

LAS CONVERSIONES ENTRE LOS REGISTROS VERBAL Y SIMBÓLICO EN EL APRENDIZAJE DEL LÍMITE FUNCIONAL

Cristina Camós⁽¹⁾, Mabel Rodríguez⁽²⁾

⁽¹⁾Universidad Abierta Interamericana. CABA. Argentina

⁽²⁾Universidad Nacional de General Sarmiento. Instituto del Desarrollo Humano. J. M. Bs.
As. Argentina

Cristina.camós@vaneduc.edu.ar , mrodri@ungs.edu.ar
Nivel Medio y Superior

Resumen

Se propone un taller que tiene por destinatarios docentes de nivel medio o superior interesados en la problemática de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite funcional. Más allá de que su enseñanza se inicie con una aproximación intuitiva, para carreras en las que se debe ahondar en el concepto matemático será imprescindible tener en cuenta algunos elementos clave para favorecer su comprensión.

Nos proponemos utilizar nociones teóricas del Enfoque Cognitivista de la Didáctica de la Matemática para enmarcar el trabajo. En particular, estaremos dedicados a la *conversión entre registros*, en particular *el verbal* (utilizado usualmente en las explicaciones del profesor y de los estudiantes) y *el simbólico* (típico para sintetizar, con absoluta precisión, el concepto). Como se verá en el taller, es un requerimiento para lograr comprensión, la posibilidad de convertir representaciones semióticas de un registro a otro. Los objetivos centrales son: comprender, para adaptar a la práctica docente, algunos aportes de la Didáctica de la Matemática relevantes a la hora de pensar en la enseñanza del concepto de límite funcional y analizar actividades que atienden a la conversión entre diferentes registros de representación. Asimismo, en la medida de lo posible, pretendemos atender al diseño de nuevas actividades que tengan en cuenta la conversión entre diferentes registros semióticos.

Dentro de los contenidos propuestos, tomamos los siguientes siempre circunscriptos a la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite: representaciones y registros de representación semiótica; signos, semiosis y noesis; formación, tratamiento y conversión de representaciones. Significante y significado.

Palabras clave: Registros de representación – Tratamiento - conversión

Programa del taller

Docentes a cargo: Cristina Camós y Mabel Rodríguez.

Carga horaria: 4 hs reloj

Destinatarios: docentes de nivel superior tanto universitario como terciario o docentes del nivel medio interesados en la temática.

Fundamentación

La noción de límite funcional es un concepto complejo e importante del Análisis Matemático que se enseña generalmente en el último año de la escuela media y en los primeros cursos de Matemática tanto en el nivel terciario como en el nivel de educación superior, en carreras afines a la Matemática. Por lo general se prioriza el *tratamiento de lo*

operatorio evitando explicitar la definición formal de límite funcional. En el nivel medio o en los comienzos de la formación superior, esto podría resultar apropiado si se considera que se favorece una aproximación intuitiva al concepto. Lo relevante será considerar cómo avanzar en su enseñanza para carreras en las que se debe ahondar en el concepto matemático. Si en este último contexto, la enseñanza quedara circunscripta a lo *operatorio*, se producirían serias dificultades para la comprensión y el aprendizaje de dicho concepto.

Todo objeto matemático, de carácter abstracto por naturaleza, admite diferentes *representaciones semióticas*, las cuales debemos no solamente *diferenciar* sino también *coordinar*, para una correcta aprehensión conceptual de dicho objeto. La enseñanza de esta noción debería organizarse teniendo en cuenta la relación existente entre la *noesis* (aprehensión conceptual de un objeto) y la *semiosis* (producción de una representación semiótica). Las representaciones semióticas consideradas pueden pertenecer a distintos registros de representación semiótica. Los considerados por Duval (1993) son: el numérico, algebraico, gráfico y coloquial. Según este mismo autor para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación semiótica debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis: la *formación de una representación identificable*, el *tratamiento* de esta representación dentro del mismo registro donde se ha formado y la *conversión de una representación que es la transformación de esta representación en otro registro distinto de aquel donde se ha formado*.

Atendiendo entonces a la actividad cognitiva de la conversión, focalizaremos en particular en la conversión entre el registro verbal y el simbólico que deberían realizar los alumnos en el aprendizaje del límite funcional.

Cuando se produce una conversión, puede o no conservarse el todo o una parte de la información que comunicaba la representación inicial. Es una actividad cognitiva distinta e independiente de la del tratamiento. Además en la conversión no existen reglas. La comprensión de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación. Esta coordinación se manifiesta en la rapidez y espontaneidad de la conversión que realiza un sujeto. Luego, si para que un alumno comprenda debe existir una coordinación entre diferentes registros de representación, no podemos desde la enseñanza seguir atendiendo a la automatización de ciertos tratamientos, sino atender a la coordinación entre registros de representación.

Nos proponemos utilizar estas nociones para analizar actividades tendientes a favorecer la comprensión de la definición formal de límite funcional por contemplar la conversión entre registros y, si es posible, diseñar también situaciones de enseñanza que atiendan a ciertas dificultades que desde las investigaciones sabemos que se encontrarán en el aprendizaje de esta noción por parte de los alumnos.

Objetivos

- Comprender, para adaptar a la práctica docente, algunos aportes de la Didáctica de la Matemática del Enfoque Cognitivista sobre la enseñanza del concepto de límite funcional.
- Discutir aspectos relevantes de la definición formal de límite funcional.
- Analizar actividades que atienden a la conversión entre diferentes registros de representación.

En la medida de lo posible

- Diseñar nuevas actividades que tengan en cuenta la conversión entre diferentes registros semióticos.

Contenidos

Definición formal de límite funcional. Representaciones semióticas. Signos. Semiosis y Noesis. Formación de una representación. Tratamiento de una representación. Conversión de una representación. Significante y significado. Diferentes registros de representación semiótica. Economía de los tratamientos. Conceptualización y coordinación de registros de representación semiótica.

Propuesta didáctica

El trabajo combina la metodología de tipo taller con la de seminario. Se prevé la presentación teórica de elementos de la Didáctica de la Matemática que se encuadran en el Enfoque Cognitivista centrándonos en la actividad cognitiva de la conversión en particular entre los registros verbales y simbólicos.

Asimismo se propondrán tareas de tipo taller alrededor del análisis de actividades que promueven una mayor comprensión de los nuevos conceptos impartidos desde el Enfoque Cognitivista, intentando en simultáneo, discutir con los docentes respecto a elementos que les sean útiles a la hora de pensar en la enseñanza del límite de funciones. Si contamos con tiempo, se propondrá un espacio para el diseño de actividades que tengan en cuenta los diferentes registros semióticos.

Referencias Bibliográficas

- Camós, C; Rodríguez, M., (2009) “Exploración del uso de los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de matemática superior” ponencia presentada en el VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), Puerto Mont. Chile.
- Camós, C; Rodríguez, M., (2009) “Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno” Ponencia presentada en el Primer Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología. Tercer Congreso de Educación en Ciencia y Tecnología, UNCA, Catamarca
- Camós, C; Rodríguez, M., (2010) “Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno” Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología. UNCA, ISSN 1852-852X Vol. 1 N° 1.
- Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et unctionnement cognitif de la pensée*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, pág. 37-65, Irem de Strasbourg.
- Duval, R; 1996. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, F (Ed.) Investigaciones en Matemática Educativa. México. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 173-201.
- Fusaro, M.; Tall, D. (1999). *Student constructions of formal theory: giving and extracting meaning*, Proc. of the 23rd Conference of PME, Israel, 3, pp. 281-288.

ANEXO: ACTIVIDADES PROPUESTAS

Actividad 1:

Dada la siguiente proposición:

Sean $a, b \in \mathbb{R}$.

$$a = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, |a - b| < \varepsilon$$

Se les pide a los asistentes al taller:

- interpretar lo más claramente posible lo que ese escrito intenta comunicar.
- imaginar que se quiere enseñar esa proposición a estudiantes ingresantes al nivel superior, tratar de describir cómo se encararía la enseñanza
- establecer algunos criterios en términos de usos de lenguajes que consideren apropiados para tener en cuenta a la hora de enseñar.

Se realiza una puesta en común intentando que quede en claro la complejidad de la proposición y las diversas formas en que puede ser presentada a los alumnos. Se menciona aquí la complejidad de la conversión entre una representación en registro simbólico y una en registro coloquial. Se vincula, además, con la noción de extraer significado Tall (1999).

Actividad 2:

Se presenta la siguiente situación:

Un docente expresa oralmente: “dos números reales son iguales cuando la distancia entre ellos puede hacerse arbitrariamente chica” mientras que simultáneamente registra en el pizarrón:

Sean $a, b \in \mathbb{R}$.

$$a = b \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, |a - b| < \varepsilon$$

Se les solicita a los asistentes al taller:

- identificar qué podría haber comprendido un alumno
- qué podría haber registrado en su carpeta
- qué imagina que ocurre cuando estudia de su carpeta, etc.
- analizar esta actividad y la anterior con la intención de identificar conversiones de registros, y los momentos de la clase donde el docente tiene la intención de que los alumnos asignen significado según Tall (1999).

Actividad 3:

Consideremos un docente que explica que una función f tiene límite L cuando x tiende a a , si la distancia entre las imágenes de la función y L puede hacerse arbitrariamente chica con tal de circunscribir los valores de x a un cierto entorno alrededor de a . Mientras que oralmente comunica esta frase, escribe la definición formal con épsilon y delta.

Se les solicita a los concurrentes al taller que:

- expliciten los diferentes tratamientos y conversiones que pueden ocurrir en el aula en este contexto de explicación del concepto de límite de este modo.
- reflexionen sobre otros modos de abordaje de la noción de límite en relación con los registros de representación semiótica.