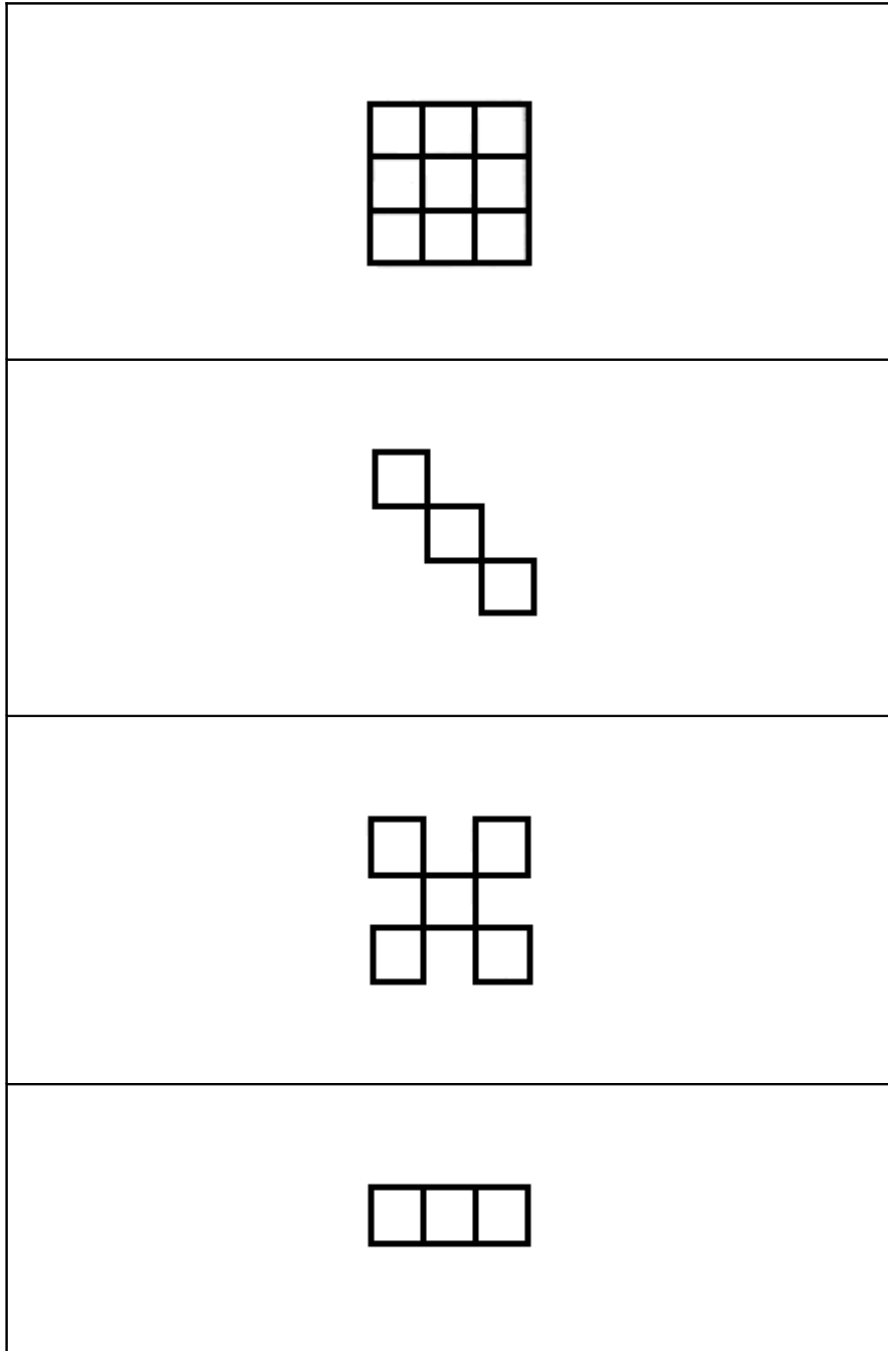


ANEXO 4

Categoría: Análisis Perceptual.

Problema: Completación de figuras.

Actividad: Completa la figura igual al modelo.

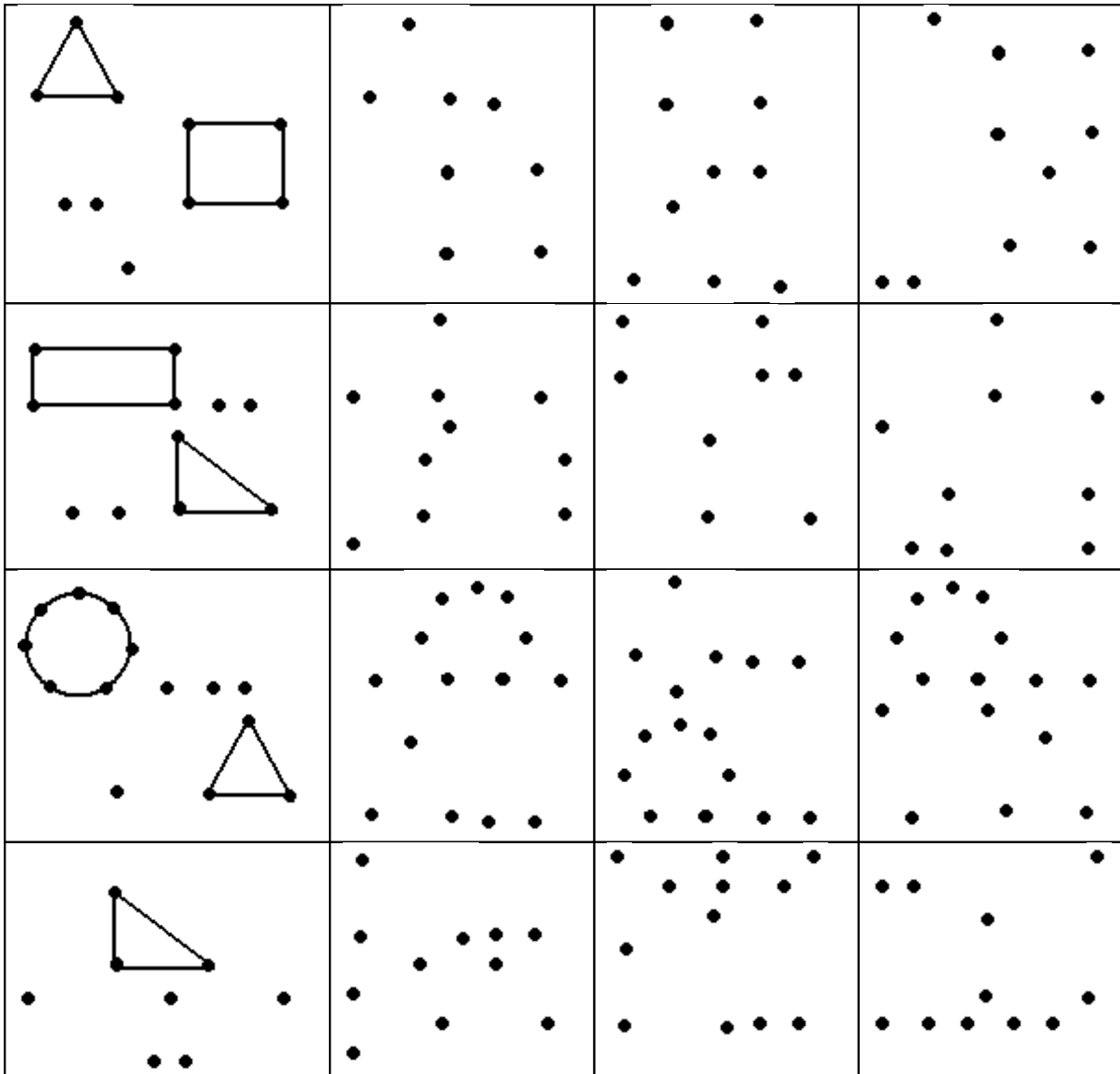


ANEXO 5

Categoría: Orientación espacial.

Problema: Organización de puntos.

Actividad: Con lápices de colores une los puntos para formar las figuras modelo.



ANEXO 6

Categoría: Orientación espacial.

Problema: Organización de puntos.

Actividad: Con lápices de colores une los puntos para formar las figuras modelo.

