

ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA
DEL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES
PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Delisa Bencomo y Juan D. Godino

Universidad Nacional Experimental de Guayana, Venezuela y Universidad de Granada,
España

dbencomo@uneg.edu.ve y jgodino@ugr.es

Gráfica y Funciones. Superior. Estudio de caso

RESUMEN

En este estudio se reporta una indagación realizada en torno a los criterios que ayuden al profesor a determinar en qué medida es idóneo el proceso de estudio o instrucción matemática que realiza con sus estudiantes. El diseño de investigación se corresponde con un estudio de caso cualitativo, de diseño descriptivo, interpretativo y evaluativo en el cual se consideran como informantes a un profesor de una sección de Matemática I y sus respectivos estudiantes. La investigación permitió ensayar nociones teóricas que hicieron posible la descripción y valoración de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza de la noción de función desde una perspectiva global; para ello, se tuvo en cuenta el “enfoque ontosemiótico” de la cognición e instrucción matemática propuesto por Godino y colaboradores (1994, 2002, 2005, 2006, 2007) el cual aporta una categorización de los elementos intervinientes en cada una de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica, estructurándolos en configuraciones de procesos, objetos y relaciones. Esta categorización y estructuración permitió explicar algunos fenómenos didácticos en términos de la complejidad ontosemiótica implicada y valorar la idoneidad didáctica del proceso de enseñanza aprendizaje observado. Además, las aportaciones del constructo multidimensional “idoneidad didáctica” permitió la elaboración de indicadores que pueden ayudar a los profesores de matemática a dilucidar qué aspectos de su práctica docente pueden mejorar, en las diferentes etapas del proceso enseñanza-aprendizaje.

Palabras clave: Idoneidad didáctica; enfoque ontosemiótico; enseñanza de funciones.

1. Introducción

La investigación didáctica en Matemática se ha centrado, y continúa centrada en gran medida, en estudios descriptivos sobre aspectos cognitivos del aprendizaje, pensamiento del profesor, etc., y en ciertos casos proporcionando explicaciones de las dificultades y factores condicionantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, consideramos necesario abordar de manera sistemática el diseño, desarrollo y evaluación de propuestas de intervención en el aula (Wihelmi, Bencomo y Godino, 2005).

En este trabajo presentamos un sistema de nociones teóricas del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática por Godino y colaboradores (1994, 2002, 2005, 2006, 2007) que desde una perspectiva global permite describir y valorar la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones para estudiantes de primer año de Ingeniería de una universidad venezolana. Aunque se trató de una experiencia particular, los hechos observados y su interpretación con ayuda del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática (EOS) permitieron obtener un listado de criterios para la valoración de la idoneidad de procesos de estudio (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007) y, su aplicación permitió evaluar en qué medida son puestos en evidencia.

Esta presentación la hemos estructurado de la siguiente forma: En la sesión 2, plantearemos el problema que atendemos con esta investigación; en la sesión 3, presentaremos el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, teoría que ha servido como marco en este estudio; en la sesión 4, describiremos la metodología utilizada y el proceso instruccional analizado; y finalmente en la sesión 5, discutiremos la idoneidad de dicho proceso y resaltaremos algunas conclusiones e implicaciones para la formación de profesores.

2. Planteamiento del Problema

En diversos trabajos, Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque y Ordóñez, 2005; Font y Ramos, 2005; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Font y Wilhelmi, 2006) han elaborado un sistema de nociones teóricas sobre la naturaleza, origen y significado de los objetos matemáticos desde una perspectiva educativa, tratando de articular de manera coherente las dimensiones *epistémica* (significados institucionales o socioculturales) y *cognitiva* (significados personales, psicológicos o individuales). Estos trabajos están disponibles en Internet, <http://www.ugr.es/local/jgodino> y en Godino, Batanero y Font (2006) se presenta una síntesis actualizada del enfoque ontosemiótico para la Didáctica de las Matemáticas.

Estas nociones constituyen un primer paso para abordar los problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que se centran en modelizar los propios conocimientos matemáticos a enseñar y los aprendizajes logrados por los estudiantes. Sin embargo, las cuestiones de diseño, implementación y evaluación de intervenciones didácticas efectivas requiere la adopción (o el desarrollo) de teorías instruccionales, esto es, herramientas que ayuden a describir las interacciones en el aula, explicar por qué ocurren ciertos *hechos y fenómenos* (Wilhelmi et al., 2005) y, a ser posible, orientar posibles acciones de mejora.

Por ello, nos hemos propuesto en esta investigación elaborar, aplicar y desarrollar criterios que permitan determinar en qué medida un *proceso de estudio* o instrucción matemática de funciones para estudiantes de ingeniería, reúne ciertas características que permitan calificarlo como “*idóneo*” (adecuado o apropiado) para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles. La descripción, la interpretación y la valoración de los hechos observados nos permitieron la elaboración de una pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio que será de gran utilidad tanto para los profesores en ejercicio como para los profesores en formación. (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007).

3. Marco Teórico

En Wilhelmi, Bencomo y Godino (2004) se introducen tres criterios a tener en cuenta para valorar la idoneidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje de objetos matemáticos: epistémico, instruccional y cognitivo. Estos criterios son ampliados a cinco en Godino, Contreras y Font (2006): epistémico, cognitivo, interaccional mediacional, emocional y ecológico. Los cinco criterios son reformulados en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006). Finalmente, en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007) se introducen algunas precisiones de las definiciones de las distintas idoneidades y se desarrolla un sistema de descriptores o indicadores empíricos que ayuden a la puesta en funcionamiento de cada uno de los cinco criterios como herramienta de análisis y valoración de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En la tabla siguiente presentamos los componentes y descriptores de las idoneidades parciales que intervienen en la definición de idoneidad didáctica.

Tabla 1: Componentes y descriptores de los criterios de Idoneidad

Criterios de Idoneidad	Componentes	Descriptores
1. <i>Idoneidad epistémica</i> : Grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.	Situaciones -problemas	-Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. -Propuesta de situaciones de generación de problemas.
	Lenguaje	-Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...) -Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirige. -Propuesta de situaciones de expresión e interpretación.
	Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	-Definiciones y procedimientos claros y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen. -Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia e el nivel educativo. -Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas.
	Argumentos	-Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo al que se dirigen. -Se promueven momentos de validación.
	Relaciones	-Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.
2. <i>Idoneidad cognitiva</i> : Grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.	Conocimientos previos (componentes similares a la dimensión epistémica).	-Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema. -Los significados nuevos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
	Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	-Se incluyen actividades de ampliación y refuerzo.
	Aprendizaje	-Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos/competencias pretendidas o implementadas.
3. <i>Idoneidad mediacional</i> : Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.	Recursos Materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores)	-Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. -Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
	Número de alumnos y condiciones del aula	-El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. -El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las secciones a última hora). -El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
	tiempo	-Adecuación de los significados pretendidos/implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). -Inversión del en los contenidos que presentan mas dificultad de comprensión

Tabla 1: Componentes y descriptores de los criterios de Idoneidad continuación

4. <i>Idoneidad emocional</i> : Grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes.	Intereses y necesidades	-Selección de tareas de interés para los alumnos. -Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
	Actitudes	-Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. -Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en si mismo y no por quien lo dice.
	Emociones	-Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo en las matemáticas. -Se resaltan las cualidades estéticas y precisión de las matemáticas.
5. <i>Idoneidad interaccional</i> : Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver los conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.	Interacción docente-discente.	-El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos claves del tema, etc.). -Se reconocen y se resuelven los conflictos de significado de los alumnos. -Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento -Se unen diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. -Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión.
	Interacción entre discentes	-Se favorece el dialogo y la comunicación entre los estudiantes. -Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
	Autonomía	-Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.
	Evaluación formativa	-Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.
6. <i>Idoneidad ecológica</i> : Grado de adaptación curricular, socio-profesional y conexiones intra e interdisciplinarias.	Adaptación al currículo	-Los significados, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
	Apertura hacia la innovación didáctica	-Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva. -Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.
	Adaptación socio-profesional y cultural	-Los significados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.
	Conexiones intra e interdisciplinarias.	-Los significados se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

En Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. URL: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.

Las idoneidades deben ser valoradas por separado pero es necesario integrarlas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la *idoneidad didáctica* como criterio sistémico de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/ implementados (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005).

La valoración de la idoneidad, de cualquiera de las dimensiones involucradas, de un proceso de instrucción matemática requiere disponer de información detallada de los hechos que ocurren y elementos de referencia que permitan emitir juicios sobre la adaptación, pertinencia o eficacia correspondientes a la dimensión valorada. Por ello, es necesario utilizar diversos métodos y técnicas de observación, registro y medida de datos (cuestionarios, entrevistas, grabaciones audiovisuales, etc.). El análisis de la información recabada se centrará en identificar los conocimientos logrados por los estudiantes y los conflictos epistémicos, cognitivos e instruccionales puestos de manifiesto por los estudiantes en la trayectoria didáctica implementada. Previamente será necesario explicar la configuración epistémica tanto del significado de referencia como del significado pretendido.

En el EOS, cuando se habla de conocimiento se incluye *comprensión* y *competencia*. La dimensión epistémica se refiere a los significados institucionales (o sea, compartidos en el seno de instituciones o comunidades de prácticas) mientras que la dimensión cognitiva se refiere a los significados personales (o del sujeto individual). El aprendizaje tiene lugar mediante la *participación* del sujeto en las comunidades de prácticas, el *acoplamiento* progresivo de los significados personales a los institucionales y la apropiación de los significados institucionales por los estudiantes.

Un *conflicto semiótico* es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales (referencia, pretendido, implementado y evaluado) hablamos de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si la disparidad se produce entre prácticas que forman el significado personal (global, declarado y logrado) de un mismo sujeto los designamos como conflictos semióticos de tipo cognitivo. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y operativas) de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) hablaremos de conflictos (semióticos) interaccionales.

4. Metodología y Resultados

La investigación que aquí se reporta se trata de un estudio instrumental de caso, grupal o colectivo (Stake, 1998), con el que se ejemplifican las nociones teóricas del EOS para el análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de las funciones con estudiantes de primer curso de una escuela de ingeniería en una universidad venezolana.

Somos conscientes del reto metodológico que plantea la valoración de las distintas dimensiones que componen el constructo teórico “idoneidad didáctica”. Además, tanto las dimensiones como los componentes no son observables directamente y, por lo tanto, es necesario inferirlos a partir de los indicadores empíricos. En el caso que utilizamos en este estudio ilustrativo contamos con los libros que comúnmente utilizan en Matemática I, programa general de la asignatura y guías de estudio elaboradas por el profesor, grabación audiovisual, instrumento de evaluación aplicado a los estudiantes del curso y para determinar los estados cognitivos de los estudiantes contamos con la intervenciones en las clases videograbadas y las respuestas a las preguntas del instrumento de evaluación aplicado.

Con el estudio de los datos recogidos en la parte empírica de la investigación, (a) Reconstruimos el significado de referencia de las funciones a partir de un estudio histórico, epistemológico y didáctico, (Godino et al, 2006) b) Analizamos los significados de función polinómica presente en dos libros de precálculo mas recomendados en la formación de ingenieros (Bencomo et al, 2005), (c) Experimentamos con un proceso de estudio para ingenieros sobre las funciones polinómicas, (d) Elaboramos una pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Godino et al, 2006) y (e) Valoramos el proceso de estudio (Godino et al, 2007).

Significado de referencia global del objeto función

Para poder valorar la idoneidad epistémica de un proceso de instrucción realmente implementado (significado implementado), de un proceso de instrucción planificado en un material escrito (libro de texto, guías de estudio, etc.) o bien el significado de referencia local presente en el programa instruccional de la asignatura es necesario establecer primero el significado de referencia global que sirva de referencia.

Diversos autores se han interesado por dicha reconstrucción desde un punto de vista histórico y epistemológico (Youschkevitch, 1976; Sierpinska, 1992). En concreto, Ruiz (1998) caracteriza siete “concepciones epistemológicas” del objeto función, las cuales describe usando la triplete conceptual de Vergnaud (situaciones, invariantes y representaciones). Nosotros preferimos caracterizar la noción de función en cuatro configuraciones parciales: tabular, gráfica, analítica y conjuntista ligadas a contextos de usos particulares, y de objetos emergentes: tipos de problemas, acciones, lenguaje, nociones, propiedades y argumentos (Bencomo, 2004).

Cada una de estas *configuraciones epistémicas* y sus *prácticas* asociadas modeliza aspectos parciales del *holo-significado* (Wilhelmi, Godino y Lacasta, 2007) del objeto de función, el cual desempeñara el papel de significado global del objeto de función y que constituye el referente básico en una investigación específica.

En la práctica escolar actual, las configuraciones parciales: tabular, gráfica y analítica, suelen presentarse simultáneamente en la solución de problemas extramatemáticos en los que se recurre a la modelización como proceso de solución a dichos problemas. Se obtiene así, una configuración epistémica global que podemos considerar como “informal /empírica” que se contrasta con la configuración conjuntista, la cual dada su alto nivel de abstracción y carácter intramatemático la podemos describir como “formal/teórica” (Godino et al, 2006).

Descripción del proceso instruccional observado

En el programa instruccional de la asignatura Matemática I para Ingenieros de la Universidad Nacional Experimental de Guayana, se desglosan los contenidos en cuatro grandes unidades y se recomienda para su estudio el uso de un listado de libros de textos. Entre los más consultados por los alumnos se encuentran: Larson, Hostetles y Edwards (1998), Smith y Minton (2000), y Purcell y Varberg (1987).

La noción de función, objeto de este estudio, debe adquirirse cuando se desarrolla la Unidad II, luego de haber estudiado los subconjuntos de R y su representación en el plano cartesiano (Unidad I), para posteriormente aplicarla al cálculo diferencial (Unidad III: límites y continuidad y Unidad IV: la derivada).

El objetivo propuesto para desarrollar la unidad correspondiente a la noción de función es el siguiente:

“Representar funciones en el plano cartesiano; determinar su dominio y rango; resolver problemas utilizando el conocimiento de funciones con aplicaciones a la ingeniería”. Programa Instruccional, 1996

La redacción de este objetivo sugiere una metodología de enseñanza donde el conocimiento primero se formaliza, luego es traducido algebraicamente para finalmente aplicarlo a la resolución de problemas.

Para desarrollar los contenidos de los objetivos de la asignatura se elaboraron cinco guías de estudio y una Guía de ejercicios y problemas. Estos materiales escritos se trabajaron durante ocho sesiones de clases de 90 minutos cada una. En la tabla N° 2, se presenta de manera resumida la descripción de las actividades realizada en cada una de las sesiones de clases.

Tabla N° 2: Resumen de las actividades realizadas en clase

Sesión	Descripción de las Actividades realizadas
01	El profesor propuso varios ejemplos de relaciones en general, señaló que alguno de esos ejemplos eran funciones y resaltó las propiedades que diferenciaban a las funciones del resto de las relaciones. Destacó algunas nociones elementales de las funciones y la importancia de estudiar las funciones para la matemática y para la aplicación de problemas extramatemáticos. Asignó para la siguiente sección, la solución de los ejercicios de la Guía de trabajo 1 (GT1)
02	El profesor solicitó a los alumnos la tarea asignada: Analizar si las situaciones representadas de las diferentes formas posibles eran función o solo relación de la GT1. Destacó la importancia de las funciones para las predicciones de datos. Propuso un ejercicio para ejemplificar de función lineal y uno para ejemplificar la función cuadrada (GT2).
03	El profesor solicitó a sus alumnos los ejercicios propuestos y entregó la GT3, guía de trabajo que contenía las definiciones de las siguientes nociones: puntos de inflexión, puntos máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, concavidad y convexidad, ventana de representación. Se dieron algunas pautas para representar funciones lineales y funciones cuadráticas: puntos de corte con los ejes, vértice de una parábola. También se trabajó la diferencia en el uso del lenguaje matemático utilizado para representar un punto y un intervalo abierto. Para la sesión siguiente se informó que se trabajarían las funciones irracionales, en especial las asíntotas que es una noción de funciones que no está presente en la función lineal, ni en la cuadrática.
04	Entregó la GT4. El profesor repasó con sus alumnos la función cuadrática, resaltó las cualidades de una buena representación grafica de las funciones en general y de las cuadráticas en particular, y trabajó con ellos las transformaciones y los puntos de corte de las parábolas según el valor del discriminante de la función resolvente de segundo grado de las funciones cuadráticas, $(b^2 - 4ac)$. Dedicó un tiempo a una alumna para explicarle lo trabajado en la clase anterior. El profesor se disponía a introducir la función irracional pero a petición de uno de los alumnos trabajó la función par e impar. Informó que en la sesión de clase siguiente si trabajaría la función irracional.
05	Los estudiantes representaron gráficamente las funciones irracionales propuestas por el profesor en la GT4. El profesor resaltó la importancia de calcular los puntos de corte y las asíntotas antes de graficar.
06	El profesor inició la sesión retomando los ejercicios de función irracional. Propuso algunos ejercicios de función racional. Inició el estudio de las definiciones de funciones inyectivas, biyectivas y sobreyectiva e informó que para la siguiente sesión de clase se trabajarían con mas detalles estas nociones y la función irracionales de grado 3 y la función a trozos.
07	Se entregó la GT5. Se estudió con detalle las definiciones de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Se estudió con detalle el tipo de función que es la función lineal. Se estudió la función constante, la función identidad, valor absoluto, a trozos y la irracional de tercer grado.
08	Se resolvieron libremente algunos problemas de la guía de trabajo N° 02. El profesor propuso algunos problemas tipo, que podrían salir en el examen y les invitó a ir a las tutorías que se establecen para tal fin.

En las descripciones de las clases resumidas en el cuadro anterior, se puede observar que siete de las ocho sesiones de clase se dedican solo al estudio de las definiciones, propiedades y procedimientos de la noción de función y solo en la octava sesión de clase se proponen problemas matemáticos y extramatemáticos. Así, la tarea matemática de utilizar el conocimiento de funciones en la resolución de problemas con aplicaciones a la ingeniería, queda reducido a un “ejercicio de aplicación” que tiene por finalidad que los estudiantes recuerden e interpreten las ideas aprendidas de memoria, sin presentar dificultad en la integración de estas nuevas ideas con las preexistentes, y utilizarlos para resolver problemas extramatemáticos.

Además, los resultados de la evaluación aplicada a los estudiantes al finalizar el proceso de estudio demostraron que la mayoría de los estudiantes fueron capaces de resolver los ejercicios en los que se pedía calcular dominio, rango, representación gráfica de las funciones, que algunos de ellos fueron capaces de estudiar si eran pares o impares; pero, ninguno de ellos fue capaz de resolver el problema extramatemático propuesto.

Idoneidad didáctica del proceso de instrucción observado

Hemos visto cómo un objeto matemático tan elemental y “aparentemente conocido”, como la función, ha planteado grandes complicaciones tanto al profesor como a los estudiantes. Algunas de las complicaciones observadas se derivan, probablemente, de una falta de reflexión del profesor sobre la ruptura brusca que se produce entre las configuraciones informal/ empírica y conjuntistas de las funciones presentes en el proceso de estudio observado, produciendo una baja ***idoneidad epistémica*** en el mismo.

Los objetivos del programa de la asignatura sugieren que para desarrollar en los futuros ingenieros los conocimientos y competencias que corresponden con su perfil, se formulen tareas como modelación de problemas aplicados a la ingeniería; y que además, se determine el dominio, el rango, el tipo de función..., actividades propias de la configuración formalista/teórica y ajenas a la práctica de modelación de función (configuración informal/empírica). La instrucción que se realiza en base a estas actividades goza de poca ***idoneidad ecológica*** en cuanto permite la adquisición de significados que no corresponden con las directrices curriculares.

Esta mezcla de problemas que responden a configuraciones disjuntas, también está presente en los libros de textos recomendados y en consecuencia en las sesiones de clases desarrolladas. Esta mezcla de situaciones problemas de diferente naturaleza crean conflictos en el proceso de instrucción difíciles de superar por los estudiantes que comprometen en gran medida el grado de ***idoneidad cognitiva*** del proceso de estudio (Bencomo, 2004).

En la trayectoria instruccional del proceso de estudio se observó como el profesor identifica algunos de los conflictos semióticos de sus estudiantes e intenta resolverlos mediante la negociación de los significados, utilizando los recursos materiales y el tiempo disponible; pero, esta negociación en muchos de los casos se va diluyendo en una “mayéutica ficticia” en la que el profesor toma a su cargo la formulación y la validación del contenido matemático que se quiere dotar de significado. Lo que hace pensar en una ***idoneidad interaccional*** deficiente.

El proceso no cuenta con ***idoneidad mediacional*** porque aunque el aula, horario y número de alumnos es adecuado para el desarrollo del proceso instruccional, no hubo una adecuación de los significados pretendidos e implementados al tiempo disponible. Se dedicó mucho más tiempo a actividades propias de la configuración formalista/teórica, que a realizar actividades de modelación de problemas aplicados a la ingeniería propias de la configuración informal/empírica que son la razón de ser del proceso de estudio de la noción de función para ingenieros; y no se utilizaron materiales informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos y argumentos, adaptadas al significado pretendido.

Por último, pero no lo menos importante es que no contó con un grado ni siquiera mínimo de implicación por parte de los alumnos, *idoneidad emocional* ellos no asistieron a ninguna de las tres sesiones de tutoría que se programaron, solo si limitaban a asistir a clases. No realizaban las asignaciones que se pedía que resolvieran en casa. Es posible que las actividades propuestas no fueran de interés para los alumnos.

Interpretaciones y Conclusiones

En este trabajo hemos desarrollado la noción de *idoneidad didáctica*, y la hemos aplicado a las configuraciones y trayectorias de enseñanza y aprendizaje del contenido de función para estudiantes de ingeniería de una universidad venezolana. Hemos evidenciado que se trata de un constructo multidimensional, compuesto de seis facetas o dimensiones (epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica) mediante las cuales pudimos abordar desde el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática y de manera integral la complejidad de factores que intervienen en el diseño, desarrollo y evaluación del proceso de estudio observado. Los criterios de idoneidad que elaboramos, junto con la pauta que los desarrolla (Godino, Bencomo, Font y Wihelmi, 2006), guió el análisis didáctico para la valoración de las diversas dimensiones que intervienen. Este análisis didáctico nos permitió observar cómo un objeto matemático tan elemental y “aparentemente conocido”, como la función, ha planteado grandes complicaciones tanto al profesor como a los estudiantes.

Con este trabajo hemos evidenciado que el análisis didáctico de la idoneidad de procesos de instrucción matemática provee al profesor en ejercicio de criterios que le ayudan a dilucidar qué aspectos de su práctica puede mejorar. Puesto, que la asunción de unos criterios para valorar la idoneidad didáctica supone, al menos implícitamente, una regla general que establece como debería realizarse un proceso de instrucción matemática (Godino, Font, Wihelmi y Castro, 2007) consideramos que la formación de profesores de matemáticas puede orientarse de manera global y sistemática hacia el análisis y valoración de la idoneidad didáctica de propuestas curriculares, programaciones de aula, así como de experiencias de enseñanza y aprendizaje.

En general, es necesario que los profesores diseñen e implementen trayectorias didácticas teniendo en cuenta: (a) Los significados institucionales que se pretenden estudiar, adoptando una visión amplia, no reducida a los aspectos discursivos y los conflictos epistémicos del contenido a estudiar (idoneidad epistémica), (b) los conocimientos iniciales que tienen los alumnos del contenido a estudiar y los posibles conflictos cognitivos que puedan presentar los alumnos en el aprendizaje del contenido (idoneidad cognitiva), (c) los modos de interacción que permitan hacer aflorar y resolver los conflictos cognitivos de los estudiantes (idoneidad instruccional), (d) los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje (idoneidad mediacional), (e) las actividades que favorezcan el aprendizaje de la matemática importante adaptado al proyecto educativo del centro, a las directrices curriculares, a las condiciones del entorno social, etc. (idoneidad ecológica) y logren la implicación, interés, motivación, etc., de los alumnos (idoneidad emocional). Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas (idoneidad didáctica) cuyo indicador empírico es la adaptación entre los significados personales logrados y los significados institucionales pretendidos/implementados/evaluados. (Godino, Bencomo, Font, Wihelmi, 2007).

REFERENCIAS

- Bencomo, D. (2004). *Análisis de una experiencia de enseñanza de la noción de función desde diferentes perspectivas teóricas*. Memoria de tercer ciclo. Universidad de Granada.
- Bencomo, D., Godino, J. D., Crisóstomo, E. y Wilhelmi, M. R., (2005) Análisis didáctico de un texto matemático mediante herramientas del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Cuarto Congreso Internacional trujillano de Educación en Matemática y la física (IV COVEM)*: Trujillo (Venezuela).
- Contreras A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2): 151-186.
- Font, V. y Ramos, A. B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. *Revista de Educación*, **338**: 309-346.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3): 237-284.
- Godino, J.D., Bencomo, D. Font, V. y Wihelmi, M.R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma, Volumen XXVII, N° 2* :221-252
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. URL: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Castro, C. de, (2007). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque Ontosemiótico. Conferencia invitada. XXI RELME, Maracaibo. Disponible en, URL: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.
- Larson, R., Hosteles, R y Edwards, B. (1998) *Cálculo y geometría analítica*. Volumen I Editorial Mc. Grawn Hill. Quinta Edición. España.
- Purcell, E., y Varberg, D. (1987) *Cálculo*. Editorial Pearson Educación. Cuarta Edición.
- Ruiz, L. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Jaén, ESP: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Smith R. y Minton R(2000), *Cálculo*. Tomo I. Editorial Mc-Grawn-Hill. Primera edición. Colombia.
- Stake, R.E., 1998. *La Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. MAA Notes # 25 (pp. 3-58). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Universidad Nacional Experimental de Guayana (1997). *Programa Instruccional de Matemática I para Ingenieros*. Área de Matemática. Proyecto de carrera de Ingeniería Industrial y de Informática. Puerto Ordaz – Venezuela.

Youschkevitch, A. P. (1976). The concept of function up to the middle of the 19th century. *Archive for History of Exact Sciences*, 16: 39–85.

Wihelmi, M. R., Bencomo, D. y Godino, J. D. (2004). Criterios de Idoneidad de un proceso de instrucción matemática. *XVI Simposio iberoamericano de Enseñanza de la Matemática*. Castellón: Universitat Jaume I y Real Sociedad Matemática Española.

Wilhelmi, M. R., Godino, J. D. y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 27 (1) : 77-120