DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS NA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS "MATEMÁTICA MODERNA" PUBLICADA NA DÉCADA DE 1960, NA BAHIA-BRASIL

José Cassiano Teixeira Santos – Janice Cassia Lando – Inês Angélica Andrade Freire
cassiano06@live.com – janicelando@gmail.com – inafreire@gmail.com
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Brasil

Tema: III.6 - Educación Matemática e Historia de la Matemática.
Modalidade: Comunicación breve
Nível educativo: Medio (11 a 17 años)
Palavras-chave: História do Ensino de Matemática. Movimento da Matemática Moderna. Livros Didáticos. Demonstrações Matemáticas.

Resumo

O que hoje denominamos Movimento da Matemática Moderna (MMM) começou a se fortalecer internacionalmente ao longo de 1950 e firmou-se no Brasil nos anos de 1960. A concepção matemática bourbakista, que se fundamentava no método axiomático, na unidade da matemática e no conceito de estrutura matemática, foi a base para as mudanças propostas pelo movimento. A Bahia, com grandes contribuições de Martha Dantas, teve um papel importante para o MMM no Brasil. Foi a partir de sua vivência na educação baiana e das experiências trazidas de suas viagens ao exterior que Martha Dantas desenvolveu suas próprias ideias e, coordenando um grupo baiano de professoras de matemática, sob orientação de Omar Catunda, estruturou a coleção de livros didáticos "Matemática Moderna" que trazia, em seu contexto, os ideais do MMM e que é a principal fonte documental desta pesquisa que visa analisar historicamente como eram abordadas as demonstrações matemáticas nesta coleção. Nesse sentido, alcançamos nosso objetivo quando, no processo da análise, evidenciamos vestígios das características estruturalistas da matemática: o rigor matemático nas demonstrações; a forma como os passos são enumerados cuidadosamente; a linguagem específica.

Introdução

O que hoje denominamos Movimento da Matemática Moderna (MMM) começou a se fortalecer ao longo de 1950, período em que, segundo Guimarães (2007), sentiu-se a necessidade de uma reforma no ensino da Matemática em amplitude mundial. Assim, ocorreram alguns encontros, como os de Royaumont (França) em 1959 e Dubrovnik (Iugoslávia) em 1960, onde foram discutidas e estruturadas propostas curriculares para um novo ensino da Matemática, bem como novos conteúdos e métodos para o desenvolvimento das mesmas. Apesar de uma ampla discussão, a proposta que prevaleceu foi a apresentada por um importante membro do grupo Bourbaki, Jean Dieudonné. A proposta defendida por Dieudonné era a da concepção bourbakista, a qual estava embasada em três ideias chaves: "a unidade da Matemática, o método axiomático e o conceito de estrutura matemática". (Bourbaki como citado em Guimarães, 2007).

As primeiras discussões sobre o MMM no Brasil ocorreram em 1957, no II Congresso Nacional de Ensino de Matemática, onde "o tema Matemática Moderna foi abordado, ainda que discretamente, nas teses de Ubiratan D'Ambrósio e Osvaldo Sangiorgi, de São Paulo, e de Jorge Emmanuel Ferreira, representante do Colégio Militar do Rio de Janeiro e Martha Maria de Sousa Dantas da Bahia". (Soares como citado em Leme da Silva, 2006, p. 53).

A partir dessas primeiras discussões, criaram-se diferentes grupos pelo Brasil com a finalidade de estudar maneiras de introduzir as ideias defendidas pelo MMM no ensino secundário. A Bahia, com grandes contribuições de Martha Dantas, teve um papel importante para o MMM no Brasil. Foi a partir de sua vivência na educação baiana e das experiências trazidas de suas viagens ao exterior (Freire, 2009; Lando, 2012) que Martha Dantas, de forma conjunta com um grupo baiano de professoras de matemática e sob a orientação do professor Omar Catunda, realizou estudos, pesquisas, produções e experimentações no âmbito do ensino da matemática. Podemos destacar a estruturação da coleção de livros didáticos "Matemática Moderna" que trazia, em seu contexto, os ideais do MMM. Esse grupo consolidou-se na década de 1960, inicialmente nos espaços da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (FFUBa) (Lando, 2012) e do Instituto de Matemática e Física (IMF) (Dias, 2008) e, posteriormente, no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA) (Freire, 2009).

Essa coleção de livros didáticos é a principal fonte documental desta pesquisa que visa analisar historicamente como eram abordadas as demonstrações matemáticas da mesma, como, por exemplo, o rigor e a linguagem matemática apresentados pelos autores da coleção. André Salles (2011) indica que os livros didáticos passaram a ganhar destaques nas pesquisas históricas, deixando de serem percebidos como meros manuais escolares, para serem identificadas outras possíveis contribuições para a escrita da história. Para Salles (2011, p. 9),

> ... o livro didático não é mais entendido como um simples manual escolar, ao contrário, as pesquisas desenvolvidas nos últimos anos tentam demonstrar que tais livros sofrem, como nenhum outro, as influências das políticas educacionais da época de sua produção. ... . Além disso, não podemos também nos esquecer do próprio repertório teórico do autor e de suas vinculações metodológicas, o famoso lugar-social de onde *fala* o escritor ... .

Assim, consideramos pertinente o uso do livro didático como fonte para investigar as características do MMM presentes na coleção dos livros didáticos analisados em nossa pesquisa, visto que, na introdução dos livros, as autoras indicavam uma adesão a algumas das ideias defendidas pelo movimento. Dentre elas o papel das demonstrações no ensino da matemática. Acerca do significado de demonstração matemática, Pietropaolo (2005) escreve que alguns pesquisadores, analistas do significado de demonstração matemática, encontraram, em vários contextos, fragmentos do significado de demonstração matemática que, por sua vez, mesmo estando em realidades diferentes, possuíam a mesma finalidade, a de validar alguma afirmação proposta.

Assim, segundo Pietropaolo, apoiado em Abbagnano, temos que:

> Prova ... Um procedimento próprio para estabelecer um saber, isto é um conhecimento válido. Constitui P. todo procedimento desse gênero, qualquer que seja sua natureza: o mostrar ad oculos uma coisa ou um fato, o exibir de um documento, o trazer um testemunho, o efetuar uma indução são P. como são P. as demonstrações da matemática e da lógica. O termo é, portanto, mais extenso do que demonstração (v): as demonstrações são provas, mas nem todas as provas são demonstrações. (Abbagnano como citado em Pietropaolo, 2005, p. 49)

Apesar de, na citação acima, o termo prova ser colocado como algo mais extenso que demonstração, serão utilizados nesta pesquisa, baseado em Pietropaolo (2005), os dois termos como sendo sinônimos, pois na Matemática prova e demonstração não se diferenciam em sua definição.

A prova é um fator diferencial para a Matemática; Pietropaolo (2005), apoiado em Dieudonné (1990), escreve que os matemáticos, por melhor que seja a sua visão da demonstração realizada, precisam do parecer de seus pares para que a prova feita tenha veracidade frente aos mesmos.

A coleção didática "Matemática Moderna"

A coleção é composta por quatro livros didáticos, mas apenas os três primeiros, referentes às três primeiras séries do ensino ginasial, foram publicados na primeira edição. Isso aconteceu porque, quando o último livro seria lançado, houve pequenas alterações na coleção baseadas em avaliações oriundas de experimentações, sendo assim, foi publicada uma nova edição da mesma.

Antes do primeiro livro intitulado Matemática Moderna I (Dantas, Nogueira & Moreno, 1967) ser publicado em 1967 e experimentado no Colégio de Aplicação da FFUBa neste ano; existem indícios de que já em 1965 havia sido iniciada uma experiência com o conteúdo deste livro, ainda na forma de apostila, trazendo vestígios da Matemática Moderna.

> Esta suposição acerca do início da experimentação da apostila no ano de 1965 se fortalece ao considerarmos o que as autoras escreveram na introdução do livro Matemática Moderna I: "Êste livro já foi experimentado dois anos e os resultados que apresentamos, em breve, aos professôres, são bastante animadores". (Lando, 2012, p. 219).

O livro Matemática Moderna I foi escrito por Martha Dantas, Eliana Nogueira, Maria Augusta Moreno, sob a orientação de Omar Catunda e com a colaboração de Norma Araújo, Eunice Guimarães e Neide de Pinto e Souza. Na introdução do livro, que era destinado aos estudantes da primeira série do curso ginasial, os autores relatam sobre o surgimento de novas teorias matemáticas no século XX e da rapidez com que assuntos da Matemática, como a Probabilidade e a Estatística, estavam se desenvolvendo e que esse desenvolvimento de forma rápida estaria relacionado, diretamente, com as aplicações referentes ao cotidiano dos estudantes.

Para que a nova Matemática estivesse presente no livro, os autores ressaltam que foi necessário acrescentar novos termos e novos símbolos, além de promover modificações na linguagem vulgar e, consequentemente, na linguagem simbólica. (Dantas et al., 1967, p. IV).

As escritoras baianas e seu orientador advertiram, ainda, que “Alguns capítulos podem parecer um pouco sobrecarregados porque, a nossa preocupação foi, também, algumas vêzes, de sistematizar melhor a matéria; fica, portanto, a cargo do professor, selecionar o que êle pode exigir dos seus alunos.” (Dantas et al., 1967, p. IV). Contudo, os autores destacaram que “êsse trabalho que ora apresentamos é uma tentativa para mudar: é um livro experimental com qualidades e defeitos, certamente, mas a sua experimentação e as revisões hão de melhorá-lo por certo” (1967, p. III-IV).

A respeito da estrutura que foi estabelecida no livro I, os autores concluíram que:

> [...] No primeiro [livro], intitulado Matemática Moderna I, estudou-se o conjunto dos naturais, as operações nêle definidas e suas propriedades estruturais. Continuando a seguir o processo histórico, na ampliação dos conjuntos de números, estudou-se, também, o conjunto dos racionais absolutos, operações nêle definidas e as propriedades estruturais relativas a estas operações. Dêste modo, duas estruturas foram ressaltadas: monóide e grupo. (Dantas, Nogueira, Araújo, Guimarães & Souza, 1968, p. III, grifo no original).

Anteriormente indicamos que o MMM, defendia o rigor das demonstrações. Nesse aspecto, importa refletir sobre o que seria uma demonstração rigorosa para os bourbakistas. Segundo Dieudonné (1990, p. 246), em toda a história houve matemáticos que criticavam as demonstrações dos seus predecessores e, também, de seus contemporâneos, pois os mesmos achavam que as provas feitas pelos seus pares não eram rigorosas. Assim, pergunta-se: o que vem a ser o rigor de uma demonstração? O próprio autor responde na seguinte passagem:

> É fácil de concluir. Só pode haver demonstração <<rigorosa>> dentro de uma teoria axiomática, onde objetos e relações <<primitivas>> foram especificados, e os axiomas que os ligam enumerados de modo exaustivo; e

> se não se tiverem em conta as inadvertências ou negligências mencionadas em I) e II), esta condição necessária é também suficiente; <<falta de rigor>> significa exactamente <<falta de precisão>>. (Dieudonné, 1990, p. 248-249, grifo no original).

Na citação acima, Dieudonné menciona duas inadvertências ou negligências, I[i] e II[ii]. Ele escreve isso quando exemplifica, com a demonstração "<<P implica Q>>" (1990, p. 246), o que se deve examinar para analisar o que torna uma inferência[iii] incorreta.

Assim, no primeiro capítulo do livro Matemática Moderna I, a definição de relação é dada como primitiva. Veja a figura abaixo:

8. Relações

Assim como se admitiu a conhecida noção de conjunto admitir-se-á, também, a de "relação".
1º) Considere-se a relação: "nascer no mesmo ano", no conjunto dos rapazes de uma classe mista, sabendo-se que êles são 7 e que não existem dois alunos com o mesmo nome.
Observa-se o seguinte:
Antonio, Carlos, Ricardo e Paulo nasceram em 1950.
Murilo e Julio nasceram em 1951.
Eduardo nasceu em 1949.
Representando o nome de cada aluno por um ponto, e, representando por uma linha com uma flecha (que indica sentido) a relação "nasceu no mesmo ano", pode-se obter o seguinte gráfico:

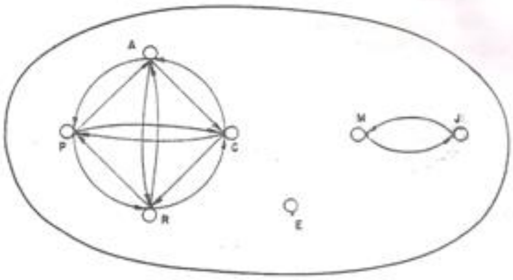

Figura 1. Definição de relação abordada de forma primitiva. Fonte: Dantas et al. (1967, p. 12).

Trazer essa definição como primitiva nos mostra possivelmente que, desde o início do livro, existe a forte presença da teoria axiomática defendida pela concepção bourbakista. Vale ressaltar que, além dessa definição ser dada como primitiva, o mesmo é feito quando se define conjunto, logo no início do mesmo capítulo. Essa evidência é corroborada quando, na introdução à lógica do livro Matemática III, os autores trazem a seguinte afirmação:

3º) proposições deduzidas a partir de axiomas ou postulados chamadas teoremas.
O conjunto de conceitos primitivos e postulados constitui o que se chama axiomática da teoria.
Assim, por exemplo, uma axiomática da teoria dos conjuntos admite como conceitos primitivos o conceito de conjunto e o de relação de pertinência de um elemento a um conjunto, isto é, a relação $x \in A$, onde A é um conjunto, e como proposições primitivas as seguintes:

Figura 2. Conceito de conjunto e de relação como axiomas. Fonte: Dantas, Nogueira, Araújo, Guimarães e Souza (1969, p. 10).

Na sequência são apresentados os axiomas de unicidade, da união, da diferença e de existência. Dessa forma, é possível observar que os autores levam em consideração às características do MMM discutidas entres os pesquisadores interessados no movimento e, por isso, incluem no texto axiomas que lhes permitirão deduzir e provar proposições que serão tratadas ao longo do texto.

Outro aspecto a ser destacado refere-se à linguagem matemática utilizada pelos autores.

Pode-se, também, definir a subtração de dois números naturais, a e b, com a > b, como a aplicação f de uma parte de N × N sôbre N, isto é, a aplicação que a cada par (a, b), de números naturais, com a > b, faz corresponder sua diferença a − b.

Exemplo:

onde

5 − 2 = 3,   6 − 1 = 5,   3−3 = 0,   9 − 6 =3,   8 − 0 = 8,

Como, dados dois números naturais a e b, nem sempre existe um número x, tal que

b + x = a,

o conjunto dos números naturais não é fechado em relação à subtração.

Figura 4. Demonstração do conceito de subtração. Fonte: Dantas et al., (1967, p. 51).

Observe que a linguagem matemática abordada durante a demonstração do conceito de subtração é baseada na linguagem da teoria dos conjuntos. Em relação ao rigor destacamos uma demonstração abordada no livro da primeira série ginasial.

Lema: dados os números naturais a, m e d, tais que, d divide m, o resto da divisão de a por m é r e, o resto da divisão de r por d é R, então, o resto da divisão de a por d é R:

Em símbolos,

se $d \mid m$

$a = mq + r$

e

$r = dQ + R,$

então,

$a = dQ' + R$, com $R < d$.

Com efeito,

de $a = mq + r$

$m = dq'$

e

$r = dQ + R$, com $R < d$,

resulta

$a = dq' \cdot q + dQ + R$,

$a = d\,(q' \cdot q + Q) + R$;

pondo

$q'q + Q = Q'$

tem-se, finalmente,

Figura 7. Demonstração do lema acerca da divisibilidade (parte 1). Fonte: Dantas et al., (1967, p. 93)

$$a = dQ' + R, \quad \text{com } R < d.$$

Consequências:

Se os restos das divisões de a e a', por m, são iguais e se d divi de m, então, os restos das divisões de a e a', por d, são iguais.

Em símbolos,

$$\text{se} \quad a = mq + r,$$
$$a' = mQ + r$$

e

$$d \mid m,$$

então,

$$a = dq' + R$$

e

$$a' = dQ' + R.$$

Com efeito, tais restos coincidem com o resto da divisão de r por d.

Exemplos:

1) Dados $a = 23$, $m = 4$ e $d = 2$,

de

$$2 \mid 4,$$
$$23 = 4 . 5 + 3$$

e

$$3 = 2 . 1 + 1,$$

resulta

$$23 = 2 . 11 + 1 .$$

Figura 8. Demonstração do lema acerca da divisibilidade (parte 2). Fonte: Dantas et al., (1967, p. 94).

A forma como os dados da prova são conectados apontam que a demonstração foi feita de forma rigorosa, de acordo com o que discutimos acerca disso anteriormente. Pode-se observar, também, a maneira específica como a simbologia matemática dessa demonstração é abordada, a lógica desenvolvida, a forma como a divisão de *m* por *d* é apresentada, os passos da demonstração, a ligação entre cada termo apresentado, numa linguagem que posteriormente é vista frequentemente em cursos de graduação e não no ensino básico.

Enfim, podemos constatar que a coleção de livros didáticos "Matemática Moderna", resultado de estudos, pesquisas e experimentações produzidos na Bahia-Brasil, por Martha Dantas e sua equipe, sob orientação do professor Omar Catunda, apresenta na sua composição vestígios das características estruturalistas da matemática: o rigor matemático nas demonstrações; a forma como os passos são enumerados cuidadosamente; a linguagem. Isto é, os ideais do MMM.

Referências

Dantas, M. M. S., Nogueira, E. C. & Moreno, M. A. A. (1967). *Matemática Moderna I*. Orientação: Omar Catunda. Salvador, BA: UFBA.

Dantas, M. M. S., Nogueira, E. C., Araújo, N. C., Guimarães, E. C. & Souza, N. C. P. (1968). *Matemática Moderna II*. Orientação: Omar Catunda. Salvador, BA: CECIBA.

Dantas, M. M. S., Nogueira, E. C., Araújo, N. C., Guimarães, E. C. & Souza, N. C. P. (1969). *Matemática Moderna III*. Orientação: Omar Catunda. Salvador, BA: CECIBA.

Dias, A. L. M. (2011). Uma História da Educação Matemática na Bahia. In: Simpósio Nacional de História, 26., 2011, São Paulo. *Anais*... São Paulo, ANPUH.

Dias, A. L. M. (2008). O Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia: atividades matemática (1960-1968). *História, Ciências, Saúde-Manguinhos*, 15(4), 1049-1075.

Dieudonné, J. (1990). *A formação da matemática contemporânea*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, Lda.

Freire, I. A. A. (2009). Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969). Dissertação de Mestrado não publicada, Curso de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana. Salvador, BA.

Guimarães, H. M. (2007). Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In Matos, J. M. & Valente, W. R. (Orgs.), *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*, pp. 21-45. São Paulo, SP: Grices/Da Vinci.

Lando, J. C. (2012). *Práticas, inovações, experimentações e competências pedagógicas das professoras de matemática no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia (1949-1976)*. Tese de doutorado não publicada, Curso de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana. Salvador, BA.

Leme da Silva, M. C. (2006). Movimento da matemática moderna: possíveis leituras de uma cronologia. *Revista Diálogo Educacional*, 6(18), 49-63.

Pietropaolo, R. C. (2005). *(Re) significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática*. Tese de doutorado não publicada, Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontíficia Universidade Católica. São Paulo, SP.

Salles, A. M. (2011). O livro didático como objeto e fonte de pesquisa histórica e educacional. *Revista Semina*, 10(1), 1-16.

---

[i] "**I)** Deixando de lado o <<erro de cálculo>>banal, o matemático, por inadvertência, pode confundir P (resp. Q), com uma proposição análoga P´ (resp. Q´) para a qual P´e <<P´ implica Q´>> (resp. P e << P implica Q´>>)., foram demonstrados. É muitas vezes o que se passa quando o enunciado de P é longo e complicado, ou quando o enunciado de Q comporta um grande número de casos a examinar separadamente. São por vezes necessárias dezenas de anos antes que o erro tenha sido recenseado.". (Dieudonné, 1990, p. 247).

[ii] "**II)** Uma das proposições P, << P implica Q>> não é um axioma e não foi demonstrada, mas parece muito plausível. É o género de insuficiências das quais referimos exemplos em Euclides [...]. Exemplos análogos são as fontes de erros de analistas do início do século XIX, como Cauchy, Abel e mesmo Dirichlet e Riemann, nas questões de continuidade e de convergências; os objectos que eles estudam são definidos correctamente, mas eles negligenciam o facto de terem de verificar passo a passo que nada aplicam de diferente destas definições. Casos semelhantes foram frequentes em teoria das superfícies algébricas até cerca de 1940, em que os <<casos singulares>> escapavam aos raciocínios <<genéricos>> e eram sistematicamente negligenciados.". (Dieudonné, 1990, p. 247).

[iii] Inferência ou dedução lógica são os axiomas ou postulados utilizados nas demonstrações matemáticas. Para maiores informações, ler o capítulo III de Dieudonné (1990).