REFLEXIONES DIDACTICAS A PARTIR DE LA PRODUCCION, IMPLEMENTACION Y ANALISIS DE SECUENCIAS DIDACTICAS

Elena Beatriz Guzmán Mattje – María Inés Montagnini
beatriz_guzmanmattje@yahoo.com.ar - minesmon@gmail.com
Escuela de Enseñanza Técnica N° 8 "J. B. Alberdi" - Argentina

Tema: IV.2 - Formación y Actualización del Profesorado
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Modalidad: CB
Palabras clave: Secuencias Didácticas - Gestión docente – Rol del alumno.

Resumen:

En un proyecto que reunió profesores de matemática de una escuela de la provincia de Buenos Aires, se promovía repensar colectivamente la propia práctica a partir de un proceso que incluyó el diseño de experiencias, su puesta en aula y el análisis de las mismas desde lo observado.

El presente trabajo destaca algunas de las reflexiones que dicho proceso provocó en parte del grupo de profesores que participó del proyecto.

Las reflexiones se organizan en cuatro ejes:

- *El diseño de secuencias didácticas: los números como verdaderos partícipes del contenido a enseñar-aprender; análisis de gráficos y tablas como soporte para estudiar nuevas relaciones entre variables.*
- *Las intervenciones y gestión del docente; análisis del tipo de preguntas que se proponen a los estudiantes; coherencia y pertinencia al secuenciar actividades.*
- *Rol del alumno, protagonista en la construcción del conocimiento. La carpeta como un instrumento de estudio y valoración del espacio colectivo en este proceso.*
- *El trabajo colectivo de los docentes como constructor y sostén de la tarea cotidiana en las aulas.*

Introducción:

En la Escuela de Enseñanza Técnica N° 8 de La Plata, donde nos desempeñamos como docentes, se generó un grupo de trabajo – al cual estaban invitados todos los profesores de matemática del colegio – para pensar colectivamente en la enseñanza de matemática en nuestra institución, a través de un Programa de la Fundación YPF. Las coordinadoras que dirigieron este proyecto fueron: Patricia Sadosky, Carmen Sessa, Gema Fioritti y la tutora, Valeria Borsani. Éste, fomentaba un cambio en la concepción de la capacitación de los docentes pues alentaba a que se diseñaran experiencias, se pusieran en aula, se analizara lo ocurrido en las clases y se reformularan en base a esas observaciones. Esto nos permitió estudiar nuestras prácticas y reflexionar sobre ellas.

El presente trabajo intenta mostrar y expresar parte de estas reflexiones que se establecieron a partir de esos análisis y reformulaciones.

Desarrollo:

En el año 2011 elaboramos una secuencia didáctica para introducir a los estudiantes la ***noción de derivadas*** a través de una modalidad grupal. La misma estuvo formada por problemas que fueron producidos, analizados y acordados por un grupo de docentes que participamos del proyecto. Durante 2012, comenzamos a trabajar también con ***Función Lineal***, por dos razones fundamentales. Primero porque se incorporan profesores de primer ciclo con la necesidad de desarrollar una propuesta para llevar a sus aulas, pero por sobre todo porque queríamos que los alumnos encontraran herramientas y/o estrategias para luego redescubrirlas y potenciarlas, al aprender/enfrentar el tema ***Derivadas***.

La experiencia ha resultado motivadora en el sentido que nos ha permitido descubrir cuestiones sobre nuestra labor docente que van más allá de las Derivadas y de la Función Lineal, y son las que queremos compartir.

Algunos temas que logramos rescatar y apreciar los organizamos en cuatro ejes:

El diseño de secuencias didácticas

Al producir las secuencias didácticas analizamos diferentes tablas que se les podían presentar a los alumnos, en particular los datos que en ellas se representaban, o números que éstas contenían. La elección especial de algunos números en ciertos ejercicios favorecían la estrategia de comparación por sobre la estrategia de aplicación de fórmulas. Veamos el siguiente ejemplo para ampliar esta idea:

Ejemplo: (Fragmento del ejercicio 1 de la secuencia de Derivadas)

Tiempo (seg) (desde la salida)	Distancia recorrida desde la Salida (m)
0	0
22	100
48	200
104	400
224	800
344	1153
362	1200

a) ¿En qué intervalo de tiempo corre más rápido: en [0, 22] o en [22, 48]?

b) ¿En qué intervalo de tiempo corre más rápido: en [22, 48] o en [48, 104]?

c) ¿En qué intervalo de tiempo corre más rápido: en [48, 104] o en [104, 224]?

d) Ídem: en [104, 224] o en [224, 344]?

e) Ídem: en [224, 344] o en [344, 362]?

En este ejercicio proponemos relacionar las magnitudes espacio recorrido y el tiempo, ya que las consideramos como “cercanas” a los alumnos en base a sus experiencias previas, ideas intuitivas y conocimientos físicos. Con estos conocimientos podíamos "soportar" las nuevas nociones de velocidad media y de velocidad instantánea.

Para ello pensamos que en este primer punto de la actividad podrían hacer comparaciones, sin la necesidad de emplear fórmulas. Teníamos como hipótesis que los estudiantes "saben aplicar" la fórmula de velocidad pero que no comprenden las relaciones matemáticas que hay implícitas en ella; por eso propusimos una actividad que permitiera desplegar otras estrategias que explicitaran estas relaciones.

El inciso a, por ejemplo, puede hacerse comparando solo los tiempos porque las distancias recorridas son las mismas. En los incisos b y c, la comparación puede hacerse sin el uso de la "regla de tres", la elección de los números favorecen el despliegue de estrategias que ponen en juego relaciones de dobles o mitades.

En el inciso d, la comparación puede hacerse mirando solo el espacio recorrido pues los tiempos son de 120 en ambos casos. En el inciso e se hará por proporcionalidad, aunque la respuesta no es tan evidente para los chicos.

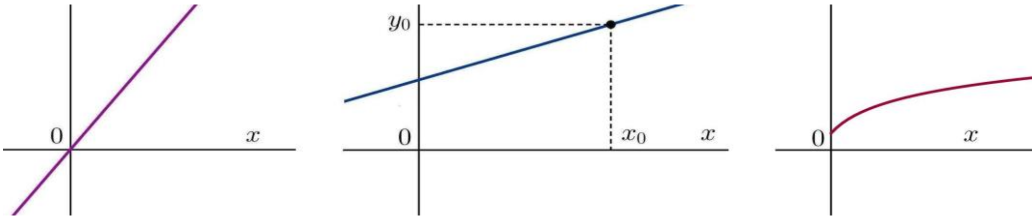
Si los números no fueran elegidos con cuidado, probablemente no surgirían estas relaciones y la dificultad de comparación obligaría a los alumnos a desplegar estrategias de cálculos con fórmulas o procedimientos que, en el caso de no ser recordados, les impediría la realización de la tarea. Si en ese "olvido" alguien (un docente o un par) les recuerda el método o fórmula, el problema se transforma en una seguidilla de cálculos. Esta elección conveniente de los números dispara pensamientos y relaciones diferentes.

Fue en este sentido que hemos valorado mucho más a **los números como una variable didáctica**, es decir como verdaderos partícipes del contenido a enseñar-aprender.

Muchas veces dentro de la selección de la secuencia didáctica encontramos actividades donde se suele proponer la tarea de "realizar el gráfico" o "leer la siguiente tabla" casi como una cuestión rutinaria. Creemos que se pueden proponer nuevas actividades donde los alumnos pongan en juego relaciones, lectura y análisis de las variaciones, encuentren las regularidades que existen y puedan estudiar la dependencia entre las variables. Lo que estamos reconociendo es valorar a las funciones por el tipo de variación y así emplear el **análisis de gráficos y tablas como soporte para estudiar nuevas relaciones entre variables.**

Ejemplo: El primer problema de la secuencia de función lineal (**ítem A del Anexo**), tenía como objetivo que los alumnos logren analizar las variaciones que se producían, construyendo ellos mismos una tabla con la información dada.

En el segundo problema (**ítem B del Anexo**) no sólo queríamos que los alumnos analizaran la tabla de valores dada, si no también decidimos presentar distintos gráficos para que ellos puedan estudiar la uniformidad de las variaciones y reconocer cuáles son los gráficos que representan este tipo de situaciones.



Las intervenciones y gestión del docente

Al llevar al aula las secuencias que habíamos elaborado, fuimos concientes que a veces, generadas por los docentes o extraídas de libros, existen preguntas que pretenden esclarecer ciertos temas, pero que en realidad los alumnos no saben cómo responder.

Por ello comenzamos a mirar críticamente y repensar la cantidad de veces que empleamos las preguntas: "¿Qué observa?", "¿Qué representa?", "¿Qué conclusión puede extraer?", "¿La conclusión se mantiene ahora?", y otras parecidas.

Estas preguntas, bien intencionadas, pretenden que los alumnos aprecien regularidades, extraigan conclusiones de gráficos, etc.

Sin embargo, a veces los alumnos no responden a *"¿Qué representa?"* porque no pueden interpretar qué queremos que respondan, sienten que están frente a una especie de adivinanza, con una respuesta correcta que se espera de ellos.

A las preguntas del tipo *"¿Qué observas?"* se les puede dar muchas respuestas, mientras que nosotros como docentes pretendemos que se observe algo específico.

A la pregunta *"¿Qué conclusión se puede sacar?"* esperamos una respuesta que iría enmarcada por tratarse de una especie de conclusión teórica, pero casi nunca se logra. En ese caso a veces el docente termina diciendo o induciendo la conclusión en cuyo caso la pregunta pierde el sentido de construcción con el que fue hecha.

En las secuencias planteadas los pedidos de comparaciones o de justificaciones generaron dudas o parecieron resultar un tanto ambiguas. Por ello creemos que las preguntas deberían apuntar concretamente a qué es lo que queremos que se observe o analice. Es conveniente que **analicemos la forma de preguntar.**

Ejemplo: (continuación del problema 1 de la secuencia de Derivadas)

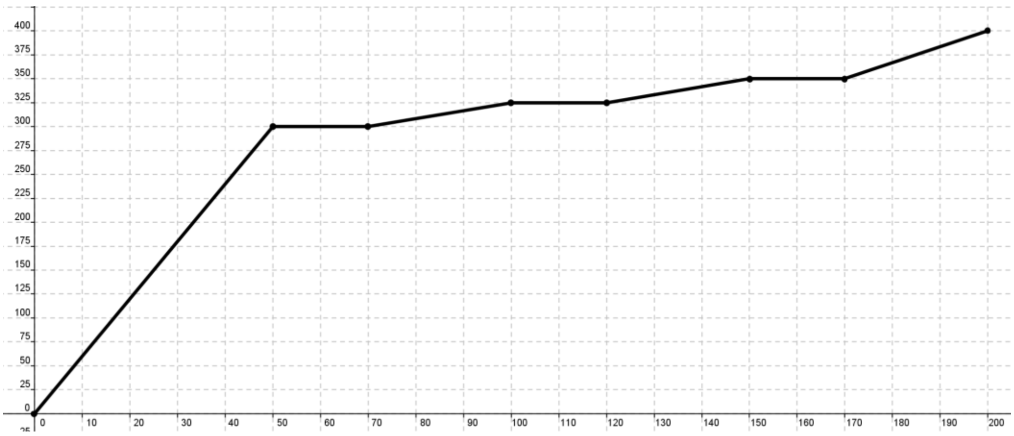
2.- ¿Cuál es la velocidad promedio del corredor en cada uno de los intervalos "estudiados"?.

3.- ¿Cuál es la velocidad media de toda la práctica del corredor?. Compara con el inciso 2, e intenta una justificación de los valores obtenidos.

La comparación entre la velocidad promedio de todo el intervalo con las cinco velocidades anteriores resultó confusa, entonces: ¿qué hay que comparar con qué? Además el pedido de justificar los valores obtenidos puede parecer ambiguo, se podrían dar respuestas de todo tipo; por ejemplo, en un curso sostenían como argumento: “el corredor se va cansando”.

Esto nos hizo repensar la forma o el modo en que preguntamos. De esta manera decidimos quitar el inciso 3, y reemplazarlo con otros problemas, como por ejemplo:

Juan Pablo fue controlado por una compañera que presentó el siguiente gráfico.



Hallar la velocidad de Juan Pablo en:

a) En el intervalo [0,50]   b) En el intervalo [0,70]   c) En el intervalo [50, 200]

Aquí se pretende discutir la diferencia entre la velocidad promedio y el promedio de las velocidades que probablemente se pondrá en evidencia entre los incisos a y b. En las discusiones del grupo analizamos cómo reformular la pregunta del ítem 3 del primer problema y concluimos que, para poder diferenciar ambas nociones, deberían ser notorias las diferencias entre unas y otras.

En las secuencias diseñadas y puestas en aula pudimos comprobar que a veces ciertas formulaciones fueron difíciles de comprender, por ello pensamos que debemos **tratar de asegurar la coherencia y pertinencia de la secuencia de actividades.**

Por ejemplo al pedir el cálculo de la velocidad instantánea en un problema donde no hay un móvil moviéndose algunos alumnos no tienen donde anclar el conocimiento.

Por ello, debimos reformular la secuencia agregando más problemas donde se movilice este concepto de velocidad instantánea. Esto nos hizo pensar: ¿cómo preguntar para movilizar las relaciones matemáticas que queremos que los chicos trabajen?

Atendiendo a la complejidad presentada durante la aplicación en 2011 decidimos incorporar en 2012 otros problemas que movilicen en este sentido las relaciones que queríamos trabajar. (**ítem C** del Anexo)

Cuando diseñamos una secuencia didáctica pretendemos que los chicos interactúen con actividades cercanas a ellos, que puedan abordar y "pelearse" con ella. Es decir, consideramos que es importante que **puedan hacer**.

¿Cómo pasar de un ejemplo concreto y cercano a las definiciones abstractas? Qué ejercicios o actividades añadir para que el pasaje sea menos traumático?.

¿Cómo entran en juego las definiciones y propiedades matemáticas sin que "perdamos" a nuestros estudiantes?. ¿Cómo ayudar a que esas producciones (a veces sencillas, caseras) avancen hacia un conocimiento más formalizado?

Este acercamiento sabemos que deberá ser de forma gradual y que requieren de tiempos diferentes para cada uno. Esta evolución será la que hará posible el logro de la conceptualización, abstracción y simbolización propias del pensamiento matemático. Es un gran desafío como docentes repensar nuestras prácticas para ir en esta dirección.

Rol del alumno, protagonista en la construcción del conocimiento

Muchas veces los alumnos hacen la carpeta porque lo dice el docente, porque será visada, corregida, firmada por las autoridades, etc. Es vista como un trámite burocrático y no como una necesidad. Además muchas veces es usada como el resumen de un libro: los grandes títulos, los grandes teoremas y propiedades....

Durante la experiencia con la secuencia de Derivadas pretendíamos que los alumnos realicen sus propias anotaciones pero manifestaron excesivas dudas acerca de "¿Qué anotar en la carpeta?".

Los docentes sabemos que permite revisitar aprendizajes o razonamientos. En ella quedan plasmados conocimientos tanto provisorios, como aquellos más formales, es decir en la carpeta deberían quedar aún las cosas que van aprendiendo aunque sean un tanto informales. Es necesario que el alumno comprenda que su trabajo es valioso aunque contenga errores, por lo que no debe proceder a desecharlo o borrarlo.

Como docentes podríamos sugerir que, a continuación de su producción, el alumno reescriba las conclusiones a las que se haya arribado en la puesta en común, o que enriquezca su resolución registrada en la carpeta con aquellos detalles que hayan estado presentes en la tarea colectiva y que estén ausentes en su trabajo personal.

Debemos proponer actividades que favorezcan a que el alumno se apropie de su carpeta y adquiera autonomía en poder distinguir lo más importante, lo menos importante.

Proponemos **repensar y valorar el rol de la "carpeta".** Organizar una secuencia didáctica donde cada avance teórico se reformule en los problemas anteriores, se revisiten resultados parciales previos y situaciones que hayan quedado planteadas.

Ejemplo: Cada avance teórico de la secuencia de Función lineal (Análisis de variaciones, Estudio de gráficos, y Fórmula), se reformulaba en los problemas anteriores favoreciendo la revalorización y apropiación de la carpeta como instrumento de estudio.

El objetivo del problema 1 (**ítem A** del Anexo,) fue que los alumnos logren analizar las variaciones que se producían. En el problema 2 (**ítem B** del Anexo,) además de estudiar las variaciones se analizaron en los gráficos. De esta manera empezaron a reconocer situaciones donde las variaciones son ***uniformes*** y se ven representadas por una recta.

Esto permitió volver al problema 1 y ver qué relación gráfica se podía proponer aquí. Como las variaciones también eran uniformes, la recta representaba bien el problema.

El problema 3 (**ítem D** en el Anexo) tuvo como objetivo concluir con la fórmula como producto del proceso de cálculo. Nuevamente, se analizaron las variaciones, se generó la tabla a partir de la variación, se analizó el gráfico que representaba la situación y nos preguntamos: ¿tendremos una manera, un método, una receta para poder relacionar las variables involucradas?

Se formularon las expresiones que corresponderían a los problemas 2 y 1. De esta forma se vieron las particularidades y las regularidades en cada problema, el significado de cada número y, como proceso de cálculo, surge la expresión genérica **y = m.x + b.**

Los problemas seleccionados y las decisiones tomadas permitieron construir nuevos conocimientos y actuaron como motores para que la formalización del los conceptos matemáticos involucrados sea progresiva.

Esta manera de plantear nuestra práctica, colaboró en **valorar el espacio colectivo de los alumnos en el aula en la construcción del conocimiento.**

Resulta muy enriquecedor compartir los distintos caminos de cálculo para una misma situación problemática, o las distintas estrategias de abordaje de un problema. Descartar entre todos las incorrectas, visualizando los por qué no, y quedarnos con las que son válidas; manifestando la importancia de elegir las que nos dan mayor seguridad y comprensión.

Ejemplo: El Problema 2 de la sec. didáctica de Función lineal. (**ítem B** del Anexo)

En este problema se generó un espacio de sociabilización de ideas donde analizamos todas las estrategias y verificamos cuáles se podían utilizar y cuáles no y por qué. En la resolución de esta situación problemática se utilizaron muchos caminos: la regla de tres, “cuando los Km varían en 7, tenemos una variación de $28”, la obtención del precio por kilómetro; la variación “cada 20 km, $160”; etc.

Los alumnos se sorprendieron al visualizar que hay varios caminos de cálculo para una misma situación problemática. Y además, un dato no menor, se observó que ellos, al no dudar de su producción, no utilizan datos del problema para chequear sus estrategias.

Trabajo colectivo de los docentes como constructor y sostén de la tarea cotidiana en las aulas:

Este proyecto ha permitido crear espacios colectivos de trabajo, donde generamos, compartimos, diseñamos propuestas, analizamos las puestas en aula, reformulamos.

Aún después de finalizar la participación de la escuela en el proyecto sabemos que este espacio debe ser mantenido, pues es algo sumamente importante y constructivo.

El trabajo en equipo enfatiza el sentido de pertenencia a la institución y la noción de grupo. Le aporta seguridad a las decisiones que son analizadas y compartidas.

Nos hace cuestionarnos ¿por qué hacemos ésto?, ¿Por qué enseñamos esto otro?, ¿No se podría hacer de otra manera?, y al respondernos nos hace mirar nuestras prácticas, mejorando las propuestas y fortaleciéndonos.

Bibliografía:

- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*, Córdoba: Facultad de Matemática, Astronomía y Física, UNC.
- Hanfling, M. (2000). Estudio didáctico de la noción de función. En Chemello, G. (coord.) *Estrategias de Enseñanza de la Matemática,* Buenos Aires: UNQui.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra, en Bednardz, N et al (ed), *Approaches to algebra; pp 65-86,* Kluwer Academia Publishers.
- Sadovsky, P (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Segal, S.; Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Anexos: Fragmentos de las secuencias didácticas de Derivada y Función Lineal

Ítem A: *Un barril tiene una capacidad de 100 litros. El barril se encuentra sobre una balanza y al echarle distintas cantidades de un aceite, se puede tomar el peso que registra la misma. Se registró que al echar 10 litros de aceite la balanza marca 36 Kg., cuando marca 39 kg hay 15 litros de aceite y para 30 litros la lectura era de 48 Kg.*

a) ¿Es cierto que cuando hay 20 litros de aceite la balanza marcará 42 kg?

b) ¿Qué lectura tiene la balanza para 5 litros de aceite? ¿Y para 7,5 litros?

c) Si alguien necesita el peso para 16 litros, ¿qué le dirías?

d) ¿Podés saber cuánto pesa 1 litro de aceite? ¿y 21,4 litros?

e) ¿Cuánto pesará el barril vacío?

Ítem B: Problema 2 de la secuencia didáctica de función lineal (fragmento)

Precios de excursión:

Excursión mínima	*10 km*	*$ 1040*
Quilmes	*17 km*	*$ 1068*
Glew	*24 km*	*$ 1096*
Capital Federal	*40 km*	*$ 1160*
Tigre	*80 km*	*$ 1320*
Laguna Ranchos	*97 km*	*$ 1388*
Chapadmalal	*410 km*	*$ 2640*

El precio incluye cargo fijo por viaje y un precio por cada km recorrido, igual para cualquier destino.

El viaje se cobra por micro, no por persona. (Capacidad del micro 40 personas).

- *¿Qué información obtenemos de la vidriera?*
- *¿Cuánto costará un viaje a Temaiken que está a 120 Km?*
- *¿Cuál de las siguientes gráficas te parece que representa la situación y por qué? (gráficos en el cuerpo del trabajo)*

Ítem C: (fragmento de la versión 2011)

Dado un rectángulo de área 4 m^2.

…

2. *a) Encuentra una expresión para la función a(b) que relaciona la base b y la altura a (medida en metros).*

…

5. *Calcula la velocidad con la que cambia la altura con respecto a la base en los intervalos : [0,5; 1], [1; 2], [2; 3] , [4; 5], [1; 1,5] y [1,5 ; 2]*

6. Cómo calcularías la velocidad con la que cambia la función altura cuando la base, mide exactamente 2?. De ser posible elabora una estrategia para su cálculo y calcúlala

…

Aquí se proponía hacer pie en el concepto de velocidad tratado en un ejercicio previo para trabajar el concepto de tasa de cambio. Se propone salir del contexto físico de velocidad para pasar a un contexto matemático a partir de un problema geométrico.

Los estudiantes empezarían a vislumbrar cómo cambia numéricamente la velocidad tomando intervalos más pequeños.

Luego de poner la actividad en el aula al llegar a estos últimos incisos la actividad se complicó pues costaba entender de qué se hablaba. Si bien hubo participaciones de alumnos muy correctas; no se dio esto en la mayoría.

Otro de los objetivos planteados era trabajar con los chicos diferentes velocidades haciendo foco en el 2 (ya hay intervalos calculados con el 2). Oralmente se puede pedir que armen otros intervalos. Por ejemplo: *Ya calculamos la velocidad en los intervalos [1; 2] y [2; 3]. Ahora vamos a analizarla en [1,5; 2]; [2; 2,5]; [1,8; 2] y [2; 2,2]*

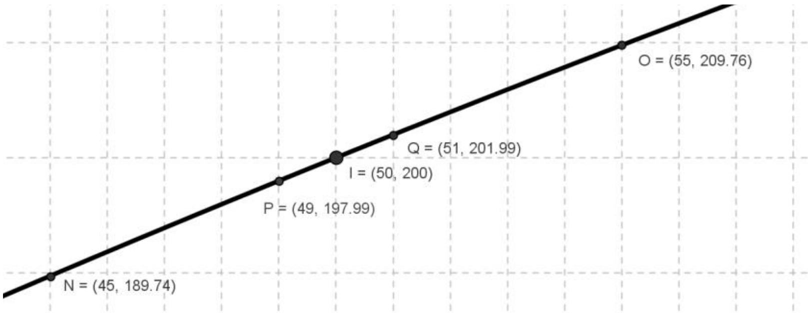
Con respecto al punto 6 algunos alumnos hablaron de que “achicar infinitamente esos intervalitos sería como tomar un límite”; pero esta idea no prendió en los demás… a pesar de la intervención del docente.

Analizamos la situación en nuestro grupo de trabajo y creemos que este es el resultado de que en definitiva se está pidiendo la velocidad instantánea pero nunca se trabajó ese concepto aún y además este es en un problema donde no hay velocidades de objetos (velocidad física), por lo que los alumnos no tienen donde afirmarse.

Por ello se decidió reformular la secuencia agregando otros ítems, para acortar el salto entre un problema y el otro. Específicamente el problema 2, tiene un contexto geométrico, donde no hay un objeto moviéndose físicamente y eso hace que hablar de velocidades o velocidad instantánea sea “raro”.

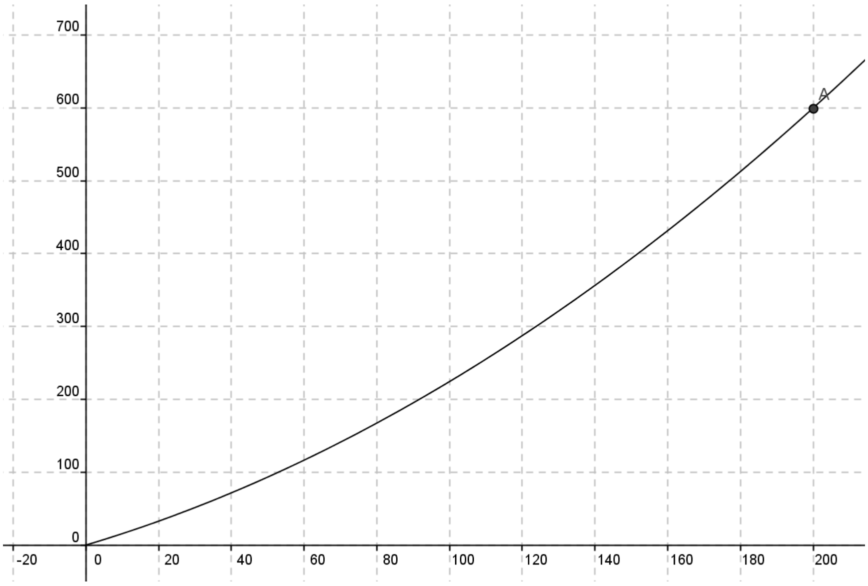
Reformulación: Entre los problemas 1 (del corredor) y 2 (del rectángulo) se agrega el siguiente (fragmento):

Miremos con lupa el grafico de Ana alrededor de t = 50 segundos:



¿Qué nuevas velocidades se podrían calcular para aproximarse a la velocidad que Ana tenía a los 50 segundos?

Belén recibió este gráfico acompañado de una fórmula que a partir de él.



Siendo la fórmula propuesta: $f(x)=\dfrac{3}{397}.x.(x+197)$

Hallar la velocidad media en:

a. *el intervalo [45, 50]*
b. *el intervalo [50, 55]*
c. *el intervalo [49, 50]*
d. *el intervalo [50, 51]*
e. *cómo podrías calcular la velocidad que Belén tenía a los 50 segundos?*

Es decir se debe tratar de lograr que la secuencia pueda ser seguida por los alumnos, que el lenguaje pueda ser entendido, que las relaciones y conceptos sobre los que queremos que los chicos trabajen puedan anclarse en relaciones matemáticas y conocimientos que los chicos ya tengan.

Ítem D: Problema 3 de la secuencia de Función Lineal

El número de calorías que se queman en una hora de ejercicio en una máquina caminadora es una función de la velocidad que se emplea. Una persona que se ejercita a una velocidad de 2 km/h quemará 200 calorías. A 10 km/h quemará 500 calorías.

a) ¿Cuántas calorías se queman si la persona se ejercita a una velocidad de 8 km/h? ¿Y para 1 km/h?

b) ¿Será cierto que siempre que aumento la velocidad en 8 km/h varían las calorías en 300?

c) ¿Cuál gráfica representa la situación?

d) ¿Podrías escribir un método que permita calcular las calorías para la velocidad que yo quiera?