

## MODELIZACIÓN MATEMÁTICA. UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES SECUNDARIOS

Erich Leighton Vallejos  
erichleighton@gmail.com

Universidad del Bío-Bío / Universidad San Sebastián. Chile

Tema: La Resolución de Problemas como Herramienta para la Modelización Matemática.

Modalidad: Comunicación Breve

Nivel educativo: Medio

Palabras clave: Modelización Matemática, Educación Secundaria, Resolución de Problemas.

### **Resumen**

*Estudios manifiestan que se hace necesario un trabajo matemático de aula basado en aplicaciones como una forma de desarrollar capacidades de comprensión de conceptos, análisis y formación transversal (Gómez & Fortuny, 2002; Aravena & Giménez, 2002; Aravena & Caamaño, 2007). Así también el informe PISA 2009 hace referencia a la necesidad de desarrollar competencias matemáticas como: modelar, plantear y resolver problemas, representar y usar lenguaje simbólico.*

*En este trabajo se dan a conocer algunos resultados de un trabajo con estudiantes secundarios en la asignatura de matemática. El proceso de trabajo de la actividad matemática se sitúa en la modelización matemática que permite articular las secuencias de clases llevadas a cabo con los estudiantes.*

### **I. Introducción.**

La Educación chilena atraviesa por un problema que tiene relación con la falta de articulación en la enseñanza de la matemática con otras áreas del conocimiento. Lo que implica que los estudiantes no comprenden la utilidad que posee la matemática en su proceso de formación y la trascendencia que tiene ésta para desenvolverse en un sociedad que requiere de la matemática (Aravena & Caamaño, 2007).

Esta problemática se encuentra arraigada en todos los niveles de enseñanza, sobretodo en la secundaria y universitaria. En enseñanza secundaria los investigadores afirman que la enseñanza de la matemática no se entrega con visión de futuro, tampoco fomenta la cultura y la ciencia; reduciéndose la matemática al uso de algoritmos y a la no comprensión del rol de ella en la sociedad (Aravena & Caamaño, 2007).

Durante estos últimos años, la Didáctica de la Matemática ha tratado de enfrentar esta problemática, con el fin de revertir esta situación, y ha enfatizado el uso de actividades basadas en la modelización matemática; tomando situaciones reales los estudiantes reconocen la necesidad del uso de la matemática para dar solución a la problemática, transformándose en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y

deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos. (Aravena & Giménez, 2002).

Varios autores promueven el trabajo matemático basado en aplicaciones como una forma de desarrollar capacidades de resolución de problemas, comprensión de conceptos, desarrollo de capacidades de formación transversal como la creatividad, el trabajo individual y en equipo y la capacidad de análisis de situaciones; todas ellas de gran importancia a adquirir por los estudiantes, puesto que son competencias necesarias que la sociedad y el mundo laboral de hoy exige a la hora de contribuir en la resolución de problemas relevantes de la humanidad cada vez más matematizada (Gómez & Fortuny, 2002; Aravena y Giménez; 2002; Aravena & Caamaño, 2007).

A partir de lo señalado anteriormente, estas observaciones llevan a reflexionar sobre la necesidad de analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra desde el trabajo matemático del aula y además desarrollar actividades basadas en las aplicaciones. Para ello se propone introducir acciones en las que los estudiantes hagan uso de la modelización matemática para así obtener respuestas que den solución a las problemáticas con las que se encuentran en su contexto. Para ello se elaborará una propuesta que integre lo algebraico, geométrico y analítico en aplicaciones de la función lineal y cuadrática con estudiantes de último año de secundaria de un establecimiento de educación particular subvencionada de la ciudad de Chillán y que los introduzca en el trabajo del modelaje de situaciones reales, atendiendo a temas que tengan relación con su futuro académico a través de los talleres y actividades que desafíen su aprendizaje.

## **II. Marco Teórico.**

### **2.1. Modelización Matemática. Antecedentes.**

Las aplicaciones y el modelaje matemático constituyen una forma de motivación e ilusión de los alumnos y alumnas. Se dota de sentido a los temas estudiados. Es así como el modelaje es una componente cultural, proporciona conocimientos que usualmente no se encuentran en los currículos de matemática, constituye una forma de aprendizaje significativo que plantea la construcción en contraposición de la memorización, además se considera como una forma de reconocer estructuras. (Gómez & Fortuny, 2002). También, las aplicaciones en matemática y la modelización pueden ser encarados como dos medios adecuados para conseguir un desarrollo de competencias generales en los alumnos y alumnas, como medida que permitiría estimular el interés por el descubrimiento, la creatividad y la confianza en sus propias actividades y recursos (Giménez, 2002).

En la actualidad, en la enseñanza en general, se observa una falta de aplicaciones y un excesivo formalismo en los currículos de matemáticas. En este contexto destaca la insatisfacción en la enseñanza tradicional mostrada por los estudiantes y una desmotivación hacia las áreas de matemáticas. Rey Pastor afirma que La ausencia de aplicaciones nos hace incapaces de inspirar amor a esta ciencia (Gómez & Fortuny, 2002). Además, la forma de articular los temas con otras áreas del conocimiento e incluso con la matemática; es decir, una clara desconexión con el mundo real, se percibe como uno de los grandes problemas de la educación secundaria en Chile (Aravena & Caamaño, 2007).

Morten Blomhøj (2004) agrega que la modelización matemática se entiende una práctica de enseñanza en la que existe una relación entre el mundo real y la matemática, todo esto dentro del centro de la enseñanza y aprendizaje. La modelización permite ayudar a los estudiantes para que funden raíces cognitivas para así construir conceptos matemáticos; además de ello, desarrollar competencias como el análisis, la crítica del proceso de modelización y el posible uso de algún modelo en particular.

Hoy en día el término modelización, también fomentado por la OCDE en el año 2003, haciendo hincapié al desarrollo de la competencia modeladora, como una herramienta básica de cualquier ciudadano; posee dos grandes líneas. La primera de ellas está orientada en la búsqueda de sistemas de modelización y de aplicaciones de la matemática, es decir, introducir al alumno en un proceso de modelización para la adquisición del nuevo conocimiento matemático. Y la segunda línea, orientada a gestionar los sistemas y aplicaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje; tal como plantea Blum & Niss (1991) y que Bosch y otros (2006), lo sintetiza de la siguiente manera:

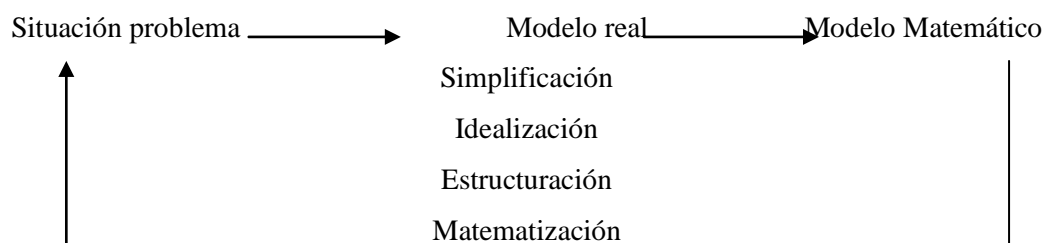


Figura 1: Ciclo de la modelización (Blum & Niss, 1991; citado por Bosch et al., 2006).

Debido a lo anterior, Gómez & Fortuny (2002) plantea la metodología docente de la modelización y se resume en el siguiente cuadro:

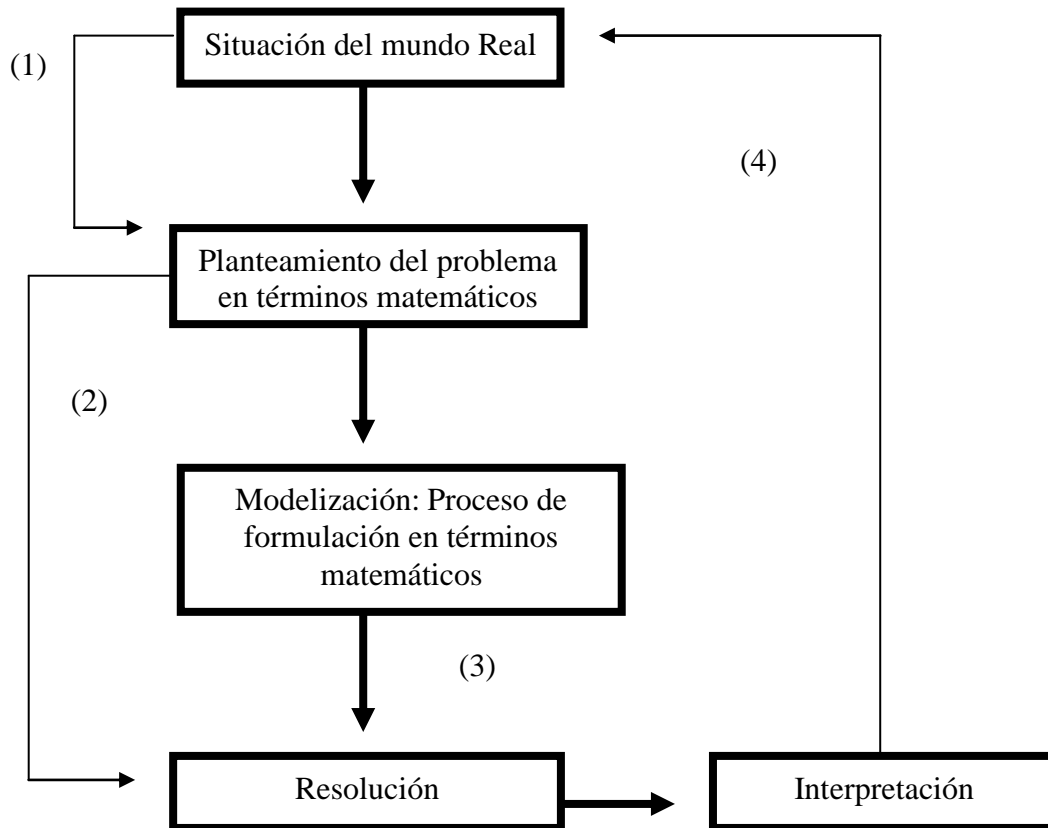
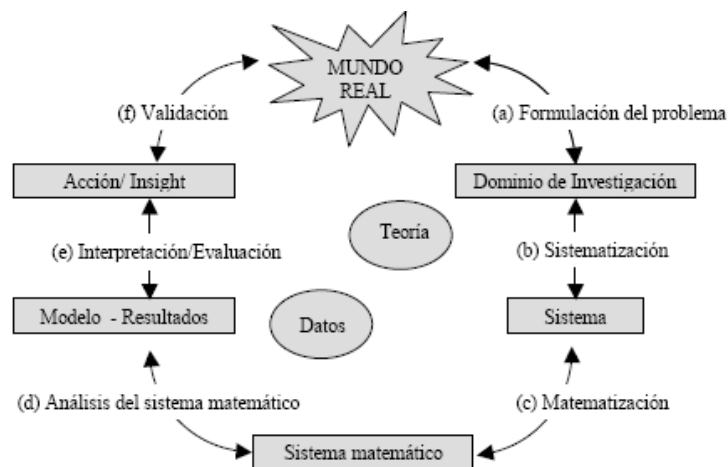


Figura 2: Organigrama del proceso de modelización. (Gómez & Fortuny, 2002).

Blomhøj y Højgaard (2003) Citado por Morten Blomhøj (2004), afirman que para usar y crear un modelo matemático se debe atravesar por un proceso de modelización, este no necesariamente debe ser lineal, pero sí como un proceso cíclico, en donde las reflexiones sobre el modelo y su intención de uso llevan a una redefinición de éste. El proceso consiste en los siguientes seis sub-procesos:



## 2.2. Capacidades desarrolladas usando modelización matemática

Según Giménez (2002) la modelización matemática implica una mejor formación matemática y una mejor formación profesional. En efecto, el trabajo con la modelización lleva implícita:

- La capacidad para resolver problemas reales con una actitud crítica.
- Una comprensión más amplia de la aplicabilidad de los conceptos.
- El desarrollo de la creatividad y el descubrimiento.
- La capacidad para integrar los conceptos.
- La capacidad para apreciar el poder de la matemática.

Es así entonces, como el alumnado reconoce diversas situaciones, distantes en la vida real, pero con el mismo modelo matemático de denominador común. El modelaje proporciona una visión diferente e integradora de las matemáticas. (Gómez & Fortuny, 2002).

Blomhøj (2004) afirma que la modelización se justifica como un elemento de la enseñanza de la matemática, puesto que:

- Tiende puentes entre la experiencia vivida de los estudiantes y la matemática.
- Favorece el desarrollo de competencias tecnológicas para analizar, establecer y criticar modelos matemáticos.
- Favorece el desarrollo de competencias expertas y seculares.
- Produce motivación en los estudiantes a la hora de trabajar con situaciones relevantes y reales.
- Se crea un soporte para la construcción de significados a través de los contextos construidos.
- Las actividades de modelización crean raíces cognitivas sólidas para la construcción de conceptos matemáticos.

## III. Enfoque y Diseño de la Investigación.

**3.1. Enfoque de la investigación:** Este trabajo tendrá un enfoque cualitativo para analizar el progreso de aprendizaje de los estudiantes utilizando el modelado de situaciones mediante las actividades de aula.

**3.2. Contexto y Participantes:** Los participantes investigados están constituidos por 13 estudiantes de último año de educación secundaria pertenecientes a un curso electivo de matemática de un colegio particular subvencionado de la ciudad de Chillán con expectativas de continuar estudios en diversas áreas de la ingeniería.

**3.3 Técnica de Recogida de Datos:** Para esta investigación se hará uso del muestreo intencional de tipo opinático, debido a la disponibilidad del investigador y la factibilidad del recogimiento de la información. La información se recabará desde lo que reporten las rúbricas en los distintos trabajos realizados por los estudiantes.

**3.4. Procedimiento y Plan de Análisis:** A través de sesiones de 2 horas y 15 minutos semanales se realizó un análisis interpretativo del trabajo realizado con los estudiantes en el ámbito de las funciones lineales y cuadráticas a través de rúbricas que permitieron categorizar sus aprendizajes. Teniendo 3 sesiones para cada ámbito y una sesión dedicada a la retroalimentación. El trabajo realizado por los estudiantes contempló actividades individuales, grupales y también la exposición de los resultados, procedimientos y conclusiones de las actividades a los que eran invitados a trabajar. Las rúbricas se desarrollaron en relación con cada sesión en que se trabajó (ver anexo)

**3.4.1. El inicio del trabajo:** Los estudiantes en la primera sesión circularon por un proceso de retroalimentación de funciones como actividad inicial haciendo referencia desde su definición, propiedades básicas, comportamientos en el plano cartesiano, dominio, recorrido, función par e impar.

**3.4.2. El desarrollo del trabajo:** Desde la segunda a la cuarta sesión los estudiantes fueron sometidos a situaciones de modelización matemática con funciones lineales y desde la quinta a la séptima sesión a situaciones con función cuadrática.

Los estudiantes desde la segunda sesión fueron sometidos a situaciones de modelización matemática con función lineal. Al inicio de la clase se les presentó el siguiente problema:

**2.) Una Nueva Construcción**

La siguiente tabla muestra el valor B, en millones de dólares, de una nueva construcción puesta en un lugar de Chile durante el año t.

t = año	B = valor (en millones de dólares)
1993	533,3
1996	570,2
1999	665,2
2002	704,7

Los estudiantes reaccionaron de variadas maneras, algunos de ellos con cierto grado de frustración al no poder responder las preguntas o saber qué herramientas usar, la gran mayoría trató de hacer cálculos aritméticos para encontrar cierta regularidad y predecir el comportamiento y finalmente otros (la menor parte de ellos) se dedicaron a usar herramientas desde la función lineal para dar respuesta. Las mayores dificultades se encontraron en: la distinción entre variable independiente y dependiente y por

consiguiente la elaboración de una gráfica; y la elaboración de un modelo que permitiera predecir este fenómeno. Antes de finalizar la primera sesión se desarrollaron los problemas en la pizarra con los aportes de los propios estudiantes.

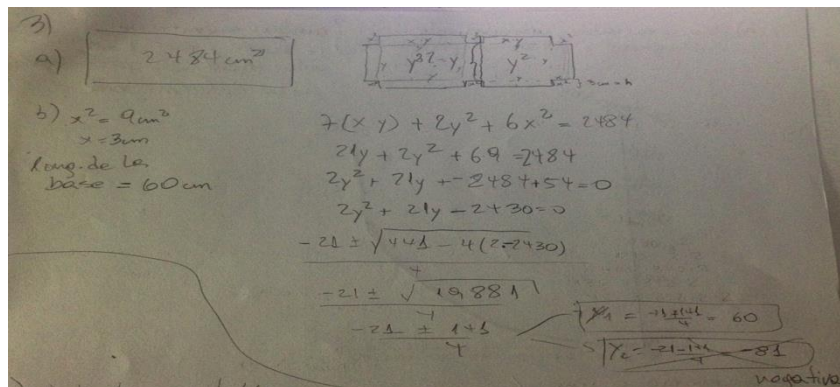
Luego este trabajo se centró en la función cuadrática, exponiendo a los estudiantes diversas situaciones de modelización matemática, un ejemplo de problema es el siguiente:

**3.) Construyendo cajas para repartir pizzas.**

Se desea construir una caja para pizzas, de base cuadrada y 3 cm. de altura. Para esto se utilizará una lámina rectangular de cartón de  $2484 \text{ cm}^2$ , a la que sólo se le cortará cuadrados iguales en las esquinas y en sus secciones medias, doblando las partes restantes.

- a) Diseña un esquema de la caja sin armar.
- b) Determina la longitud del lado de la base de la caja.
- c) Explica dos métodos para encontrar el valor de la base y justifica.

En esta parte del proceso los estudiantes tenían mayor "madurez" en el trabajo con modelización matemática, por lo tanto sus aportes y respuestas fueron más acertadas en comparación con el inicio de la actividad. Se encontraron respuestas como la siguiente:



Los estudiantes en esta etapa del proceso tienden a visualizar las situaciones a través de dibujos o gráficos y complementan este trabajo con el álgebra. Cuestionan las soluciones de una raíz, interpretan los datos y realizan predicciones, sin embargo aún les es difícil justificar o argumentar el uso de sus métodos.

**IV. Resultados y Conclusiones.**

Los resultados que se obtenían en cada sesión daban evidencia de que el trabajo matemático de aula basado en modelización matemática aportaba al sentido de utilidad de esta disciplina. Sumado a eso, en el desarrollo de las sesiones se dio la oportunidad de regularizar errores y dificultades que los estudiantes arrastraron desde los primeros años de educación secundaria.

Por otro lado, y en concordancia con lo que plantea Gómez (2002), se visualizó en los estudiantes una mayor comprensión en la aplicación de conceptos, se desarrolló la creatividad y el descubrimiento, la capacidad de integrar conceptos y de apreciar el

poder de la matemática. Así también se desarrolló la habilidad de comunicar resultados y de validar estos mismos y de integrar conocimientos al enfrentarse a situación de la realidad.

Es necesario destacar también que los estudiantes se sentían a gusto en cada sesión cuando se veían enfrentados a la resolución de los problemas planteados, la participación y entusiasmo de ellos fue primordial a la hora del trabajo en el aula.

## V. Referencias bibliográficas

- Aravena, M. & Caamaño, C. (2007). Modelización Matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos XXXIII*, 2, 7-25.
- Aravena, M. & Giménez, J. (2002). Evaluación de procesos de modelización polinómica mediante proyectos. *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*, 31, 44-56.
- Bosch, M., García, F., Gascón, J. & Ruiz, L. (2006). La Modelización Matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, 18, 37-74.
- Connally, E., Hughes-Hallet, D., Gleason, A, Et al. (2004). *Functions Modeling Change: A preparation for Calculus. Second Edition.* Editorial Wiley.
- Gómez, J. & Fortuny, J. (2002). Contribución al estudio de los procesos de modelización en la enseñanza de las matemáticas en escuelas universitarias. *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*, 31, 7-23.
- Gómez, J. & Fortuny, J. (2002). Contribución al estudio de los procesos de modelización en la enseñanza de las matemáticas en escuelas universitarias. *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*, 31, 7-23.