

ESTUDIO COGNITIVO DE LAS FRACCIONES EN UN GRUPO DE ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE CIENCIAS DEL CICLO DIVERSIFICADO

Mary arrieche y Mario arrieche

Universidad Pedagógica Experimental Libertador-Venezuela

maryarrieche@hotmail.com, marioarrieche@hotmail.com

Pensamiento numérico, Medio y empírico-experimental

RESUMEN

Esta investigación se centra en el análisis de un estudio cognitivo sobre las fracciones realizado en un grupo de estudiantes de primer año de Ciencias del Ciclo Diversificado del Sistema Educativo Venezolano. El problema abordado está inmerso en un proyecto de investigación macro sobre “Significados institucionales y personales de los objetos matemáticos puestos en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el Sistema Educativo Venezolano” (Arrieche, 2004). El marco teórico utilizado se fundamenta en la adopción del modelo semiótico-ontológico de la cognición e instrucción matemática propuesto por Godino (2003). Para resolver el problema se toman en cuenta las facetas epistemológicas, cognitiva e instruccionales puestas en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en cualquiera de los niveles educativos existentes. En relación a la metodología empleada, se usa un paradigma de tipo mixto (Goetz y Lecompte, 1988), es decir se combinan enfoques cualitativos en la fase epistemológica e instruccional con esquemas cuantitativos en la fase cognitiva. Entre los aportes más relevantes de esta investigación está el proporcionar una descripción sistemática de los errores más comunes que presentan los estudiantes cuando utilizan las fracciones. Las conclusiones obtenidas revelan que los sujetos investigados, a pesar de haber estudiado fracciones en años previos al nivel considerado, presentan confusión entre el concepto de fracción y las formas de representarla, aplican incorrectamente las nociones de fracción propia e impropia y fracciones equivalentes; además de realizar incorrectamente las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones.

Palabras Clave: Estudio cognitivo, fracciones, semiótico-antropológico.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos algunos resultados de un estudio cognitivo realizado en un grupo de estudiantes del primer año de ciencias del ciclo diversificado con la finalidad de caracterizar sus significados personales (interpretaciones personales, errores, dificultades de comprensión, etc.) con respecto a las fracciones. Usamos la noción de significado personal en el sentido dado por Godino y Batanero (1994, 1998) como el sistema de prácticas (actuativas y discursivas) manifestadas por un sujeto ante una cierta clase de tareas. Estas manifestaciones indicarán los aprendizajes logrados, así como las respuestas erróneas, juzgadas desde el punto de vista institucional, y que son indicativas de las dificultades y conflictos cognitivos de los sujetos en el estudio del tema. Como afirma Socas (1997, p. 143), “Un conocimiento de los errores básicos es importante para el profesor porque le provee de información sobre la forma en que los alumnos interpretan los problemas y utilizan los diferentes procedimientos para alcanzar una buena meta”.

En nuestro caso particular las tareas que vamos a proponer involucran las nociones de fracción, fracción propia, fracción impropia, fracciones equivalentes, fracción irreducible y operaciones con fracciones. Es de hacer notar que este informe está conformado por la introducción, el planteamiento del problema, objetivos de investigación, los antecedentes, la metodología, análisis e interpretación de los datos, las conclusiones y las referencias bibliográficas.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La crisis política, social y moral por la que está pasando actualmente Venezuela está afectando gravemente nuestro Sistema Educativo. Esta problemática se observa con mayor intensidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos existentes, pero muy especialmente en la Educación Básica, Media, Diversificada y Profesional. Uno de los ejemplos más resaltantes donde se muestra éste fenómeno, se encuentra en los estudiantes que ingresan a la Educación Diversificada, Profesional y Superior (González, 1990; Arrieche, 1996, Arrieche, 2005) con una alta deficiencia en los conocimientos matemáticos básicos requeridos para estudiar los temas propuestos en el programa de matemática en estos niveles educativos; como por ejemplo en las nociones de mínimo común múltiplo, máximo común divisor, operaciones con fracciones, potenciación, radicación, productos notables, factorización de polinomios, ecuaciones de grado n , funciones trigonométricas, logaritmos, números complejos, entre otros.

El Liceo Nacional “José Félix Ribas” del municipio Ribas de la Victoria Estado Aragua, no se escapa de los efectos negativos de esta problemática, ya que la mayoría de sus estudiantes que ingresan al primer año de ciencias confrontan serias dificultades para aprobar la asignatura matemática, probablemente por poseer deficiencias en los contenidos de matemática de los años anteriores. Es así como surge la inquietud de proponer un tema de investigación que estudie la comprensión de los conocimientos matemáticos básicos de los estudiantes de primer año de ciencias del Liceo Nacional “José Félix Ribas”; de tal manera que sus resultados puedan dar algún aporte al Departamento de Matemática de esta institución, que vaya en vía de mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de ésta asignatura.

Como esta problemática es muy amplia se centrará el estudio en el tema de las fracciones, debido a que este contenido se ha estudiado prácticamente en todos los niveles de Educación Básica y está involucrado implícita o explícitamente en todos los temas a estudiar en el primero y segundo año de ciencias del nivel en referencia.

La pregunta inicial que motivó esta investigación fue: ¿Cuáles son los Significados Personales de las fracciones en los estudiantes del primer año de ciencias del Liceo Nacional “José Félix Ribas” de la Victoria? En general la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones se orienta hacia la comprensión de los diferentes significados que se le atribuyen y de hallar la aplicación en la vida cotidiana.

Así surge la necesidad de dar respuesta fundada a las interrogantes que describimos a continuación, (Godino 1999, Arrieche 2002).

Problemática Cognitiva:

- 1) ¿Qué dificultades de comprensión tienen para los estudiantes del primer año de ciencias del Liceo Nacional “José Félix Ribas” los distintos aspectos que conforman las fracciones?
- 2) ¿Cuáles son los errores más comunes cometidos por estos estudiantes?

2. ANTECEDENTES

A continuación presentamos algunos trabajos relacionados con nuestra investigación, bien sea, en cuanto a la metodología usada, con la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones y aspectos epistemológicos- del tema. Cabe destacar que la información fue recabada de revistas especializadas, tesis de maestría y de doctorado, textos de Historia de la Matemática,

Planchart (1984) en un estudio experimental e interpretativo sobre la enseñanza de las fracciones con niños de primer año de secundaria, enfoca su trabajo haciendo referencia en una primera parte sobre una revisión histórica del tema, tomando en cuenta los aportes del antiguo

Egipto en torno al desarrollo de esta noción. Los procedimientos usados por los egipcios relacionados con las fracciones, especialmente los referidos a las operaciones de duplicaciones y divisiones sucesivas de fracciones unitarias, y a la destrezas que tenían para reducirlas con distinto numerador a fracciones unitarias, operaciones y aplicaciones ligadas a la realidad, le permitieron al autor establecer coincidencias- con la manera actual de enseñar este contenido matemático. En las conclusiones se considera que sería muy provechoso seguir explorando aún más la matemática egipcia, para seguir obteniendo detalles que puedan dar un aporte a la enseñanza actual de esta área del conocimiento. También sugiere estudiar las interpretaciones de las fracciones que usaron los griegos y otras civilizaciones.

Felip y Castro (2003) realizaron un estudio sobre la comprensión que los estudiantes de tercer año de secundaria obligatoria muestran sobre las fracciones. Para tal efecto, aplicaron una prueba cuyos items hacían énfasis en los distintos tipos de representación y significados de la noción de fracción. Para la elaboración de la prueba se presentan tareas que cumplen una serie de condiciones que determinan a este instrumento las características siguientes: 1) Tareas de cada uno de los significados de fracción una con representación visual gráfica y otra con una representación visual simbólica; 2) No aparecen actividades- que se limitan solo a la realización de operaciones; 3) Se cuidó la redacción de las actividades de modo que no se altere su dificultad con el lenguaje utilizado. Entre las conclusiones obtenidas señalamos: Los alumnos presentaron grandes dificultades en pasar de un tipo de representación a otro. También al enfrentarse a las diversas tareas propuestas, prefirieron que en los enunciados aparezcan representaciones gráficas frente a las simbólicas. En relación al significado de fracción se obtuvo que el significado “razón” fue del 60% de respuestas correctas, los significados parte- todo y operador están alrededor del 40%, el de cociente un 21% y el de medida solo un 6% porcentajes que consideramos muy bajos para estudiantes de 15 y 16 años que ya han tenido una gran experiencia con el trabajo de fracciones.

Arrieche (2001) realizó un estudio exploratorio sobre la comprensión de nociones básicas de teoría de conjuntos, tales como conjunto, subconjunto, elemento de un conjunto, conjunto vacío, conjunto unitario y operaciones entre conjuntos en un grupo de maestros de primaria en formación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada en España. El objetivo principal de este estudio consistió en caracterizar los significados personales de estos estudiantes con respecto a nociones básicas de teoría de conjuntos usando la noción de significado propuesta por Godino y Batanero (1994). Entre los resultados más resaltante se encontró que los estudiantes presentaron confusión entre conceptos, como, por ejemplo entre elemento de un conjunto y subconjunto, entre intersección y complementario de la unión, entre aplicación y correspondencia, entre equivalencia e igualdad, entre conjunto unitario y elemento.

3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Objetivo general

Una vez analizada la problemática e-existente en los estudiantes que ingresan al primer año de Ciencias, de los Institutos educativos del país que ofrecen esta especialidad, en relación a las dificultades, errores y limitaciones que presentan estos estudiantes en las nociones matemáticas básicas para comprender los contenidos matemáticos de este nivel; nos planteamos el objetivo general de nuestra investigación:

Determinar los significados personales de las fracciones en los estudiantes del primer año de Ciencias del Liceo “Nacional José Félix Ribas de la Victoria, Estado Aragua”.

Para lograr esta meta nos proponemos los siguientes objetivos específicos:

3.2. Objetivos específicos

3.2.1. Explicitar los fundamentos teóricos que nos permiten tomar una decisión sobre la problemática abordada. Para ello, será necesario realizar un estudio epistemológico y curricular de las fracciones en los niveles donde se contempla la enseñanza de este tema.

3.2.2. Caracterizar los significados personales de las fracciones en los estudiantes de primer año de Ciencias que ingresan al “Liceo Nacional José Félix Ribas de- la Victoria”

3.2.3. Caracterizar las praxeologías matemáticas y didácticas puestas en juego por los investigadores en la enseñanza de las fracciones, a un grupo de estudiantes- del primer año de Ciencias del Liceo Nacional José Felix Ribas de la Victoria Estado Aragua.

Por cuestiones de espacio en este reporte solo destacamos las tareas realizadas para el logro del objetivo dos.

4. METODOLOGÍA

4.1. Enfoque metodológico

Para investigar los significados personales de los estudiantes del primero de ciencias con respecto a las fracciones utilizamos principalmente el enfoque cuantitativo, determinando los porcentajes de respuestas correctas, parcialmente correctas e incorrectas a las preguntas de un cuestionario. Por otro lado, y puesto que el enfoque cuantitativo nos indica las tendencias existentes en la población, pero no muestra toda la riqueza de la variabilidad individual, ni explica el por qué de la misma, vamos a complementar el estudio mediante técnicas de tipo cualitativo. Este estudio incluye el análisis de los errores de las respuestas al cuestionario y un estudio de casos mediante entrevista clínica, que nos va a permitir caracterizar con más rigor las dificultades y grado de comprensión logrado por los estudiantes de nuestra muestra.

4.2. Población y muestra

La población como objeto de estudio son los estudiantes del primer año de ciencias del Liceo Nacional “José Félix Ribas”, una vez realizada la propuesta, se hizo una selección de los estudiantes a través de un sorteo; propiciándose la convocatoria que tuvo lugar en la Institución en cuestión con una respuesta nada parecida a la que habíamos planteado, ya que solo se presentaron 45 estudiantes voluntariamente porque la convocatoria no era obligatoria, los estudiantes seleccionados resultaron ser de diferentes secciones. La muestra que tomamos fue el 30% de la población analizada, que en este caso fueron unos 13 alumnos tomados al azar de los alumnos ya analizados, esta muestra se estudió con más detenimiento para así con ellas tratar de conseguir con más exactitud los errores presentados por los estudiantes y cuáles son en realidad sus problemas con respecto a las fracciones.

4.3. Instrumentos de evaluación

Los instrumentos utilizados para recolectar los datos en esta investigación fueron el cuestionario y un guión de entrevista clínica. El cuestionario estaba conformado por 4 ítems, conteniendo un total de 16 subítems, con la finalidad de determinar los errores y las dificultades presentadas por los estudiantes en las respuestas de las preguntas propuestas. Cabe destacar que, entre los contenidos considerados se mencionan: definición de fracciones, fracción propia,

fracción impropia, fracciones equivalentes, fracción irreducible, formas de representar las fracciones, operaciones con fracciones y un ejercicio de aplicación a la vida diaria. Por otro lado, la entrevista fue realizada a seis estudiantes seleccionados al azar con la finalidad de completar la información requerida para esta investigación, sobre los aspectos relacionados con la prueba.

5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

Hemos clasificado las respuestas elaboradas en correctas, parcialmente correctas, incorrectas y respuestas en blanco (cuando el alumno no responde o su respuesta es insuficiente para entender su significado. Presentamos los propósitos y el análisis de contenido de cada ítem del cuestionario considerando los tipos de respuesta en correcta, parcialmente correcta e incorrecta. A manera de ilustración en este trabajo sólo describiremos el análisis realizado al ítem N° 1. Sin embargo, en Arrieche y otros (2004) se puede ver el tratamiento completo que se le hace a cada uno de los ítems del cuestionario.

Ítem N° 1: Defina con sus propias palabras las siguientes nociones: a) Fracción, b) Fracción Propia, c) Fracción Impropia, d) Fracciones Equivalentes, e) Fracción Irreducible.

El propósito de este ítem es evaluar en el alumno, el significado que atribuyen a los conceptos de: Fracción, fracción propia, fracción impropia, fracciones equivalentes y fracción irreducible. Consideramos que la respuesta es correcta cuando el estudiante utiliza adecuadamente, al menos los términos claves del concepto correspondiente. La respuesta parcialmente correcta cuando el estudiante utiliza un término inadecuado o escribe enunciados incompletos, como en el siguiente ejemplo: Alumno 16 (ítem 1a) Fracción “*Una fracción es la forma en que se expresa la división de un número en varias partes*”. Es parcialmente correcta porque la fracción se puede interpretar como la división del numerador con el denominador. Las respuestas incorrectas se producen cuando se presentan errores conceptuales, es decir el estudiante no tiene ni idea de la noción. Como por ejemplo: Alumno 38 (ítem 1b) Fracción propia “*Son aquellas que no tienen signo*”. Es incorrecta porque las frases o expresiones utilizadas no tienen relación con el concepto solicitado.

Entre algunos de los resultados en este ítem se tienen:

En el ítem **1a** sólo un 4,3 % de los estudiantes respondieron en forma correcta, aunque hay un 23,4% que respondieron de manera parcialmente correcta, es decir, que conceptualmente su respuesta es correcta pero se expresan incorrectamente. También es notorio que la mayor cantidad de los estudiantes, el 72,4%, respondieron en forma incorrecta. Esto parece demostrar la dificultad de los sujetos para describir adecuadamente el concepto de fracción.

En el Ítem **1b** se refleja una grave situación ya que el índice de respuestas correctas y parcialmente correctas representa un 0%, esto quiere decir que los 47 estudiantes evaluados presentan dificultades con el concepto de fracción propia, representando de esta manera las respuestas el 100%.

En el Ítem **1c** y **1d** son ejemplos similares al caso anterior, es decir, todos los estudiantes presentan errores en los conceptos de fracción impropia y fracciones equivalentes, respectivamente, representando el 100% las respuestas incorrectas.

En el Ítem **1e** se puede observar que solo 4 estudiantes respondieron correctamente representando el 8,5% de ellos, 10 estudiantes respondieron parcialmente correcto equivalente al 10,6% de los sujetos. Sin embargo, la situación sigue siendo grave ya que 38 estudiantes tuvieron las respuestas incorrectas lo que corresponde al 80,9% de la muestra que presentó dificultad con el concepto de fracción irreducible.

La situación de este Ítem, en general la consideramos como muy grave, puesto que la mayoría

de los estudiantes presentaron una actuación prácticamente nula.

6. CONCLUSIONES

En este apartado presentamos los resultados más relevantes obtenidos en el cuestionario y en la entrevista personal realizada a los estudiantes, y las principales conclusiones del estudio.

La prueba en general ha sido difícil para los alumnos, ya que en algunos ítems ninguno de los 47 sujetos que presentaron respondió correctamente. Las mayores dificultades se han presentado en las definiciones de los conceptos de fracción, fracción propia, fracción impropia, fracciones equivalentes y fracción irreducible. Ha sido en general bastante difícil para los alumnos las formas de representar una fracción y el resolver un problema de aplicación de esta noción a la vida real.

Entre los principales errores detectados mencionamos los siguientes:

- a) Imprecisión de las definiciones de los conceptos, que indican una comprensión insuficiente.
- b) Confusión entre conceptos, como por ejemplo entre fracción y su forma de representarla.
- c) Aplicación incorrecta de las definiciones de fracción propia, impropia y fracciones equivalentes
- d) Realización incorrecta de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones.
- e) Interpretación incorrecta del enunciado de un problema planteado y uso de nociones requeridas para su correcta solución.

En relación a la entrevista realizada seis estudiantes con el fin de profundizar en sus respuestas al cuestionario, concluimos lo siguiente:

- a) Los seis estudiantes habían estudiado previamente las fracciones en los primeros años de Educación Básica
- b) Todos los estudiantes coincidieron en que las fracciones son importantes en la vida diaria, a pesar de que no argumentaron sus opiniones.
- c) Todos los estudiantes ratificaron las dificultades mostradas en los procedimientos para realizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones presentadas en el cuestionario.
- d) Finalmente podemos concluir que los estudiantes presentan graves dificultades en el manejo de las fracciones, el cual estamos seguros que arrastran desde sus comienzos de la Educación Básica.

Como principales aportes destacamos:

El modelo teórico adoptado para la realización de nuestra investigación nos lleva a distinguir como constituyentes esenciales de cualquier contenido matemático y en particular el de las fracciones, una componente práctica y una teórica. Es decir, en todo proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en los niveles educativos existentes, se deben tener en cuenta las notaciones, los tipos de problemas, los procedimientos, las operaciones, las definiciones, propiedades y argumentaciones.

Otro aporte de nuestra investigación es la descripción sistemática de los errores y dificultades que manifestaron los estudiantes de primero de ciencias al resolver el cuestionario sobre las fracciones. Esta faceta de la investigación nos ha aportado información sobre los aspectos que requieren una mayor atención por parte del docente y de los dicentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de estos contenidos.

REFERENCIAS

- Arrieche, M. (1996): "*Reflexiones sobre algunos factores que afectan el rendimiento académico de los estudiantes de matemática de la UPEL-Maracay en los primeros cursos de la Especialidad*". III Jornada de Enseñanza de la matemática en la región central Maracay: UPEL.
- Arrieche, M (2001): "*Un estudio exploratorio sobre el aprendizaje de nociones conjuntistas por maestros en formación*". Investigación en el aula de matemáticas. Retos de la Educación matemática del siglo XXI SAEM THALES, Universidad de Granada, España.
- Arrieche, M. (2002): "*La teoría de Conjuntos en la formación de Maestros. Facetas y Factores Condicionantes en el Estudio de una Teoría Matemática*". Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España.
- Arrieche, M. (2004). *Significados institucionales personales de los objetos matemáticos puestos en juego en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el Sistema Educativo venezolano. Proyecto Macro de Línea de investigación Perspectivas del enfoque semiótico-antropológico para la didáctica de la Matemática. Maracay:UPEL*
- Dávila, M. (1992): "*El Reparto y las Fracciones*". Enseñanza de la Matemática, 4(1), 32-45.
- De León. H. y Fuenlabrada, I. (1996): "*Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto*". Revista Mexicana de Investigación Educativa, 1(2), 268-282.
- Felip, J; Castro, E. (2003). Instrumento para la evaluación de conocimiento sobre fracciones. Investigaciones en el aula de matemática, La Evaluación. SAEM THALES, Universidad de Granada, España.
- Godino, J. (1999): "*Implicaciones Metodológicas de un Enfoque Semiótico-Antropológico para la investigación en Didáctica de la Matemática*". Ponencia presentada en el Seminario sobre "Marcos Teóricos y Metodológicos para la Investigación en Educación Matemática" III Simposio de la SEIEM, Valladolid.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994): "*Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos*". Recherches en Didactique des Mathématiques, 14(3) , 325-355.
- Godino, J. y Batanero, C. (1997): "*A semiotic and antopolological approach to research in mathematics education*". Philosophy of Mathematics Education Journal, 10. [URL:<http://www.ex.ac.uk/local/Pernest/pome10/art7.htm>].
- González, F. (1990): "*El rendimiento académico de los estudiantes Universitarios y la preparación Matemática que ellos reciben a nivel de educación secundaria*". UPEL, Instituto Pedagógico de Maracay.
- González, Y. (2003): "*Significados Institucionales y Personales de las fracciones en Educación Básica*". Proyecto de Tesis de Grado. Maracay: UpeL, Venezuela.
- Kieren, T. (1976). *On the mathematical, cognitive, and instructional of racional number*. En R. Lesh (ed.), Number and measurement: Papers from a research workshops; ERIC/SMEAC.
- Planchart, O. (1984): "*Estudio Experimental e Interactivo sobre la Enseñanza de las Fracciones*". Tesis de Grado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.