

SECÇÃO DE UM CILINDRO CIRCULAR RETO: UM ESTUDO APLICADO À DETECÇÃO DE FRATURAS EM SUBSUPERFÍCIES

Késsia R. G. Pereira - Aldenize R. Xavier
kessiar7@gmail.com - aldenizexavier@gmail.com
Universidade Federal do Oeste do Pará - Brasil

Tema: Matemática Inter-níveis.
Modalidade: P
Nível educativo: Não especificado.
Palavras-chave: cilindro, secção, detecção, fraturas.

Resumo

Na área das geociências, a relevância das análises feitas a partir das secções cilíndricas, consolida-se, por exemplo, na identificação de fraturas presentes em poços, ou seja, o maior domínio do conhecimento matemático sobre as curvas e ângulos resultantes do processo de secção, permite um “diagnóstico” mais preciso sobre o perfil geofísico de uma estrutura. Visto isso, o artigo busca realizar a análise matemática da secção do cilindro circular reto e da função que define o ângulo de inclinação do plano cortante em relação à base de tal cilindro. O estudo dos resultados da secção concretiza-se por meio da geometria analítica (resultados das secções), plana (uso da semelhança de triângulos) e da trigonometria. A partir desse estudo, a detecção de fraturas em poços torna-se otimizada, ou seja, munidos da função que define a curva resultante da secção e das características matemáticas dela, pode-se ter maior precisão do comportamento dos fluidos em tal região. Assim, a análise é aplicada em uma área relevante, além de está imerso em um dos desafios da matemática, como defendia Jean Dieudonné (1906- 1992): “O principio básico da Matemática Moderna é atingir a fusão completa das ideias geométricas e analíticas.”.

1 Introdução

O universo está escrito em língua matemática, cujos caracteres são os triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, assim ele só pode ser compreendido por meio do entendimento de tal língua e seus caracteres. Sem esses meios nós vagamos dentro de um obscuro labirinto. É dessa forma que Galileu Galilei enfatiza a importância da geometria no que diz respeito à compreensão de tudo em nossa volta. Inserido em tal contexto, está o estudo dos cilindros e suas inerências.

O artigo busca realizar a análise das secções cilíndricas e da função que define o ângulo de inclinação do plano cortante em relação à base do cilindro. Mas, para isso é necessária a realização de um estudo aprofundado sobre todas as faces do cilindro, como seus componentes, planificações, cálculos de áreas, volume, superfícies cilíndricas, a história da geometria espacial, etc. A partir do embasamento teórico o enfoque do trabalho pode ser desenvolvido de uma maneira melhor.

2 Cilindro

Na maioria das vezes, quando surge a pergunta “O que um cilindro?”, a resposta mais comum é dizer que se trata de uma figura geométrica. Porém, o conceito de cilindro não se reduz apenas a isso. Há um conceito puramente matemático para ele.

Definição: Suponhamos um plano α , nele está localizado um determinado círculo (região circular), cujo centro é simbolizado por C e o raio por R . Consideremos também um segmento de reta r , sendo ele não nulo, não paralelo e não contido em α . Denomina-se de cilindro circular, ou apenas cilindro, a aglomeração dos segmentos congruentes e paralelos a r , cuja extremidade se estabelece nos pontos do círculo e localizados num semi-espaco dos determinados por α , como ilustra a Figura 01.

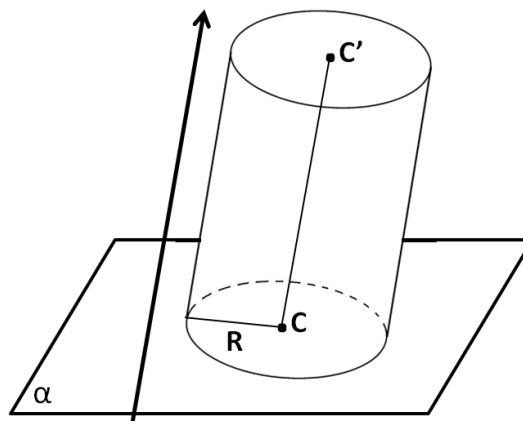


Figura 01 – Conceito, cilindro.

3 Secções Cilíndricas

A forma cilíndrica está habitualmente presente em nosso cotidiano, por isso a análise das secções cilíndricas toma caráter importante. É possível visualizar suas aplicações na indústria (fabricação de peças), na engenharia (engenharia mecânica, por exemplo, no que diz respeito à construção de tubulações), nos estudos geológicos, geofísicos, etc.

No âmbito das geociências, a relevância das análises feitas a partir das secções cilíndricas, consolida-se, por exemplo, na identificação de fraturas presentes em poços, ou seja, o maior domínio do conhecimento sobre as curvas e ângulos resultantes do

processo de secção, permite um “diagnóstico” mais preciso sobre o perfil geofísico de uma estrutura.

A importância da detecção de fraturas em poços é devido a possibilidade das fraturas funcionarem como um caminho alternativo para o escoamento do fluido presente no ambiente, muitas vezes tornando o escoamento mais veloz.

Na implementação de obras como estradas, barragens e túneis a análise das fraturas presentes em ambientes rochosos é de extremo valor, haja vista que fluidos presentes em tais locais podem escoar por essas falhas e enfraquecer as estruturas dessas construções, comprometendo a segurança ou desempenho das funções dessas instalações.

As secções são diferenciadas pela posição do plano seccionador em relação ao cilindro. Ao cortar um cilindro, com um plano α oblíquo às bases, uma elipse é gerada (Figura 02).

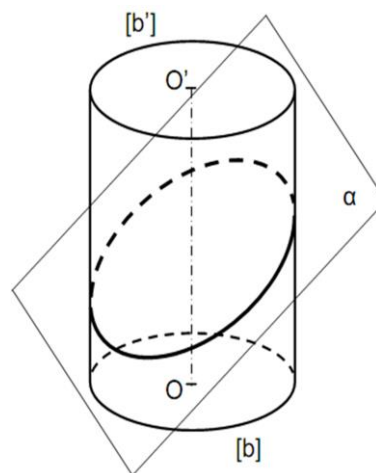
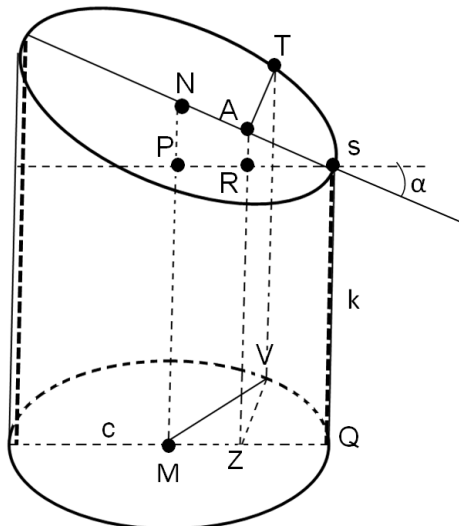


Figura 02 – Secção, elipse.

4 Sección, ângulo e curva

Ao cortar um cilindro (nesse caso cilindro circular reto) com um plano, o resultado é um tronco (Figura 03). No caso seguinte, a região superior do tronco possui a forma de uma elipse. Tal plano gera um ângulo α , o qual indica a inclinação do plano em relação à base do cilindro. Para calcular o valor de α , faz-se as seguintes manipulações:



Ao tomar os triângulos SAR e NPS , e munidos dos conceitos trigonométricos, surge que

$$\cos \alpha = \frac{RS}{AS} = \frac{PS}{NS} = \frac{MQ}{NS} = \frac{c}{NS}$$

O ângulo α é OPV (Oposto Pelo vértice) ao ângulo $A\hat{S}R$.

Das relações trigonométricas fundamentais conclui-se

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{NS^2}{c^2}$$

Ao fazer $NS = a$ tem-se

Figura 03 – Cilindro Seccionado.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{a^2}{c^2} - 1 = \frac{a^2 - c^2}{c^2} = \frac{b^2}{c^2} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{c}$$

Analisando a elipse disposta nos semi-eixos a e c , percebe-se que b é a semidistância focal. E que o eixo dos c funciona como o eixo maior. Os focos estão sinalizados no eixo a , como ilustra a Figura 04. A partir disso, pode-se inferir,

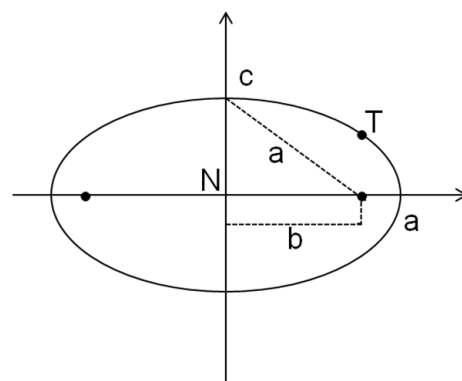


Figura 04 – Elipse, secção.

$$RA = Rb \operatorname{tg} \alpha = ZQ \operatorname{tg} \alpha = (QM - MZ) \operatorname{tg} \alpha = (c - c \cos x) \frac{b}{c} = b(1 - \cos x)$$

$$y = yT = ZA = ZR + RA = k + b(1 - \cos x)$$

$$y = k + b - b \cos \frac{x}{c}$$

Onde x , é o valor do arco QV e y é a altura TV .

Ao ser seccionado, o cilindro adquire a forma abaixo (Figura 05), representada pela planificação. Partindo desse princípio, concluí-se que o processo de secção implica em uma cossenóide.

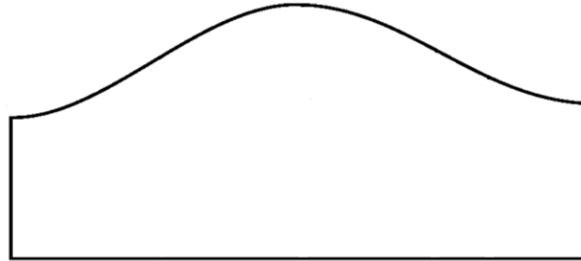


Figura 05 – Planificação após a secção do cilindro.

O gráfico gerado a partir da função cosseno é denominado de cossenóide. As curvas mostram de que forma a função varia, além de informações como domínio, imagem, periodicidade, simetria, concavidade, pontos de máximos e mínimos, etc.

A fim de se ter uma melhor visualização da aplicação dos estudos das secções na detecção de fraturas, observa-se as seguintes imagens (Figura 06 e Figura 07), nas quais fica evidente a semelhança entre a cossenóide, gerada a partir da elipse resultante da secção, e a fratura presente em uma subsuperfície.



Figura 06 – Imagem de uma subsuperfície.



Figura 07 – Imagem em tons de cinza, para melhor visualização da fratura.

5 Conclusão

Durante a pesquisa para este trabalho notou-se a carência de material robusto sobre o determinado tema, ou seja, fontes que contivessem uma abordagem mais abrangente sobre todo o universo dos cilindros e suas particularidades, visto que é relevante o conhecimento de todos esses aspectos para um melhor entendimento do objeto de estudo.

As diversas vertentes da geometria revelaram-se interligadas no desenvolvimento e compreensão do tema: geometria espacial (visão do cilindro no âmbito das áreas e volumes), analítica (resultados das secções: elipses, circunferências, etc.), descritiva (melhor visualização e precisão das planificações) e plana (uso da semelhança de triângulos para a determinação das funções pertinentes ao ângulo desejado). A trigonometria também foi amplamente utilizada através das relações trigonométricas.

O estudo dos cilindros e das secções é justificado pela extensa presença dessa forma geométrica e de suas ramificações no dia-a-dia da indústria, engenharia, geociências, etc. Na área das geociências, a identificação de fraturas em rochas, poços, solos, etc., pode ser definida e melhor estudada por meio dos artifícios promovidos pelas análises das secções.

A análise da secção cilíndrica resultante em uma elipse, ou seja, quando o plano de secção é oblíquo às bases, permitiu inferir, por meio das operações matemáticas, e posteriormente através da planificação, que uma cossenóide é gerada em tal espécie de secção. Inserido em tal contexto, está o uso desse conhecimento na detecção de fraturas, em razão da semelhança na forma geométrica.

6 Referencias bibliográficas

- Neto, E.R. (2004). *Geometria*. Druck, S. Hellmeister, A.C. Peixoto, C. M. (Ed.), *Corte e costura*. (p.140-14). Brasília. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_3_3.pdf. Acesso: 12/09/12.
- Ruela, A.; Guerra, C. *Detecção de fraturas em imagem de perfis geofísicos de poço com morfologia matemática*. III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife, Brasil, 2010. Disponível em: http://www.ufpe.br/cgtg/SIMGEOIII/IIISIMGEO_CD/artigos/FotoeSR/SR_e_PDI/A_4.pdf. Acesso: 05/09/12.

- Souza, N.P.R. de. (1992). *Detecção de fraturas no poço usando ferramenta de indução coplanar: modelamento analógico*. (Tese de mestrado, UFPA). Disponível em:
[http://www.cmig.ufpa.br/Disserta%C3%A7%C3%B5es/1992/Nelson%20Paiva%20R.%20de%20Souza%20\(M\).PDF](http://www.cmig.ufpa.br/Disserta%C3%A7%C3%B5es/1992/Nelson%20Paiva%20R.%20de%20Souza%20(M).PDF). Acesso: 01/04/13.