

ANÁLISIS COGNITIVO Y DIDÁCTICO DE LOS POLINOMIOS EN EDUCACIÓN BÁSICA

Jesús Álvarez y Mario Arrieche

Universidad Pedagógica Experimental Libertador Maracay

marioarrieche@hotmail.com

Pensamiento algebraico, Básica y Mixta

RESUMEN

Este trabajo se centra en el análisis de los aspectos cognitivos e instruccionales inherentes en la enseñanza y aprendizaje de los polinomios en Educación Básica, lo cual incide directa y notablemente en el rendimiento académico en Matemática en los estudiantes de este nivel. El problema abordado está inserto en la línea de investigación del enfoque semiótico antropológico para la investigación en Didáctica de la Matemática (Arrieche, 2003), que a su vez se sustenta en el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, 2003). Se adopta la noción de significado como clave para analizar la actividad matemática y los procesos del conocimiento matemático en el estudio de los polinomios. En ello se articula de una manera coherente, la dimensión epistemológica, referida al origen y desarrollo de los polinomios, la dimensión cognitiva, donde se considera las dificultades y errores característicos del proceso de aprendizaje de este tema y la faceta instruccional para estudiar interacciones profesor- alumno en la enseñanza de los polinomios. En cuanto a la metodología, se seguirá el paradigma mixto combinando enfoques cualitativos en la fase epistemológica e instruccional con esquemas cuantitativos en la fase cognitiva. Entre los aportes que podrían ser generados de esta investigación, se encuentran la descripción sistemática de los errores, dificultades y conflictos semióticos presentados por los estudiantes al tratar de aprender polinomios, la caracterización de las funciones docentes/discentes durante el proceso de instrucción; además de formar parte de los trabajos que se están desarrollando bajo el enfoque referido, donde se procura explicar/desarrollar y organizar de manera sistemática y coherente, una articulación de nociones teóricas elaboradas, para contrastar su efectividad en el campo de la investigación, y hacer frente a los cambios que exige incrementar el nivel de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Polinomios, conflicto semiótico, ontosemiótico

INTRODUCCIÓN

El empleo y desarrollo de las expresiones algebraicas marcha correlativamente con el surgimiento de los polinomios. En este sentido, Puig (2003) explica que *Descartes* en su tratado “*Geometría*”, apoyándose en el uso de un sistema matemático de signos autóctono (SMS) y con el solo objetivo de búsqueda de formas *canónicas* para reducir el número de expresiones algebraicas, introduce por primera vez en el álgebra la forma general de las ecuaciones polinómicas que actualmente se ilustra en cualquier bibliografía de instrucción matemática.

En el proceso de enseñanza de los polinomios, en el su estudio se concreta en el octavo grado de la Educación Básica y en el segundo año de la Educación Media Diversificada y Profesional, el estudiante inicia un contacto más preciso con el álgebra, pues, se enfrenta a la tarea del dominio de la sintaxis del lenguaje algebraico y a la comprensión de la semántica de operaciones, algoritmos y conceptos, es decir, se tropieza por primera vez con estructuras matemáticas nuevas que refuerzan aun más su conocimiento matemático abstracto y concreto. En tal sentido, el propósito de esta investigación consiste en analizar los aspectos cognitivos e instruccionales inherentes en la enseñanza y aprendizaje de los polinomios en la Educación Básica. Para tal fin nos fundamentaremos principalmente en el enfoque Ontosemiótico de la

Cognición e Instrucción matemática (Godino 2003). Este informe está constituido por la introducción, el planteamiento del problema, el marco teórico, la metodología de la investigación, el análisis de los datos, las conclusiones y las referencias bibliográficas. Por cuestiones de espacio en este informe solo se describirán las faceta epistemológica y cognitiva, en Álvarez (2007) se hace un análisis detallado de todas las facetas involucradas en la investigación.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La enseñanza de los polinomios es requisito para comenzar el aprendizaje de los productos notables, casos de factorización, la regla de Ruffini, objetos matemáticos que se estudian posteriormente en la Educación Media Diversificada y Profesional; el límite, la continuidad, la derivabilidad e integrabilidad de funciones, la determinación de autovalores de una matriz y el resolver ecuaciones diferenciales a nivel de Educación Superior. En la Física, la noción está presente de manera *implícita* en los protocolos que se desarrollan para encontrar la solución a problemas planteados del movimiento uniformemente variado, el lanzamiento vertical y el lanzamiento de proyectiles, otros.

El estudio de esta noción en el octavo grado de la Educación Básica no elude la presencia de dificultades que pueden estar en concordancia con las aseveraciones que algunos investigadores hacen, como por ejemplo, Palarea (1998) quien señala que el aprendizaje de nociones de álgebra genera muchas dificultades en los alumnos, ello atribuido a un cambio de pensamiento y condiciones donde el estudiante necesita emplear estructuras desconocidas y complejas, así como experimentar nuevas actitudes afectivas y emocionales en su aprendizaje, aspectos con las que no se encontró al estudiar los números en la aritmética o el resultado de investigaciones orientadas hacia los aspectos semánticos y sintácticos de los componentes del álgebra, que manifiestan dificultades de los estudiantes centralizadas en el significado de las letras, en el cambio de convenciones en el álgebra diferentes a las de Aritmética, en el reconocimiento y uso de estructuras algebraicas, entre otras.

En lo específico, nuestra experiencia en la enseñanza de tópicos de algebra a nivel de Educación Básica, nos ha permitido constatar algunos inconvenientes de aprendizaje cuando los estudiantes se enfrentan al estudio de los polinomios, dificultades que se transcriben en errores de significados y sintaxis del uso de la simbología en cantidades algebraica; obstáculos en el manejo de las reglas algorítmicas para efectuar los cálculos con polinomios (adición, sustracción, multiplicación y división), problemas de comprensión para identificar los componentes de las la expresiones particulares de la forma general de los polinomios (monomio, binomio, trinomio, polinomio), entre otros.

En virtud de la importancia que tienen los polinomios en la comprensión del álgebra y las dificultades que los estudiantes manifiestan durante el proceso que involucra el aprendizaje de esta noción, surge la interrogante principal de la investigación: *¿Cuáles son los aspectos cognitivos e instruccionales inherentes en la enseñanza y aprendizaje de los polinomios en los estudiantes del octavo grado de la Educación Básica?* Con el fin de dar respuesta a esta interrogante se plantean preguntas más específicas que se pueden clasificar en tres categorías (Godino, 1999 y Arrieche, 2002):

1) *¿Cuál es el origen, desarrollo y como han evolucionado los polinomios?, ¿Qué son los polinomios y que papel desempeñan en la matemática? ¿Qué papel desempeñan en la matemática escolar? (faceta epistemológica).*

2) *¿Qué dificultades y errores surgen, y cómo afectan éstas, cuando los estudiantes desarrollan tareas durante la enseñanza de los polinomios? ¿Cuáles son los aspectos o*

componentes de los polinomios a comprender por los estudiantes del octavo grado? (*faceta cognitiva*).

3) ¿Cómo se enseñan los polinomios en el nivel de la Educación Básica? ¿Qué factores condicionan el proceso de instrucción de los polinomios? ¿Cuáles son las funciones del docente y los discentes durante la instrucción de los polinomios? ¿Cómo plantear situaciones didácticas adecuadas a una óptima enseñanza de los polinomios? (*proceso instruccional*).

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Objetivo general: Se ha planteado como objetivo general de esta investigación: Analizar los aspectos cognitivos e instruccionales, inherentes en la enseñanza y aprendizaje de los polinomios en los estudiantes del octavo grado de la Educación Básica.

2.2. Objetivos específicos

1. Realizar un estudio pormenorizado sobre los aspectos epistemológicos de los polinomios.
2. Caracterizar los *significados personales de los polinomios en estudiantes* del octavo grado de Educación Básica en función de las praxeologías matemáticas y didácticas, puestas en juego en el proceso de estudio de los polinomios.
3. Categorizar los estados de las trayectorias docentes y discentes que se secuencian en un tiempo determinado, al observar un proceso instruccional de los polinomios.

3. MARCO TEORICO

En esta sección se describen brevemente investigaciones realizadas de trabajos previos relacionados con el tema *objeto de investigación*. Estos aspectos van a ser clasificados en la *faceta epistemológica, cognitiva e instruccional*, siguiendo el procedimiento utilizado por Arrieche (2002).

3.1 Faceta Epistemológica:

Malisani (1999) indica que el principio del álgebra se corresponde con la evolución de métodos y estrategias de resolución de ecuaciones de grado uno y polinomios. Para ello, culturas como los babilonios (2000 a.C.), los egipcios (1700 a. C.), los griegos (600- 200 a.C.), utilizaban exclusivamente el *lenguaje natural* para el desarrollo de los cálculos matemáticos y en algunos casos, sin recurrir a algún tipo de signo. En el periodo griego, es el álgebra *syncopada* Diofanto (250 d.C.) quien establece por primera vez, lo que actualmente sería las incógnitas y las potencias de un polinomio, representaciones a base de abreviaturas en letras griegas tales como: x ? ζ llamada “il número del problema”, x^2 ? $\Delta\Psi$ “cuadrado” o “potencia”, x^3 ? $K\Psi$ “cubo”, x^4 ? $\Delta\Psi\Delta$ “cuadrado-cuadrado”, x^5 ? $\Delta K\Psi$ “cuadrado-cubo”, x^6 ? $K\Psi K$ “cubo-cubo”, $1/x$? $\zeta\xi$.

Puig (2003) sostiene que los polinomios deben su origen a la necesidad de que surgiera la imagen de las *formas canónicas*. En la historia de las ideas algebraicas, era ineludible que la resolución de problemas no se planteara con el único objetivo de obtener un resultado concreto, sino también que se analizara la forma de solución y al mismo tiempo se crearan problemas que alcanzaran a resolverse con el mismo procedimiento o con variantes o generalizaciones de ese procedimiento de solución. Esta idea de búsqueda de *formas canónicas* se presenta por la necesidad de reducir el número de expresiones que se producen como resultado de la traducción de los problemas a algunas expresiones que ya se saben resolver.

3.2. Faceta cognitiva:

Palarea (1998), desarrolla en su tesis doctoral una indagación sobre la adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos por estudiantes de 12 y 14 años en álgebra. En uno de los objetivos propuestos, se analiza las causas de las dificultades relativas al estudio de las expresiones y el lenguaje algebraico, siendo el instrumento de estudio un cuestionario “tipo” sugerido por la autora, con test de preguntas referente al uso de los paréntesis en el álgebra; se intenta considerar aspectos de la actividad algebraica (sintaxis) y aspectos que se refieren a la interpretación que el alumno otorga a los símbolos del lenguaje algebraico (semántica).

Quintero, Ruiz y Terán (2005) realizan una investigación en el contexto de la educación venezolana, para indagar acerca del significado que tanto profesores como estudiantes atribuyen a los conceptos de *variable*, *indeterminada e incógnita* y que son representados por el símbolo “X”, dentro del tema de los polinomios. Tiene como escenario, un aula del octavo grado de Educación Básica, conformada por 38 estudiantes. Por medio de instrumentos como: observación participativa, diario de campo, cuestionarios dirigidos a estudiantes y profesor de la asignatura y un análisis preliminar realizado por los autores a la información obtenida, se indica algunos de los siguientes resultados como conceptos tales como “Indeterminada” e “Incógnita” no son reportados en ningún escenario, esto es, ni en las clases, ni en los cuadernos, ni en los ejercicios desarrollados por el docente y los alumnos. En la definición de “Polinomios”, los vocablos referidos a “expresión algebraica”, no son objeto de atención y por tanto de mención significativa; en estos la noción de variable se escribe como X; se restringe en su identificación acudir al “significado” de la variable.

3.3. Faceta Instruccional:

Soto, Mosquera y Gómez (2005), muestran el uso de un instrumento de enseñanza para la Educación Básica denominada *La Caja de los Polinomios*. Por razón de esta herramienta didáctica centrada en el *juego*, el alumno puede emprender el estudio del álgebra de los polinomios y al mismo tiempo apreciar la relación entre el desarrollo histórico de los conceptos algebraicos y la recreación, o lo que es lo mismo, mediante la utilización de este recurso didáctico se rescata el punto de vista histórico en la enseñanza de las matemáticas y en especial del álgebra. Asimismo, se hace ostensible que el juego se convierte en una actividad que facilita en el alumno, su paso del conocimiento tangible al simbólico y abstracto, aspectos implícitos que están presentes en todo momento en el aprendizaje del álgebra.

Godino (2005), propone la enseñanza y aprendizaje del álgebra como un instrumento de *modelización*. Además, en función a las características de razonamiento presentes al estudiar cualquier noción del álgebra, explica que el uso del lenguaje y el simbolismo siempre es necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico en los alumnos, especialmente el de las ecuaciones, *polinomios*, las variables, las funciones, etc. Explica que el estudio y uso de los símbolos algebraicos se debe realizar por etapas (dos), esto sustentado en el planteamiento de un programa con objetivos curriculares para seguir una secuencia o patrón de contenidos y actividades, que han de realizar los estudiantes de diferentes niveles escolares.

3.4. Bases Teóricas:

La investigación centra sus aspectos de estudio en el análisis del significado personal y el proceso de instrucción matemática que es llevado a cabo de los polinomios. En cuanto a los significados personales, Godino (2005) lo expone como manifestación de un sujeto individual, como la respuesta a una prueba de evaluación y la realización de una tarea escolar por un

estudiante (son portadores, al menos potencialmente, de rasgos idiosincrásicos de sus conocimientos). Por otra parte, en el análisis del proceso de instrucción, señala que se deben seleccionar unos recursos instruccionales específicos para identificar un conjunto de elementos, funciones o tareas, los cuales se deben secuenciar en el tiempo; se pondrán en juego una muestra de elementos del significado del objeto, así como una muestra de las funciones docentes y discentes. Se toma como noción primitiva la de situación-problemática y nociones teóricas usadas como herramienta para describir la cognición y la instrucción matemática, en la que predominan los conceptos teóricos de práctica, objeto personal e institucional, significados y trayectorias muestrales que serán usadas y son desarrolladas en el modelo teórico propuesto por Godino y Batanero (1994) y Godino (2003).

Cabe destacar que el modelo en referencia tiene como idea impulsora articular los aspectos epistemológicos, cognitivos e instruccionales puestos en juego en un proceso de estudio de enseñanza y aprendizaje de la matemática. De ahí que, la faceta *epistemológica* muestra el aspecto ontológico, es decir el génesis y la historia de la noción, el surgimiento y la evolución a través del tiempo. En cuanto a la faceta *cognitiva* se consideran los obstáculos cognitivos y conflictos semióticos que surgen durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción objeto de investigación. En último término, la faceta *instruccional* considera los planteamientos hechos por algunas investigaciones, acerca de innovadoras estrategias de enseñanza de la noción basadas en la tecnología o nuevas ideas didácticas.

4. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Diseño de la investigación

Esta investigación centra su enfoque en el estilo descriptivo en su fase preliminar, para luego pasar al enfoque interpretativo y explicativo en su fase terminal. La investigación se engloba en un modelo metodológico del tipo mixto (Goetz y Lecompte, 1988), combinando esquemas cualitativos y cuantitativos para el estudio del problema planteado. El diseño de esta investigación comprende tres fases, cada una en correspondencia con los objetivos propuestos en el trabajo. En la *fase 1*, se centra en una investigación *documental* para indagar sobre la génesis y desarrollo de los polinomios, profundizar el conocimiento de su naturaleza con el apoyo principal en trabajos previos, información y datos divulgados por medio textos, trabajos de investigación, revistas científicas, otros. En la *fase 2*, la parte *cuantitativa*, en ella se intenta caracterizar los elementos de significados puestos en juego por los estudiantes a través de un cuestionario escrito y en la *fase 3* se realizará un análisis semiótico y didáctico de un proceso sobre los polinomios.

4.2. Población y muestra:

La población de interés en la investigación, son los estudiantes del noveno grado de Educación Básica que cursan la asignatura de matemáticas. La *población* objetivo, se pretende reducir a grupos de estudiantes de tres Secciones A, B y C de noveno grado, de la Escuela Básica Nacional” Ricaurte” del Municipio Ribas, La Victoria Estado Aragua. El tamaño de la *muestra* está conformada por aproximadamente 35 estudiantes por sección.

4.3. Instrumento de recogida de datos:

Se trató de un cuestionario formado por 7 ítems conteniendo en total 32 subítems con preguntas abiertas donde el estudiante tiene, o bien que definir conceptos, efectuar operaciones, argumentar verdad o falsedad de proposiciones, realizar comprobaciones, demostrar o resolver problemas sobre las nociones básicas de los polinomios y sus operaciones. Por otro lado, se realizó el análisis de la trayectoria epistémica, docente y discente, mediante el registro descriptivo en tablas de categorización, descripción y estados en las que se secuencian en un

tiempo determinado un proceso instruccional de los polinomios. Por cuestiones de espacio solo se hará referencia a los resultados obtenidos en el cuestionario, se remite al lector interesado a Alvarez (2007), donde se realiza exhaustivamente todas las particularidades del análisis instruccional.

A continuación se muestran algunos ítems del cuestionario sobre la noción de polinomios que se consideran más relevantes.

1. *Define con tus propias palabras los siguientes conceptos:*

a) *¿Que es una expresión algebraica?*; b) *¿Que es la parte literal de un término algebraico?* c) *¿Que es un monomio?*; d) *¿Qué es un binomio?*; e) *¿Qué es un trinomio?*; f) *¿Qué es un polinomio?*

3. *Para cada una de las siguientes proposiciones escribe una V si consideras que es verdadera y F si es falsa:*

a) *La expresión algebraica $x + y$ es un monomio* _____

b) *La expresión algebraica $y^3 + 2y^2 - 4$ es un polinomio* _____

c) *El polinomio $9x^3 - x^2 + 6x + 2$ es igual a $9x^3 + 6x - x^2 + 2$* _____

d) *$5v^3$ y $10v^8$ son términos semejantes* _____

4. *Dados los polinomios:*

$$p(x) = x^3 + 2x + 6$$

$$q(x) = x^5 - x^3 + x - 1$$

$$r(x) = x^2 + 2x - 8$$

Calcula

1) $p(x) + q(x)$

2) $r(x) - q(x)$

Se pretende con este instrumento determinar lo aprendido, las dificultades y los errores presentados por los estudiantes, cuando emprenden el estudio y comprensión de la noción.

5. ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

Las respuestas elaboradas fueron clasificadas siguiendo el esquema de Arrieche (2002) como: correctas, parcialmente correctas, incorrectas y respuestas en blanco (cuando el alumno no responde o su respuesta es insuficiente para entender su significado). Con la intención de representar lo característico de los significados personales referente a los polinomios, en esta sección se muestran los propósitos y el análisis del contenido de cada ítems del cuestionario, donde son considerando los tipos de respuestas correctas. Del mismo modo se describen los resultados globales del cuestionario con ejemplo de respuestas parcialmente correctas e incorrectas a través de tablas con frecuencias y porcentajes de la clase de respuestas en cada uno de los ítems, además con la pertinente interpretación.

A manera de ejemplo, detallaremos a continuación el análisis realizado a los cinco primeros subítems del ítem N° 3 del cuestionario, se remite a lector interesado a Alvarez (2007) donde se hace un análisis detallado de todos los ítems que conforma el cuestionario. El propósito del ítem N° 3 es observar si los estudiantes muestran la habilidad para reconocer en una nomenclatura algebraica, algunas propiedades de la adición de polinomios, el uso de conceptos de la

clasificación de expresiones algebraicas, la igualdad de polinomios, la reducción de términos semejantes y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Se considera que la respuesta es correcta cuando los estudiantes colocan y explican razonadamente su respuesta de acuerdo con el concepto de las nomenclaturas algebraicas en los aspectos de clasificación y propiedades en la adición y multiplicación de polinomios. Las respuestas correctas tipos de dan a continuación:

- 3a) Es falsa. Un monomio consta de un solo término.
- 3b) Es verdadera. Un polinomio consta de más de un término.
- 3c) Es verdadera. Dos polinomios son iguales si tienen los mismos términos
- 3d) Es falsa. Los términos semejantes en una variable son aquellos que tienen igual grado.

A continuación presentamos una tabla de frecuencias de las respuestas dadas por los alumnos en el ítem N° 3

Tabla 1
Frecuencia y porcentaje de respuesta en el ítem N° 3

Ítems N° 3	Tipos de respuestas								Totales	
	Correctas		Parcialmente Correctas		Incorrectas		Respuestas en Blanco		TF	T %
	F	%	F	%	F	%	F	%		
3a	26	37.1	0	0	36	51.4	8	11.5	70	100,0%
3b	32	45.7	0	0	7	10.0	7	44.3	70	100,0%
3c	48	68.5	0	0	15	21.4	7	10.1	70	100,0%
3d	40	57.1	0	0	23	32.8	7	10.1	70	100,0%

1. En el ítem 3a, un 37,1% de los estudiantes respondieron correctamente, no hubo respuestas parcialmente correctas. En cambio se exteriorizó un 51,4% de estudiantes que respondieron incorrectamente y un 11,5% de respuestas en blanco. Todo parece indicar la dificultad que presentan los estudiantes en el dominio del concepto de un monomio que le impide verificar la proposición y al mismo tiempo un porcentaje de ellos no conoce la estructura y el significado de un monomio, dejando en blanco sus respuestas lo cual indica lo parcialmente difícil que resultó la proposición.

2. En el ítem 3b, el 45,7% de los educandos respondieron correctamente. Sin embargo, un 10% lo hizo incorrectamente y un 44,3% no respondió, lo que parece demostrar que esta parte de estudiante no dominan el concepto ni logran reconocer a nomenclatura algebraica de un polinomio. En consecuencia, se hace visible que esta proposición resultó ser un poco difícil para los estudiantes.

3. En el ítems 3c, sobre la igualdad de polinomios mediante el concepto de términos semejantes, resultó ser en parte fácil ya que el 68.5% de los estudiantes respondieron correctamente y sólo 21.4% lo hizo incorrectamente. Por otro lado, un 10.1% dejó su respuesta en blanco lo que se supone un desconocimiento por parte del estudiante en cuanto a reconocer nomenclatura algebraica, términos semejantes y el ordenamiento de polinomios.

4. En el ítem 3d, los resultados muestran que este resultó ser medianamente fácil, ya que el 57.1% de los estudiantes respondieron en forma correcta. No obstante, el 32.8% lo manifestaron en forma incorrecta y un 10.1% dejaron sus respuestas en blanco, es decir casi la mitad de los estudiantes no dominan la noción de términos semejantes al no lograr reconocer la igualdad de grado.

6. CONCLUSIONES

Entre los resultados más relevantes mencionamos los siguientes:

- El cuestionario en general ha sido difícil para los alumnos, pues la cantidad de subítems en la categoría de incorrectas y preguntas en blanco, representan dentro de a totalidad de respuestas un 78.7%, más de la mitad, de lo que representa el 21.3% de las respuestas correctas. El máximo número de respuestas correctas fue 19, en consecuencia ningún estudiante realizó el cuestionario totalmente correcto.

- En a parte conceptual, los mayores números de errores asoman en los conceptos de *Expresión algebraica*, *Término algebraico*, *Coficiente de un término*, *Monomio*, *Polinomio*, *Binomio*, *Trinomio*. En la parte procedimental, es el caso más emblemático de la investigación en cuanto a un alto índice de respuestas incorrectas y no clarificadas. Es de hacer notar el hecho de que dos estudiantes entre una población de 70, logró exteriorizar las habilidades para realizar operaciones de adición y sustracción de polinomios y utilizar en el mayor de los casos, las técnicas de ordenación en columnas de los términos semejantes, reducción de términos y diferencia de dos polinomios.

Como principales aportaciones de a investigación se destacan:

1. La identificación de aspectos conflictivos en la comprensión y habilidades para realizar operaciones de las nociones de expresiones algebraicas que incluye a los polinomios, al mismo tiempo integrándose con los resultados obtenidos por otras investigaciones como Palarea (1998) y otras más reciente indicadas en la parte de referencias bibliográficas

2. Se han determinado aquellas nociones que requieren una mayor atención por parte del profesor y los estudiantes, como se puede apreciar en la parte conceptual de la noción expresión algebraica, monomios, polinomios como también en la faceta procedimental en donde se plantea las operaciones básicas de adición y sustracción de polinomios.

REFERENCIAS

- Álvarez, J. (2007). Análisis cognitivo y didáctico de los polinomios en Educación Básica. Tesis de Maestría en desarrollo. UPEL-Maracay
- Arrieche, M. (2002). *La Teoría de Conjuntos en la Formación de Maestros. Facetas y factores condicionantes del estudio de una Teoría Matemática*. Tesis Doctoral. Departamento de la Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Arrieche, M. (2003). *Línea de Investigación Perspectivas del Enfoque Semiótico-Antropológico para la Didáctica de la Matemática* (LIPESA). PARADIGMA, 24(2) : 151-160.
- Godino, J.D. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématique*; 14 (3): 325-355.
- Godino, J.D. (1999). Implicaciones de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en didáctica de las matemáticas. *Actas del III Simposio de la SEIEM. Valladolid*.

- Godino, J.D. (2005, Noviembre). *Fundamentos de la Investigación en Didáctica de la Matemática* (Grabación en Video-Disket del curso ofrecido en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador en el marco del Seminario Avanzado de Educación Matemática, Maracay)
- Goetz, J y Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Malisani, E. (1999). *Los Obstáculos Epistemológicos en el Desarrollo del Pensamiento Algebraico, Visión Histórica*. [Documento en línea]. Disponible: <http://math.unipa.it/grim/AlgebraMalisaniSp.pdf>. [Consulta: 2004, Noviembre 15]
- Puig, L (2003). *Historia de las ideas algebraicas: Componentes y preguntas de investigación desde el punto de vista de la matemática educativa*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Palarea M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en Algebra por alumnos de 12 a 14 años*. Tesis Doctoral. Universidad de la Laguna.
- Quintero, R., Ruiz, D. y Terán, R. (2005). *El Enigmático Símbolo "X" en los Polinomios*. [Documento en línea]. Disponible: http://www.saber.ula.ve/cgi_win/be_alex.exe?Acceso=T016300002187/22. [Consulta: 2005, Octubre 15].
- Soto, F.; Mosquera, S. y Gómez, C. (2005). *La Caja de Polinomios*. [Documento en línea]. Disponible: <http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIINI/mosquera.pdf>. [Consulta: 2005, Noviembre 20].